



This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

- + *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
- + *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
- + *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
- + *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at <http://books.google.com/>



A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

- + *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.
- + *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.
- + *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.
- + *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse <http://books.google.com>

V. 3.3

2 volumes

Physics Lib.

QC
353
.S658
F5
176

712
10.

V 3.3

2 volumes

Physics Lib.

QC

353

,S658

F5

1767

712
10.

20

COURS COMPLET D'OPTIQUE,

TRADUIT DE L'ANGLAIS

DE ROBERT SMITH,

CONTENANT la Théorie, la Pratique & les
Usages de cette Science.

AVEC des Additions considérables sur toutes les nou-
velles découvertes qu'on a faites en cette matière
depuis la publication de l'Ouvrage Anglois.

Par L. P. P. ancien Professeur Royal d'Hydrographie, à Marseille.

TOME PREMIER.

A AVIGNON,

Chez { La Veuve GIRARD & FRANÇOIS SEGUIN, Impr. Lib. Place St. Didier
JEAN AUBERT, Impr. Lib., près le Change.

Se vend A PARIS,

Chez { CHARLES-ANTOINE JOMBERT, Lib. du Roi, Rue Dauphine.
CHARLES SAILLANT, Lib., Rue St. Jean de Beauvais.

M. DCC. LXVII.

Avec Permission des Supérieurs.

L

Vc

Ta

A U R O I .

I R E ,

L'Ouvrage que j'ai l'honneur de présenter à
VOTRE MAJESTE' , *contient tous les Prin-*
Tome I. *a ij*

É P I T R E.

cipes d'une Science à laquelle l'Astronomie doit ses découvertes & la Navigation sa sûreté. La protection éclairée que Vous accordez à celles-ci , ne peut Vous laisser indifférent sur un Art qu'elles regardent l'une & l'autre comme leur flambeau.

C'est sous votre Regne , SIRE , par vos Ordres & par vos Bienfaits que s'est exécutée une des entreprises les plus mémorables que l'Astronomie ait jamais osé tenter , & qui seule suffiroit pour immortaliser un Regne moins célèbre que le Vôtre. La véritable figure de la Terre ignorée jusqu'alors , étoit un sujet de dispute pour les Savans , & pouvoit devenir une source d'erreurs dangereuses pour les Navigateurs , si VOTRE MAJESTE' , à qui ces connoissances sont familières , n'avoit daigné s'intéresser à cette grande question & pourvoir avec une magnificence Royale aux frais nécessaires pour mesurer la

É P I T R E.

Terre tout à la fois dans les contrées les plus éloignées , sous l'Equateur & le cercle Polaire. Les Instrumens qui ont opéré ces merveilles , ceux qui dévoilent les secrets de la Nature aux Physiciens & les Cieux aux Astronomes , sont tous décrits dans ce Cours d'Optique , & la plupart n'existeroient qu'en projet dans nos Livres , si vos libéralités n'avoient mis les Artistes en état de les construire & les Savans de se les procurer.

Parmi tout ce que renferme cet Ouvrage , j'ose me flatter , SIRE , que VOTRE MAJESTÉ daignera distinguer les découvertes qui me sont personnelles & que j'ai placées à la fin du second Volume ; trop payé de mes foibles travaux , s'ils peuvent obtenir un coup d'œil d'un Monarque dont les regards bienfaisans animent tous les Talens &

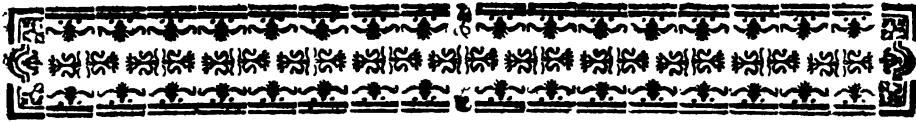
É P I T R E.

*font fleurir tous les Arts. Je suis , avec un très-
profond respect ,*

S I R E ,

DE VOTRE MAJESTE' ,

Le très-humble , très-obéissant
Serviteur & très-fidèle Sujet ,
P E Z E N A S ,
Ancien Professeur d'Hydrographie.



Phyiques
Mongenet
6-28-26
19313

P R É F A C E.

25.

L'Ouvrage dont nous présentons la traduction au Public, parut en Anglois en 1738, sous le titre de *A compleat System of Opticks*, que nous avons rendu par celui de *Cours complet d'Optique*.

C'est en effet ce que nous avons de plus complet sur cette science ; le plan que l'Auteur s'est tracé, en embrasse toutes les branches, Théorie, Pratique, Application aux autres sciences, Histoire des découvertes qu'on a faites dans l'Optique, ou dans les autres sciences par son secours. La manière dont chacune de ces diverses parties est traitée indépendamment les unes des autres, met chaque espèce de Lecteurs en état de choisir celles qui sont plus analogues à ses connoissances ou à son goût, sans être obligé de faire une étude inutile du reste.

Le Livre I. est intitulé, *Traité populaire*, parce qu'il est à la portée de tout Lecteur qui voudra le suivre avec un peu d'application. L'Auteur le conduit, comme par la main, d'expériences en expériences, à la découverte de tous les Phénomènes de l'Optique. C'est la marche qu'ont dû tenir les Inventeurs de cette science ; & il en résulte un véritable Cours d'Optique Expérimentale, qui peut tenir lieu de Théorie pour ceux qui ne sont pas en état de lire le Livre suivant. Il ne sera pas inutile à ceux qui veulent pousser plus loin leurs recherches.

L'essai du Dr. *Jurin* sur la vision distincte & in-

Tome I.

distincte , a trop de rapport avec ce premier Livre , tant pour le fonds , que pour la forme , pour l'en séparer , comme on a fait dans l'Original Anglois. En le mettant à la suite de ce Traité Populaire, nous avons cru le rétablir dans sa place naturelle.

Dans le Livre second , Mr. *Smith* porte le flambeau de la Géométrie dans la théorie de la Lumière & de l'Optique , qu'il n'avoit fait que découvrir jusques là , à la lueur de l'expérience. Le développement & l'application du Théorème du célèbre Mr. *Cotes* , en fait un morceau précieux. Mr. *Cotes* ne l'avoit résolu que par rapport aux surfaces réfringentes , qui appartiennent à la Dioptrique. Le Dr. *Smith* , héritier de ses papiers , en a étendu la solution aux surfaces réfléchissantes ; & ce Théorème assez inconnu à nos Auteurs François , ne se trouve nulle part exposé avec autant de clarté & de solidité , que dans ce Traité Mathématique. Il n'en occupe cependant qu'une petite partie. Le reste roule sur l'application des loix de la réfraction & de la réflexion , aux divers Phénomènes qui en résultent , aux météores lumineux , à l'aberration des Télescopes , des Microscopes , à la théorie des Caustiques , &c.

Le Traité Mécanique destiné principalement à diriger les Artistes & ceux qui veulent le devenir , offre tout le détail des procédés usités pour la composition des Miroirs & des Bassins , pour les polir , pour tailler & polir les Verres , & la construction de toutes les sortes d'Instruments d'Optique , qui servent à l'utilité ou à l'amusement , depuis le Télescope , jusqu'à la Lanterne Magique. En un mot , tout ce qui appartient au Mécanisme de l'Atelier , s'y

P R E F A C E.

trouve rassemblé. Les pratiques que l'Auteur propose, sont puisées dans les meilleures sources, telles que *Hughens*, *Molyneux*, &c. & méritent la plus grande confiance. A l'occasion des divers Instruments qu'il décrit, Mr. *Smith*, pour rendre son Livre d'une utilité plus générale, n'oublie point leurs usages dans l'Astronomie, la Navigation, le Nivellement, & autres Arts qui empruntent les secours de l'Optique; & ceux qui les cultivent y trouveront des instructions utiles pour la Pratique.

Enfin, le 4^e. Livre contient l'Histoire suivie des découvertes dont l'Astronomie est redevable à l'invention des Lunettes. L'on sçait que cette époque fut celle d'une révolution qui fit changer de face à l'Astronomie. Un Ciel nouveau se découvre; la distance immense des Astres ne les rend plus inaccessibles à nos regards; l'Optique les rapproche; on en mesure exactement les Diamètres & les distances; on est en état d'examiner de près leurs surfaces, leurs inégalités & les changements étonnants qui surviennent dans quelques-uns; on les voit tourner sur leurs axes; on apperçoit un large pont qui entoure Saturne & des Satellites dont on ne soupçonnoit point l'existence; toutes ces merveilles & mille autres extraites des Mémoires & Journaux des plus célèbres Astronomes, forment un tableau le plus digne de la curiosité d'un Lecteur intelligent.

Les Remarques sont moins des Commentaires sur chaque Chapitre, que des Additions sur le même sujet. Ce sont tantôt de nouvelles démonstrations, tantôt des discussions plus approfondies de certains points sur lesquels on n'auroit pû s'arrêter sans trop

interrompre le fil du discours, & quelquefois la réfutation de certaines opinions fausses, avancées par des Auteurs respectables. On y trouve encore tout l'historique de cette science, qui ne doit point être omis dans un Cours qu'on donne à juste titre pour complet.

Il seroit inutile d'entrer dans un plus grand détail. Un coup d'œil sur la Table des Matières y suppléera & justifiera ce que nous avançons. L'Auteur Anglois avoit renvoyé toutes les Remarques à la fin du 2^d. Volume. Nous avons cru plus naturel de les placer chacune à la suite du Chapitre auquel elles se rapportent, en les imprimant d'un caractère différent de celui du Chapitre. C'est le seul changement que nous nous soyons permis. Du reste, on y trouvera le Texte entier du Dr. *Smith* que nous nous sommes fait une loi de conserver. Nous avons jugé que la plupart des Lecteurs, le préféreroient à tout abrégé que nous aurions pu en faire d'après nos idées & notre goût, qui auroit bien pu n'être pas toujours celui de tout le monde.

L'Ouvrage de Mr. *Smith* formoit un Cours Complet d'Optique, lorsqu'il le donna au Public en 1738. On conçoit sans peine qu'il s'est fait depuis ce temps-là bien de nouvelles découvertes, qu'on a inventé de nouveaux Instrumens ou perfectionné ceux d'alors, & que Mr. *Smith* n'auroit pas manqué d'en enrichir son Ouvrage, s'il l'avoit publié de nos jours. Nous nous sommes mis à sa place à cet égard, & en partant du point où il a fini, nous avons taché de remplir ce qui manque à son Ouvrage, par un grand nombre d'Additions sur toutes les différentes matières qu'il y a traitées.

Les Mémoires des diverses Académies de l'Europe nous en ont fourni plusieurs matériaux ; nous y avons joint tout ce qui nous a paru assorti au plan de l'Ouvrage Anglois, & nous en avons formé différents Mémoires détachés. Il n'en est aucun que nous ne croyons digne par quelque endroit de la curiosité du Public. Ils roulent principalement sur de nouveaux Instruments d'Optique ou de nouvelles découvertes en Astronomie. Celui de tous qu'on est le plus en droit d'y chercher, & que nous jugeons le plus intéressant, tant par la nouveauté du sujet, que par le prix de la découverte, est le Mémoire sur les Lunettes Achromatiques, qui depuis quelques années sont devenues l'objet des recherches des plus grands Géomètres. Nous avons puisé tout l'historique de cette belle découverte dans les Mémoires de *Berlin*, dans les *Transactions Philosophiques*, & dans les Mémoires de l'Académie Royale des Sciences. Nous avons cru pouvoir compter sur les Observations de feu Mr. *Clairaut*, & nous avons délivré notre Théorie de toute sorte de suites infinies. Mr. *Clairaut* n'y a eu recours que pour exempter les Lunettes Achromatiques de l'aberration de sphéricité. On verra par l'application des principes de Mr. *Klingenstierna* que nous avons trouvé le moyen de détruire cette aberration dans un objectif exempt de l'aberration, qui résulte de la différente réfrangibilité des rayons de lumière ; & cela par un calcul très-simple. Si l'on se borne à exempter l'objectif des couleurs, il faut donner à l'objectif de Verre, deux convexités égales pour procurer à la Lunette la plus grande ouverture ; il faut que cet objectif soit en-

chassé dans le crystal , pour obtenir la plus grande clarté possible , & que le demi-diamètre de la seconde surface concave du crystal , soit triple du demi-diamètre de la première surface. Par ce moyen , le Problème est déterminé. Si l'on veut aussi exempter l'oculaire des iris qu'il pourroit produire, il doit être composé à peu près , comme l'objectif , & j'en ai donné toutes les dimensions. La solution de ce Problème pourra aussi servir à rendre Achromatiques les Microscopes.

J'avois promis la description de l'Héliomètre de Mr. *Bouguer* & du Micromètre objectif que Mr. *Dollond* donna au Public en 1753 ; mais comme j'ai donné fort au long la description de cet Instrument dans les Mémoires rédigés à l'Observatoire de Marseille en 1755 , & que d'ailleurs M. *de la Lande* a jugé à propos d'en faire un Extrait dans son *Astronomie* qui est entre les mains de tous les curieux , j'ai cru que je pouvois me dispenser de donner ici une seconde Edition de ce long Mémoire , quoique la première soit presque épuisée. Ceux qui ont cette première Edition sont priés de corriger une faute d'impression qui mérite quelque attention ; on lit *page 111 lig. 8.*

$$\frac{fA + AB \times b}{fA + AB + b} \cdot hC = \frac{gB + BC \times c}{gB + BC + c} \text{ \& } iD = \frac{hC + CD \times d}{hC + CD + d} \text{ II}$$

faut lire $\frac{fA + AB \times b}{fA + AB + b} \cdot hC = \frac{gB + BC \times c}{gB + BC + c} \text{ \& } iD = \frac{hC + CD \times d}{hC + CD + d}$

Il faut aussi simplifier ce que j'ai dit *pages 120 & 121* , pour trouver la proportion de l'augmentation ou diminution de la distance CB des deux miroirs , qu'il falloit différentier l'équation générale ou simplement la réduire au second degré. Quoique ces

deux méthodes soient bonnes, il vaut mieux chercher A B (= g) distance de l'oculaire au petit miroir, pour avoir la distance C B des deux miroirs. Or l'équation générale donne immédiatement

$$A B \text{ ou } g = \frac{d(a+c-h.b+h-c.a)+c(b+h.a-h+i.b)+i(c-h-b.a+bh)}{b(d+c+i)+c(h+i-d)+h(d-i)}$$

L'application de cette équation à l'exemple de la page 116 du même Livre, donne

$g = 21,81955$, lorsque d est supposé $= 484,1$

$g = 21,86845$, lorsque $d = 484,6$

$g = 21,89441$, lorsque $d = 485,1$

D'où il suit, comme je l'avois conclu, que les allongements & les raccourcissements de la distance focale d du grand miroir ne sont point proportionnels à la quantité dont on augmente ou dont on diminue la distance des deux miroirs; puisqu'en raccourcissant la distance focale d d'un demi-pouce, on doit diminuer la distance des miroirs deux fois autant qu'on doit l'augmenter, lorsqu'on allonge le foyer de la même quantité. Ainsi un Observateur exact ne sçauroit être trop en garde contre les plus légers déplacements du petit miroir, en se servant de ce Micromètre, s'il veut se procurer une mesure d'angles toujours uniforme. Il y a même plus à perdre de cette uniformité, si l'on tire le petit miroir en dedans, que si on le pousse trop en dehors.

Ceux qui n'ont pas ces Mémoires de 1755, en trouveront le peu d'exemplaires qui nous restent chez l'Imprimeur de ce Cours d'Optique.

La première partie de ces Mémoires, contient des recherches fort étendues sur divers instruments proposés aux Marins, pour servir à observer les Astres en Mer, & en particulier sur l'Octant de

Mr. *Hadley*, qui a été défiguré dans quelques boutiques ; sur celui de Mr. *Caleb Smith*, qui apparemment n'étoit pas parvenu en 1738, à la connoissance de Mr. *Robert Smith* ; sur l'Oétant de Mr. de *Fouchy*, sur les quarts de cercle de Mrs. *Elton & Radouay*, & sur les tentatives de Mrs. *Godfrey & Graham*.

La seconde partie s'étend sur les différents Micro-mètres, sur les Pendules & sur la transmission & les effets des Sons.

T A B L E

DES CHAPITRES

ET DES ARTICLES PRINCIPAUX.

L I V R E I.

T R A I T E' P O P U L A I R E.

C HAPITRE I. sur la nature de la lumière ,	<i>Tom. 1. Pag. 1</i>
Ce que c'est qu'un rayon de lumière ,	2
Manière dont se fait la réflexion & la réfraction ,	2
Des angles & sinus d'incidence & de réfraction ,	3
Loix de réflexion & de réfraction ,	3
Réfraction changée en réflexion ,	5
Preuve expérimentale des loix de réflexion & de réfraction ,	5
Histoire de la découverte des réfractions ,	7
C HAPITRE II. sur les verres ,	8
Foyer, pinceau, rayons parallèles ,	8
Des rayons divergents & convergents ,	9
Propriétés générales des images ,	11
Ce que c'est qu'une lentille, un prisme, réfraction par un prisme ,	15
Réfraction par les côtés d'une lentille ,	16
Etant donné le foyer des rayons incidents, trouver celui des divergents ,	20
Images formées par un verre plat, par un prisme ,	21
Détail des expériences qui prouvent les propriétés des verres ,	23
Expérience pour mesurer la distance du foyer d'un globe d'eau & de verre ,	24
Pour mesurer le foyer d'une lentille convexe & d'une lentille concave ,	25
Pour faire voir le renversement & la grandeur de l'image & pour la redresser ,	27
Comment se forme une caustique par le globe ou par le cylindre ,	28
Caustiques formées par réfraction & par réflexion ,	31
C HAPITRE III. sur l'œil & la manière dont se fait la vision ,	33
Œil artificiel décrit par <i>Hughens</i> ,	33
Description de l'œil humain ,	34
D'où viennent les peintures confuses dans les yeux des vieillards, & dans les yeux de ceux qui ont la vue courte, & comment on les corrige par des verres convexes ou concaves ,	35
Les diamètres des peintures dans la rétine, sont en raison réciproque des distances de l'objet ,	36
D'où vient la foiblesse des images des objets éloignés ,	39
La vue est limitée par la grandeur & la distance des objets ,	41
<i>Tom. 1.</i>	b

Détermination de la grandeur apparente à l'œil nud, comment elle varie,	42
Variation de figure dans les yeux parfaits,	43
Histoire des opinions sur la vision,	44
Taches dans l'œil,	45
Partie de la rétine insensible à la lumière,	46
Rayons qui paroissent monter & descendre dans la flamme des chandelles,	50
Détermination des verres pour les vues foibles,	51
Regles pour le choix des verres convexes & concaves,,	52
Regles pour prévenir la vue courte,	53
Lunettes pour les plongeurs,	54
Antiquité des lunettes,	55
Bacon, inventeur des lunettes,	57
L'Atmosphère arrête beaucoup de lumière. Proportion de la lumière du jour & de la Lune,	59
CHAPITRE IV. Sur la vision par le moyen des verres,	61
Grandeur apparente d'un objet vu par les rayons rompus ou réfléchis,	63
Quelle partie de l'objet est visible par une ouverture donnée?	66
Combien un microscope simple grossit, & en quelle manière?	68
Comment le télescope astronomique grossit?	69
Télescope composé de quatre verres convexes,	70
Télescope de réflexion de <i>Newton</i> ,	71
Double microscope,	72
Clarté apparente par ces télescopes & microscopes,	73
Histoire de l'invention des télescopes,	75
Observations télescopiques par <i>Galilée</i> & <i>Hughens</i> ,	75
Examen des prétentions pour le Frere <i>Bacon</i> ,	76
Il n'a pas inventé par la théorie, ni par expérience, les télescopes,	77
Histoire de l'invention des microscopes,	78
Télescope pour observer les éclipses & les taches du Soleil,	79
Télescopes à trois verres,	80
Télescope de <i>Gregory</i> inventé avant celui de <i>Newton</i> ,	81
Grandeur apparente; aire visible aggrandie par deux oculaires,	83
Comparaison des deux télescopes. Solution de quelques problèmes,	84
Calcul de la force d'un microscope double,	85
Microscope à deux oculaires,	86
CHAPITRE V. Des idées qui nous viennent par la vue,	87
Aveugle de naissance, guéri par Mr. <i>Cheffelden</i> ,	83
Par quelles démarches il a pu apprendre à connoître les objets,	90
Effets de la peinture renversée sur la rétine,	92
Quand est-ce que la vision des deux yeux est simple ou double,	92
Comment on perçoit la distance apparente d'un objet,	96
Détermination de la distance apparente dans les verres,	100
Les distances vraies & apparentes, comparées dans les télescopes & microscopes,	102
Comment la distance apparente varie pendant que le verre & l'œil étant fixes, l'objet se meut,	104
Détermination des apparences des objets inclinés & des objets parallèles,	107
Les lignes parallèles vues obliquement, paroissent convergentes,	109
Tromperies dans la vision,	111
Détermination de la plus grande distance apparente,	115

DES MATIERES.

xiiij

Explication de la concavité apparente du Ciel,	111
D'où vient que le Soleil & la Lune paroissent plus grands à l'horizon qu'au dessus de l'horizon,	117
Explication des apparences semblables dans l'arc-en-ciel & dans les halos,	120
Apparence d'un météore remarquable par M. Cores,	121
Solution du Problème de Mr. Adolynaux par le Dr. Jurin,	125
Remarque sur l'association des idées,	128
Sur les yeux louches,	129
Cause probable des yeux louches; <i>urais remèdes</i> ,	130
Sur la cause d'une double vision; <i>expériences</i> ,	131
Cas difficile de la distance apparente, proposé par le Dr. Barrow,	134
Maximes de peinture & de perspective,	143
Ce que c'est que la perspective aérienne,	144
D'où vient que les objets paroissent dans les télescopes plus petits qu'on ne se l'étoit imaginé,	146
Observation sur le relief de la peinture, par <i>Leonard de Vinci</i> ,	146
Quelques avantages de la vision avec les deux yeux,	147
Explication du cas difficile du Dr. Barrow,	150
Constructions géométriques de la distance, grandeur & position apparentes d'un objet vu dans un verre,	152
Détermination des limites de l'inversion,	153
Observation sur un objet placé au foyer d'une lentille convexe,	157
Deux sortes de grandeurs apparentes, comparées ensemble,	159
Apparences au travers d'un verre à boire plein de liqueur; illusion de la vue,	161
Remarques de Mr. <i>Folkes</i> sur la figure conchoïdale du Ciel,	165
Examen des Lunes horizontales d'une grandeur extraordinaire,	165
Examen des différentes explications de la Lune horizontale,	168
Ce phénomène de la Lune n'est pas hors de la portée des calculs,	170
Figure ovale des halos,	171
Explication de la divergence & convergence apparentes des rayons du Soleil,	173
Réfractions astronomiques. Histoire de leur découverte,	174
Explication de la réfraction d'un rayon dans l'atmosphère,	175
Tous les astres paroissent élevés par la réfraction; elle diminue en montant,	176
Les intervalles de tous les astres paroissent resserrés par la réfraction,	177
Table des réfractions des astres relatives à leurs hauteurs apparentes,	178
Inconstances de ces réfractions. Figures ovales du Soleil & de la Lune à l'horizon,	179
Effets visibles des réfractions dans les éclipses de Lune; combien l'ombre de la terre en est resserrée,	180
Explication de la couleur de la Lune éclipsée,	182
Explication du crépuscule; hauteur de l'atmosphère,	183
Puissance réfractive de l'air,	184
La scintillation des étoiles vient des réfractions,	185
CHAPITRE VI. Sur l'origine & la cause des couleurs; image du Soleil par un prisme,	185
Les rayons du Soleil sont différemment réfrangibles,	186
Et différemment réfléchissables,	189
Sa longue image est composée de cercles de différentes sortes de rayons,	191
Comment on peut séparer ces sortes de rayons,	192

La lumière homogène est rompue régulièrement ,	194
La couleur de la lumière homogène ne change pas par les réfractions & réflexions ,	195
Toute lumière homogène a sa propre couleur qui répond à son degré de réfrangibilité ,	196
Différentes propriétés des couleurs simples & composées ,	197
On peut composer le blanc avec des couleurs ,	198
Explication des couleurs permanentes des corps ,	204
Description d'un instrument pour trouver la raison de la réfraction ,	207
Manière de placer un prisme qui rompe les rayons également de tous les côtés ,	208
L'angle de réfraction est alors la moitié de l'angle réfringent du prisme ,	209
Manière la plus exacte de déterminer la réfraction des fluides ,	211
Si la chaleur seule ne peut pas altérer la puissance réfractive de l'air ,	213
CHAPITRE VII. sur la cause de la réfraction, réflexion, inflexion & émission de la lumière. La réflexion ne vient pas de ce que la lumière frappe le milieu ,	214
La puissance réflexive est infiniment plus forte que la force de la gravité ,	218
Manière dont elle agit pour produire les réflexions & les réfractions ,	221
Caractère distinctif de la Philosophie de <i>Newton</i> ,	225
CHAPITRE VIII. sur la transparence , les couleurs & l'opacité des corps ,	229
Opacité produite par une multitude de réflexions internes ,	230
Explication des anneaux colorés dans les bulles d'eau ,	232
Essai du Dr. <i>Jacques Jurin</i> sur la vision distincte & indistincte ,	236
Deux sortes de vision distincte , l'une parfaite & l'autre imparfaitement distincte ,	237
Cercle de dissipation ; phénomène de la vision indistincte ,	238
Pénombre annulaire ,	240
Image languissante ,	241 & 244
Apparence de la nouvelle Lune ,	247
Apparence des moindres planetes ,	248
D'où vient que Mars & Venus paroissent ronds lorsqu'ils sont en croissant ou ovales ,	250
Etoile vue en dedans de la Lune ,	251
Phénomène de la vision indistincte dans les objets rectangulaires ,	252
Deux parallèles paroissent une ligne seule ,	256
Mesurer le rayon de dissipation ,	258
Lettres d'un Livre par la vision confuse ,	259
Si l'œil change de conformation à différentes distances pour la vision parfaite ,	261
Limites de la vision parfaite ,	261
Changement de l'œil pour les objets proches & pour les objets éloignés ,	269
Distance naturelle des objets à l'œil ,	272
Comment on rend distincte la vision indistincte ,	275
La conformation de l'œil n'est pas toujours la même , à la même distance ,	277
La contraction de la prunelle ne dépend pas toujours de la volonté ou de l'apparence de confusion ,	277
Changements dans l'œil par la coutume ou par l'âge ,	278

DES MATIERES.

Une ligne est plus visible qu'une tache de même largeur ,	282
D'où vient que le bord extérieur de l'anneau de Saturne est invisible ,	289
D'où vient que le bord de la Lune est uni & non dentelé ,	291
Le cercle de dissipation n'est pas uniformément lumineux ,	292
Une ligne vue indistinctement paroît double , triple , quadruple &c.	293
Autres phénomènes produits par les accès de réfraction & de réflexion aisées ,	294
Apparence d'un point lumineux par la vision distincte ,	296
Les étoiles paroissent plus petites pendant le jour ; d'où vient qu'elles petillent ,	296
Observation sur les accès de réfraction & de réflexion aisées ,	298
Comment se divisent les intervalles des accès ,	300
Combien il se perd de lumière par ces accès ,	302
Apparence d'une ligne lumineuse , étroite par la vision indistincte ,	305
Apparence extraordinaire , qui ne vient pas des accès de réfraction & de réflexion aisées ,	307
Raison générale de ces apparences ,	311

LIVRE SECOND

TRAITE' MATHEMATIQUE.

C HAPITRE I. Trouver le foyer des rayons réfléchis par une surface donnée ,	315
Constructions géométriques pour trouver le foyer des rayons réfléchis ,	319
C HAPITRE II. Déterminer le lieu , la grandeur & la situation des images formées par des rayons réfléchis ,	320
P ROPOSITION I. Les images formées par la réflexion d'une surface plane , sont semblables & égales aux objets , & leurs parties ont la même situation par rapport à la partie postérieure du plan , que les parties de l'objet , par rapport au plan antérieur ,	320
P ROP. II. Si un arc de cercle concentrique à une surface concave , est regardé comme un objet , son image sera aussi un arc semblable con- centrique , dont la longueur sera à celle de l'objet , en raison de leurs distances au centre commun , & sa situation sera droite ou renversée , selon qu'elle sera du même côté du centre , ou du côté opposé ,	321
C HAPITRE III. Trouver le foyer des rayons qui tombent presque per- pendiculairement sur une surface réfringente , sur une sphère , ou sur une lentille ,	322
Trouver le foyer des rayons parallèles . qui tombent presque perpendiculai- rement sur une lentille donnée ,	326
Etant donné le foyer des rayons incidens sur une surface simple , une sphère ou une lentille , trouver le foyer des rayons émergens ,	328
Constructions géométriques pour trouver le foyer des rayons rompus par une sphère ou une lentille , par une surface simple , & par deux quel- conques ,	330

CHAPITRE IV. Déterminer la place, la grandeur & la situation des images formées par des rayons rompus, 331

PROP. I. Les images formées par réfraction dans les surfaces planes, sont semblables aux objets & toujours droites, ou dans une situation semblable à l'objet & du même côté des plans, 331

PROP. II. Si un arc de cercle décrit du centre d'une surface sphérique, d'une sphère ou d'une lentille, est regardé comme un objet, son image sera un arc semblable concentrique, dont la longueur sera à celle de l'objet en raison de leurs distances au centre commun; & l'image sera droite ou renversée par rapport à l'objet, selon qu'ils seront du même côté du centre ou des deux côtés opposés, 332

Détermination exacte des images formées par la réflexion & par la réfraction d'une surface sphérique, 333

PROP. I. Ayant le foyer des rayons qui tombent presque perpendiculairement sur une surface sphérique donnée, trouver leur foyer après les réflexions, 334

Théorème pour les rayons réfléchis, 335

PROP. II. Ayant le foyer des rayons qui tombent presque perpendiculairement sur une lentille donnée, trouver leur foyer après les réfractions, 336

Examen du foyer d'un pinceau oblique, 337

CHAPITRE V. Déterminer la distance apparente, la grandeur, la situation, le degré de distinction & de clarté, le plus grand angle de vision & de l'aire visible d'un objet vu par des rayons qui sont réfléchis successivement par un nombre quelconque de surfaces planes ou sphériques, ou qui sont rompus successivement à travers un nombre quelconque de lentilles de quelque espèce qu'elles soient, ou à travers un nombre quelconque de milieux différents dont les surfaces sont planes ou sphériques, 338

PROP. I. Ayant les distances des foyers & les ouvertures d'un nombre quelconque de lentilles de quelque espèce qu'elles soient, placées à des distances données les unes des autres, & par rapport à l'œil & à l'objet, trouver la distance apparente, la grandeur, la situation, le degré de distinction & la clarté de l'objet vu par toutes les lentilles, & en même tems le plus grand angle de vision & de l'aire visible de l'objet, & l'ouverture particulière qui les limite tous deux, 339

PROP. II. Les distances des foyers étant données avec les ouvertures d'un nombre quelconque de surfaces réfléchissantes, soit concaves, soit convexes, placées à des distances quelconques les unes des autres, & par rapport à l'œil & à l'objet; trouver la distance apparente, la grandeur, la situation, le degré de distinction & de clarté de l'objet vu par des rayons réfléchis successivement de toutes les surfaces, & en même tems le plus grand angle de vision & l'aire visible de l'objet, aussi bien que la surface particulière, dont l'ouverture limite l'un & l'autre, 354

PROP. III. Ayant les distances des foyers & les ouvertures d'un nombre quelconque de surfaces sphériques, qui séparent des milieux donnés quelconques, & sont placées à des distances quelconques, l'une de l'autre, & par rapport à l'œil & à l'objet; trouver la distance apparente, la grandeur, la situation, le degré de distinction & de clarté

TABLE

xvij

d'un objet vu à travers tous ces milieux , le plus grand angle de vision & l'aire visible avec l'ouverture particulière qui limite l'un & l'autre ?

362

CHAPITRE VI. Déterminer les aberrations des rayons par rapport à leur foyer géométrique , occasionnées par leur inégale réfrangibilité , & par la figure sphérique des surfaces réfléchissantes & réfringentes , 374
Le cercle d'aberration produit par la sphéricité de la figure de l'objectif d'un télescope , comparé au cercle d'aberration produit par l'inégale réfrangibilité des rayons est très-peu de chose , 381

CHAPITRE VII. Un télescope de réfraction ou de réflexion étant donné , dont l'ouverture & l'oculaire sont connus par expérience , déterminer la longueur , l'ouverture & l'oculaire d'un autre télescope , par où un objet paroitra aussi brillant & distinct que dans le télescope donné , & autant grossi qu'on voudra , 383

PROP. I. Dans toutes sortes de télescopes & de doubles microscopes , la confusion apparente d'un objet donné , est en raison directe du cercle d'aberration dans le foyer de l'objectif , & en raison inverse de la distance focale de l'oculaire , 383

PROP. II. Dans les télescopes de réfraction , la confusion apparente d'un objet donné , est en raison directe de l'aire de l'ouverture de l'objectif , & en raison inverse du quarré de la distance du foyer de l'oculaire , 385

PROP. III. Dans toutes sortes de télescopes & de doubles microscopes , la clarté apparente d'un objet donné est en raison directe du quarré de leurs ouvertures linéaires , & en raison inverse du quarré de leurs amplifications linéaires , 385

PROP. IV. Dans les télescopes de réflexion , la confusion apparente d'un objet , est directement comme la 6^e. puissance du diamètre de l'ouverture du grand miroir , & réciproquement comme la 4^e. puissance de la distance de son foyer , & encore réciproquement comme le quarré de la distance du foyer de l'oculaire , 386

PROP. V. Dans les télescopes de réfraction de différentes longueurs , un objet donné paroît également brillant & distinct , lorsque leurs ouvertures linéaires & les distances des foyers de leurs oculaires , sont chacune en raisons sous-doublée de leurs longueurs ou des distances focales de leurs objectifs ; & alors leurs amplifications linéaires sont aussi en raison sous-doublée de leurs longueurs , 387

PROP. VI. Dans les télescopes de réflexion de différentes longueurs , un objet donné paroît également brillant & distinct , lorsque leurs ouvertures linéaires sont comme les racines quarré-quarrées de leurs longueurs , & par conséquent lorsque les distances des foyers de leurs oculaires sont aussi comme les racines quarré-quarrées de leurs longueurs , 392

Table des ouvertures & des amplifications linéaires pour les télescopes de réfraction par M. *Hughens* , & pour ceux de réflexion par Mr. *Hadley* , 394

Effet admirable des télescopes de réflexion , 395

Trouver par expérience combien un télescope grossit , 396

Manière d'éprouver la bonté des télescopes , 397

Télescopes avec des miroirs de verre per Mr. *Short* , 397

CHAPITRE VIII. Des propriétés générales des foyers & des images, qui concernent l'œil & un nombre quelconque de milieux, 399

PROP. I. Ayant les diamètres & les positions de deux surfaces sphériques, qui coupent trois milieux donnés, & supposant que les rayons incidents dans l'un des milieux extérieurs soient parallèles & fort proches de l'axe commun des surfaces, on demande leur foyer après les deux réfractions, 399

PROP. II. Le foyer des rayons incidents étant donné, on demande leur foyer après leurs réfractions par deux surfaces sphériques, qui sont entre des milieux donnés, 400

PROP. III. Ayant les diamètres & les positions de trois surfaces sphériques, qui partagent quatre milieux donnés; si les rayons sont parallèles dans l'un des milieux extérieurs, & s'ils sont fort proches de l'axe commun des surfaces, on demande leur foyer après toutes les réfractions, 401

PROP. IV. Le foyer des rayons incidents étant donné, trouver leur foyer après les réfractions par un nombre donné de surfaces sphériques qui partagent des milieux donnés, 402

PROP. V. Ayant le demi-diamètre d'un petit objet placé perpendiculairement à l'axe commun d'un nombre quelconque de surfaces réfringentes, qui partagent des milieux donnés, trouver le demi-diamètre de sa dernière image, 404

PROP. VI. Trouver la raison des angles que les parties incidentes & émergentes forment entr'elles, & avec l'axe commun d'un nombre quelconque de surfaces entre des milieux donnés, 405

PROP. VII. Trouver la distance apparente d'un objet vu au travers d'un système donné de milieux, & combien elle varie pendant que l'œil, l'objet ou le système se meuvent en avant ou en arrière, 408

PROP. VIII. Faire voir en quelle manière la distance entre l'œil & la dernière image d'un objet varie, pendant que l'œil, l'objet ou le système de réfraction quelconque, se meut en avant ou en arrière, 411

CHAPITRE IX. Détermination des foyers des rayons qui tombent avec des degrés d'obliquité quelconque sur un nombre quelconque de surfaces réfléchissantes & réfringentes de toute espèce & des propriétés des caustiques, 415

Le foyer des rayons incidents étant donné, trouver leur foyer conjugué après un nombre donné de réflexions successives dans l'intérieur d'un cercle donné, 417

Ayant le foyer d'un pinceau superficiel & délié de rayons qui tombent avec quelque obliquité sur un grand cercle d'une sphère d'une matière homogène quelconque, trouver le foyer des rayons émergens de la sphère par la réfraction, après un nombre donné de réflexions successives en dedans du cercle, 423

Ayant les positions de deux courbes données, entre trois milieux donnés, & supposant que les rayons d'un pinceau délié dans l'un des milieux extérieurs soient parallèles & tombent sur les courbes avec quelque obliquité; trouver leur foyer après les réfractions faites dans les deux courbes, 426

Le foyer des rayons incidents étant donné, trouver leur foyer après deux réfractions par deux courbes données, entre trois milieux donnés, 429

Ayant

DES MATIÈRES.

xix

·Ayant la position de trois courbes données, entre quatre milieux donnés, & supposant que les rayons d'un pinceau délié soient parallèles dans l'un des milieux extérieurs & qu'ils tombent avec quelque obliquité sur les courbes, on demande leur foyer après toutes les réfractions?	429
·Ayant le foyer d'un pinceau délié de rayons incidents avec obliquité sur un nombre donné de courbes entre des milieux donnés, trouver le foyer des rayons émergents,	430
Définition des caustiques,	430
Sur les figures & propriétés des caustiques par réflexion,	432
Sur les figures & propriétés des caustiques par réfraction,	442
Foyer d'un pinceau solide de rayons obliques,	447
CHAPITRE X. sur l'Arc-en-Ciel,	449
Expliquer les phénomènes de l'Arc-en-Ciel,	453
Le demi-diamètre apparent d'un Arc-en-Ciel, ou le plus grand angle sous le rayon incident & émergent après un nombre donné de réflexions successives, étant donné, trouver la raison de la réfraction,	465
Lorsque les rayons parallèles tombent sur la surface d'une sphère, & qu'ils en sortent après deux réfractions sans aucune réflexion intermédiaire, leur densité à l'œil d'un spectateur placé à une grande distance de la sphère, diminuera continuellement, pendant que les angles sous les rayons incidents & émergents croissent,	467

CHAPITRE XI. Sur les couronnes & parhélies. Ce que c'est, *Tom. 2. P. 1*

Quelle en est la cause,	2
Preuve de l'aire obscure environnée de lumière,	5
Examen du diamètre d'une couronne,	7
Examen de la formation des globules,	8
Sur les parhélies & parasélenes,	9
Phénomène Romain,	10
Produit par les réflexions & réfractions dans de petits cylindres,	12
Comment se produisent ces cylindres à demi-fondus,	13
Cause du grand cercle blanc,	14
Explication des parhélies latéraux,	16
D'où vient que les parhélies latéraux sont dans le grand cercle blanc,	17
D'où vient que les parhélies paroissent à différentes distances du Soleil,	18
Que plusieurs parhélies peuvent paroître ensemble avec des queues,	20
La couronne qui traverse les parhélies n'est pas composée de globules,	21
Mais des extrémités rondes des cylindres droits,	23
Les parties de cette couronne sont plus brillantes auprès des parhélies;	24
Comment se forment les parhélies postérieurs,	25
D'où vient que ces deux parhélies paroissent dans le grand cercle blanc,	26
Déterminer la distance entre les parhélies postérieurs,	27
Examen des couleurs des parhélies postérieurs,	29
D'où vient que ces parhélies ne paroissent pas de tems en tems,	30
D'où vient qu'ils n'ont point de queues,	31
Observation de sept Soleils à Dantzick,	32
Explication des différentes circonstances de ce phénomène,	34
Explication des parhélies dans les arcs renversés,	37
Trouver la figure des arcs renversés,	38
Explication de l'observation du P. Scheiner en 1630,	39 & 43

Tom. 1.

c

Explication de trois autres phénomènes observés par <i>Hévelius</i> ,	40 & 45
Explication d'un autre météore de la même espèce,	41
Description d'un parhélie vu à Leyde le 14 Janvier 1653,	47
Observation d' <i>Hughens</i> le 13 Mai 1651,	48
PROP. I. Un rayon du Soleil réfléchi par un plan vertical, fait avec l'horizon le même angle que le rayon incident,	48
PROP. II. Si un rayon du Soleil est rompu par un plan vertical dans une position quelconque, le sinus de la hauteur du rayon incident au-dessus de l'horizon, sera au sinus de la hauteur du rayon rompu, en raison donnée du sinus d'incidence au sinus de réfraction,	49
PROP. III. Dans toute hauteur donnée du Soleil, les sinus que les plans verticaux menés par le rayon incident & par le rayon rompu, forment avec un plan vertical perpendiculaire au plan vertical réfringent, sont en raison donnée, composée de la raison directe des sinus des hauteurs du rayon incident & du rayon rompu, & de la raison inverse de leurs cosinus,	50
PROP. IV. Si un rayon du Soleil, tombant obliquement sur la surface d'un cylindre droit transparent, dont les bases sont parallèles à l'horizon, est rompu par ce cylindre & réfléchi en dedans un certain nombre de fois, ou s'il n'est nullement réfléchi avant que d'en sortir par la réfraction, le Soleil vu par un rayon émergent quelconque, paroîtra à la même hauteur que s'il étoit vu par les rayons directs,	52
PROP. V. Lorsque les rayons du Soleil sont tellement rompus à travers les côtés d'un cylindre droit, qu'ils touchent le côté d'un moindre cylindre sur le même axe, il est question de trouver l'inclinaison du plan vertical des rayons incidents, avec le plan vertical des rayons émergents, lorsque le Soleil a une hauteur donnée, & que la raison des diamètres de ces cylindres est donnée,	53
PROP. VI. Lorsque les rayons du Soleil sont rompus par le côté d'un cylindre droit, de manière qu'ils touchent le côté d'un cylindre intérieur concentrique d'un diamètre donné, & qu'ils sont réfléchis par la surface du cylindre extérieur un certain nombre de fois avant que d'en sortir par la réfraction; trouver l'inclinaison du plan vertical des rayons émergents,	54
PROP. VII. Le Soleil éclairant un cylindre droit dont l'axe est vertical, trouver le plus grand angle qu'un plan vertical de rayons émergents peut faire avec un plan vertical de rayons incidents, après un nombre donné de réfractions,	55
CHAPITRE XII. Déterminer les figures apparentes, les grandeurs & les distances des grands objets, vus par des rayons qui tombent sur des surfaces réfléchissantes ou réfringentes, non-seulement par des directions perpendiculaires ou presque perpendiculaires, mais par des degrés quelconques d'obliquité. Prop. I. Par des directions perpendic.	58
Les courbes réfléchissantes & réfringentes étant données avec leurs intervalles entr'elles & leurs distances à l'œil & à l'objet; trouver si l'objet paroîtra convexe ou concave vers l'œil,	62
Peindre sur un plan une copie difforme d'une peinture originale, laquelle paroîtra régulière étant vue d'un point donné, par des rayons réfléchis sur un cylindre poli & placé sur un cercle égal à sa base,	75

DES MATIERES.

- Apparences aux travers des verres plans & des verres d'épaisseurs inégales, 77
- Figures apparentes au travers des lentilles, 78
- Figure d'un objet vu dans un miroir elliptique, ou hyperbolique, parabolique & sphérique, 78
- Phénomènes des objets vus des deux yeux dans un miroir sphérique, 80
- Explication d'un phénomène remarquable, 82
- CHAPITRE XIII. Continuation de la théorie sur l'aberration des rayons pour découvrir les limites des microscopes de réflexion & de réfraction, 84
- PROP. I. Ayant le foyer des rayons homogènes qui tombent sur une surface sphérique, trouver les aberrations des rayons rompus ou réfléchis, 84
- PROP. II. Ayant le foyer des rayons homogènes qui tombent sur une lentille, trouver les aberrations des rayons rompus, 87
- PROP. III. Comparer les aberrations produites par la sphéricité de la figure de toutes sortes de verres, & déterminer le demi-diamètre d'un verre qui doit produire le moins d'aberrations, 90
- PROP. IV. Lorsque le foyer des rayons incidents homogènes n'est pas beaucoup plus éloigné de la lentille que la distance de son foyer, (comme dans les microscopes doubles) l'aberration latérale du rayon rompu le plus extérieur, est à celle d'un rayon qui vient du côté opposé, parallèle à l'axe, en raison directe des distances de ces foyers des rayons rompus à la lentille, 96
- PROP. V. Dans les microscopes qui n'ont qu'une seule lentille, un objet donné, placé dans leurs foyers principaux, paroîtra également distinct, si leurs ouvertures linéaires sont comme les distances de leurs foyers, 100
- PROP. VI. Dans les microscopes & télescopes de réfraction & de réflexion qui n'ont qu'un oculaire simple, la confusion apparente d'un objet donné, produite par chacune des deux espèces d'aberrations séparément, est en raison directe du quarré de la plus grande aberration latérale, produite dans l'image par le verre ou par le miroir objectif, & en raison inverse du quarré de la distance du foyer de l'oculaire à fort peu-près, 103
- PROP. VII. Faire un nouveau microscope de réfraction, qui grossisse un objet plus qu'un autre microscope donné, en raison donnée, avec le même degré de clarté & de distinction; autant que le peut supporter la différente réfrangibilité des rayons, & non la figure sphérique des objectifs, 108
- PROP. VIII. Faire un nouveau microscope de réfraction, qui grossisse plus un objet en raison donnée, qu'un microscope donné avec la même clarté & distinction, par rapport aux aberrations produites par la figure & avec plus de distinction, par rapport aux aberrations produites par les couleurs, 110
- PROP. IX. Faire un microscope composé de deux lentilles convexes, qui avec l'oculaire donné grossira en raison donnée, & dans lequel la clarté apparente de l'objet, & l'angle d'aberration pour les couleurs, seront les mêmes que dans un autre microscope donné, composé de deux lentilles données, 112
- PROP. X. Composer un microscope avec deux lentilles convexes, qui avec l'oculaire donné, grossisse l'objet en raison donnée, & dans lequel la

clarté apparente de l'objet & l'angle d'aberration par la figure soient les mêmes que dans un autre microscope donné composé de deux lentilles données,	114
PROP. XI. Faire un nouveau microscope de réflexion, qui grossisse plus qu'un microscope de réflexion donné, en raison donnée, avec la même clarté & distinction,	117
Microscope à double réflexion d'une nouvelle invention par théorie & par pratique,	124
Ayant toutes les dimensions d'un microscope double de réflexion, trouver l'angle d'aberration de l'oculaire,	130
Perfectionner ces microscopes, en diminuant l'aberration de l'oculaire,	133
Le lieu de l'objet & la longueur du microscope étant donnés, trouver les autres dimensions,	135
PROBLEME. Faire un télescope de la façon de <i>Gregory</i> ou de <i>Cassegrain</i> , lequel ayant une longueur donnée, ait un angle donné de clarté & de distinction, & qui grossisse autant que ces conditions peuvent le permettre,	147
Table des dimensions & de la force de quelques télescopes selon les méthodes de <i>Gregory</i> & de <i>Cassegrain</i> ,	152

LIVRE TROISIEME,

TRAITE MECHANIQUE.

CHAPITRE I. Manière de tailler & de polir les verres pour les télescopes,	
Manière de faire & de polir les bafins,	155
Comment il faut appliquer au tour les bafins de bronze,	156
Autre manière de faire de grands bafins,	159
Perfectionner le poli des bafins avec la pierre bleue,	160
Du choix des verres,	162
De la préparation des verres avant que de les polir,	163
Du travail des verres,	164
Donner aux verres le dernier & le plus fin poli,	167
Description des machines de Mr. <i>Hughens</i> pour polir,	172
CHAPITRE II. Manière de jeter en fonte, de travailler & de polir les métaux pour les télescopes de réflexion,	178
Moules pour les miroirs,	184
Composition du métal & manière de le fondre,	187
De grossir le métal,	188
Travailler le bafin de verre sur celui de cuivre,	189
Donner au métal la courbure du polissoir,	192
Trouver le rayon de la sphère du métal,	194
Corriger la figure du métal,	195
Signes d'un mauvais métal. Polir le métal,	197
Comment on éclaircit un miroir terni,	198
CHAPITRE III. Manière de centrer un objectif,	199

DES MATIERES.

xxij

Examiner si un objectif est bien centré ,	202
Placer le réticule au foyer du télescope ,	203
Détermination de la distance du foyer. Ce que c'est que la ligne de foi ,	204
Mécanisme pour faire mouvoir les fils ,	205
CHAPITRE IV. Rectification des pinnules télescopiques ,	206
Rectification d'un quart de cercle ,	207
D'un sextant , d'un télescope mobile ,	210
CHAPITRE V. Télescope méridional & ses usages. Ce que c'est ,	211
Description du télescope & de son aissieu ,	212
Niveau à bulle d'air ,	213
Comment on arrête le télescope. Comment on rectifie le réticule ,	216
Rectifier une pendule ,	217
Sans télescope. Trouver le méridien ,	218
Trouver le tems apparent , & les différences d'ascension droite & de déclinaison ,	219
Examiner le niveau , comment on doit choisir le tube pour le niveau ,	220
CHAPITRE VI. Instruments télescopiques pour prendre des hauteurs correspondantes avant & après le passage des astres par le méridien ,	221
Instrument de Mr. <i>Cotes</i> ,	221
Instrument du Comte <i>Ilav</i> ,	223
CHAPITRE VII. Préface ,	227
Description du quart de cercle mural de l'Observatoire de <i>Greenwich</i> ,	228
Comment on a balancé le télescope ,	233
Comment on a fait les subdivisions ,	235
Rectification de la ligne visuelle ,	237
CHAPITRE VIII. Manière de mesurer les petits angles avec un télescope ,	240
Ce que c'est que le micromètre & son usage ,	240
Micromètre de Mr. <i>Hughens</i> ,	241
Comment on observe les situations relatives des astres ,	242
Description d'un autre micromètre ,	245
Perfection du micromètre ,	246
Trouver les angles correspondans aux révolutions de la vis ,	248
La courbure apparente des fils ne produit aucune erreur ,	251
CHAPITRE IX. Secteur astronomique de Mr. <i>Graham</i> ,	252
Dimensions de l'instrument ,	255
Rectification de l'instrument ,	256
CHAPITRE X. Manier les grands télescopes sans tuyaux ,	257
Méthode de Mr. <i>Hughens</i> ,	258
De Mr. <i>de la Hire</i> ,	268
CHAPITRE XI. Télescope Nevvtonien par Mr. <i>Samuel Molyneux</i> ,	269
L'air pur nécessaire aux observations ,	274
Machine de Mr. <i>Hadley</i> pour mouvoir ce télescope ,	274
Télescope de réflexion de Mr. <i>Gregory</i> ,	276
Aberrations des rayons par un mauvais poli ,	277
CHAPITRE XII. Instrument de Mr. <i>Hadley</i> pour prendre les angles à la mer ,	278
Résultat d'une expérience de cet instrument ,	288
CHAPITRE XIII. Des lunettes de réflexion. Lunettes d'opera ,	289
Le Polimoscope ,	291

CHAPITRE XIV. Niveau télescopique & ses usages,	292
Manière de niveller,	293
Examen de la réfraction des rayons dans le nivellement,	295
Autre méthode de nivellement,	297
CHAPITRE XV. Machines Optiques pour former l'image des objets, & leur usage dans la peinture,	299
Apparence remarquable dans la peinture, faite dans un chambre obscure,	299
Usage pour dessiner,	300
Chambre obscure portative,	301
CHAPITRE XVI. Description du télescope binocle,	303
Apparence remarquable dans le binocle & à l'œil nud,	304
Raison de cette apparence,	305
Remarques sur le télescope binocle,	306
Expériences du Dr. <i>Jurin</i> pour sçavoir si un objet est plus clair aux deux yeux qu'à un seul,	306
Quelques phénomènes surprenants dans la double vision,	309
CHAPITRE XVII. Explication de la Lanterne Magique,	315
CHAPITRE XVIII. Méchanisme de différents microscopes avec quelques observations microscopiques. Faire les globules de verre pour les microscopes,	320
Comment les particules dans un globe transparent sont grossies,	321
Et en quelle proportion,	322
Description des petits animaux dans l'eau, &c.	324
Microscope d'eau par Mr. <i>Gray</i> ,	326
Description du microscope de poche de Mr. <i>Wilson</i> ,	327
Description du microscope double de Mr. <i>Marshall</i> ,	331
Moyen d'éclairer les objets microscopiques,	333
Détail des microscopes de Mr. <i>Leeuwenhoek</i> ,	335
Application du micromètre aux microscopes doubles,	337
Méthode du Dr. <i>Jurin</i> pour mesurer les objets microscopiques,	337
Observations sur les globules du sang,	338
Double microscope où les objets sont éclairés par réflexion,	341

LIVRE QUATRIEME.

TRAITE PHILOSOPHIQUE.

Contenant l'Histoire des découvertes télescopiques qui ont été faites dans le Ciel.

CHAPITRE I. Découvertes télescopiques dans le Soleil. Taches du Soleil,	343
Inclinaison de l'axe & de l'équateur du Soleil à l'écliptique,	345
Route apparente des taches du Soleil dans un tems donné,	346
Comment on observe le cours d'une tache,	347

DES MATIÈRES.

xxv

Tems périodique de la révolution apparente des taches,	348
Tems de la révolution du Soleil autour de son axe,	350
Grandeur absolue des taches,	351
Diminution imperceptible de la masse du Soleil,	351
CHAPITRE II. Découvertes télescopiques dans Mercure & Venus. Phases de Venus,	352
Phases des autres planètes,	354
Venus & Mercure visibles à midi,	354
Venus & Mercure visibles dans le disque du Soleil,	355
Révolution de Venus autour de son axe selon Mr. <i>Cassini</i> ,	359
Selon Mr. <i>Blanchini</i> ,	360
Position de l'axe de Venus,	361
Observations conciliées par Mr. <i>Cassini</i> le Fils,	363
CHAPITRE III. Découvertes télescopiques dans la Lune,	364
Surface de la Lune hérissée de montagnes,	365
D'où vient que le limbe de la Lune ne paroît pas montagneux,	366
Montagnes de la Lune plus hautes que celles de la terre,	366
Cartes de la Lune,	367
Petit espace qu'on peut découvrir dans la Lune,	368
Altérations insensibles dans les taches de la Lune,	369
Elle n'a point d'atmosphère,	369
Phénomène de la libration,	370
CHAPITRE IV. Découvertes télescopiques dans Mars. Phases de Mars,	371
Taches obscures dans Mars & le tems périodique de leur révolution,	371
Taches brillantes. Position de son axe,	373
Conjecture d'une atmosphère autour de Mars,	373
CHAPITRE V. Découvertes télescopiques dans Jupiter. Ses Satellites,	374
Observation des bandes & des taches de Jupiter. Deux sortes de taches,	376
Changements observés dans les bandes & taches de Jupiter,	379
Figure elliptique de Jupiter,	380
Taches sur les Satellites,	380
Passage du corps & de l'ombre du 4 ^e . Satellite sur le disque de Jupiter,	382
Table des Satellites de Jupiter,	383
Application à la découverte des longitudes terrestres,	383
Vitesse de la lumière,	383
CHAPITRE VI. Découvertes télescopiques dans Saturne,	385
Observations d' <i>Hughens</i> ,	386
Dimensions de Saturne & de son anneau, & son inclinaison,	387
Cet anneau paroît double,	389
Longitude des nœuds de l'anneau,	392
Comment on trouve le tems de la phase ronde & le tems où le plan est éclairé,	392
Conjecture que l'anneau tourne autour d'un axe,	393
Découverte du premier Satellite par <i>Hughens</i> & des autres quatre par <i>Cassini</i> ,	393
Table des leurs mouvements,	394
Distances moyennes & tems périodiques des planètes,	395
Diamètres réels du Soleil & des planètes,	395

CHAPITRE VII. Découvertes télescopiques dans les étoiles fixes,	397
Taches brillantes parmi les étoiles fixes,	397
Nouvelles étoiles, leur origine,	399
Efforts pour découvrir une parallaxe annuelle dans les étoiles,	400
Observations & phénomènes,	401
Hypothèse de Mr. <i>Bradley</i> pour les concilier,	402
Vitesse & propriétés de la lumière des étoiles,	405
Parallaxe réelle insensible,	406
Télescope parallaxique de Mr. <i>Molyneux</i> ,	407

A D D I T I O N S.

I. Expériences pour déterminer les limites de la vision distincte & indistincte,	409
Expériences sur des objets éclairés par une lumière du Soleil très-forte,	411.
Expériences sur le terme de la vision des objets par une lumière foible,	412
Quelle est la loi qui résulte de ces expériences, pour déterminer le terme de la vision,	414
Comparaison de la lumière du jour, avec celle d'une chandelle,	415
Le terme de la vision est en raison inverse de la $\sqrt{}$ de la clarté,	415
Mesure de la clarté,	416
II. Phénomène d'Optique sur le champ de la vision à un œil seul,	417
III. Des lunettes achromatiques ou sans couleurs,	418
PROBL. I. La distance focale d'une lunette étant donnée, avec l'une des deux surfaces du verre & une autre du crystal, trouver le demi-diamètre des deux autres surfaces,	434
Corollaire. Lorsque le crystal est placé du côté de l'objet, même calcul,	436
PROBL. II. Trouver la plus grande ouverture qu'on puisse donner à une lunetteachr. Remarques sur ce <i>maximum</i> ,	437
PROBL. III. Trouver l'amplification linéaire,	440
PROBL. IV. L'ouverture étant donnée, trouver l'épaisseur qu'on doit donner au verre,	441
LEMME. Déterminer les foyers du verre & du crystal,	441
PROBL. V. Le foyer de la lunette de chaque objectif étant donné, trouver l'intervalle des deux objectifs pour la vision parfaite,	442
PROBL. VI. Détruire les couleurs produites par les oculaires,	443
PROBL. VII. Solution des mêmes Problèmes, lorsque le crystal est entre deux verres,	444
PROBL. VIII. Trouver la réfraction & la dispersion pour toutes sortes de liqueurs,	446
Corollaire. Application au <i>Flingglass</i> & autres verres,	449
Mémoire de Mr. <i>Klängenstierna</i> sur l'aberration de sphéricité,	451
Problème. La figure d'une lentille réfringente étant donnée, trouver le point	

DES MATIERES.

xxivj

point de concours de l'axe avec un rayon rompu quelconque ,	454
Réduction de l'aberration ,	455
PROBLEME. Trouver les deux rayons de convexités d'une lentille , dont l'aberration de sphéricité soit la moindre ?	457
PROBLEME. Les positions & les distances des foyers d'un nombre quelconque de lentilles étant données , trouver les rayons de leurs convexités pour détruire l'aberration dans le dernier foyer ?	464
Exemple I. On demande une lunette composée de deux lentilles qui soit exempte d'aberration , & qui grossisse les objets en raison donnée ,	464
Exemple numérique ou application au verre & au <i>Flintglass</i> ,	467
Exemple II. On demande les rayons des convexités ou des concavités de deux objectifs contigus , qui réunissent sans aberration les rayons parallèles à l'axe ?	468
Exemple III. On demande une lunette composée de trois lentilles dont les deux premières contigues forment le double objectif sans aberration ?	468
PROBLEME. Etant données les positions d'un nombre quelconque de lentilles , détruire l'aberration des couleurs ?	474
Exemple numérique & application au verre & au <i>Flintglass</i> ,	476
Objectif exempt des deux aberrations ,	477
Manière de déterminer fort exactement le foyer des lunettes Achromatiques , eu égard aux épaisseurs du verre & du crystal ,	479
Théorie de la lunette de M. <i>Dollond</i> qui grossit 150 fois ,	482
Théorie des Prismes sans couleurs ,	483
Former un Prisme variable de verre ou de crystal ?	489
Ayant un Prisme de crystal , trouver la plus grande divergence des couleurs & la réfraction moyenne ?	490
Secteur catadioptrique de M. <i>Segner</i> ,	491
Microscope solaire ,	495
Manière de perfectionner la Lanterne magique & le Microscope solaire par M. <i>Euler</i> ,	498
Chambre obscure pour les objets de 6 pieds de diamètre ,	501
Pour les objets d'un pied de diamètre ,	503
Pour les objets de deux pouces de diamètre ,	504
Pour les objets de deux lignes de diamètre ,	506
Nouveau micromètre solaire par M. <i>Æpin</i> ,	508
Nouvelle manière de mesurer avec beaucoup de facilité la distance angulaire des Astres , & en général tous les angles qui sont dans des plans fort inclinés ,	511
Nutation de l'axe de la Terre ,	514
Mouvement réel des Etoiles ,	521
Variation de l'obliquité de l'Ecliptique ,	522
Nouvelle manière de déterminer le mouvement du Soleil autour de son axe ,	524
Déterminer un angle sphérique par observation ?	525
Trouver la longitude , la latitude & la révolution d'une tache du Soleil ?	526
Trouver la longitude & la latitude du pôle de rotation & l'inclinaison de son axe ?	527
Exemple d'une observation faite à Marseille.	527

Déterminer l'angle du micromètre de manière que l'erreur d'une seconde de tems ne puisse produire qu'une demi-seconde de degrés dans l'angle mesuré,	528
Déterminer le diamètre vertical du Soleil, de manière que l'erreur d'une seconde de tems, ne puisse produire qu'une erreur d'une seconde de degrés,	530
Nouveau quart de cercle Astronomique,	532

Fin de la Table des Matières.

Fautes à corriger dans le premier Volume.

- P. Age 43, ligne 9 des remarques, Prisme, *lisef* Premier.
 P. 52, n. 31, lig. 4, lumière, *lif.* lentille.
 P. 76, n. 10, *lif.* que cette découverte a été faite.
 P. 87, lig. 14, troisième, *lif.* treizième.
 P. 92, lig. 4, sons, *lif.* sens.
 P. 111, art. 160, lig. 7, de allée, *lif.* d'une allée.
 P. 154, lig. 15, $\times MQ^2$, *lif.* $-\ MQ^2$.
 P. 166, lig. 31, 35, *lif.* 25.
 P. 209, lig. 12, d^2 , *effacez* d .
 P. 252, Fig. 198, 199, *lif.* 194, 195.
 P. 259, lig. 8, blanc, *lif.* papier blanc.
 P. 332, prop. 2, cercle E, *lif.* centre E.
 P. 343, art. 261, lig. 1, grande, *lif.* petite.
 P. 349, art. 274, lig. 15 — $\frac{1}{a}$, *lif.* $+\frac{1}{a}$.
 P. 363, lig. 5, Aa, Bb, Cc, *lif.* Ab, Ac, Bc.
 P. 369, lig. 4, en montant, $\frac{5}{t}$ *lif.* $\frac{t}{5}$.
 P. 377, art. 332, lig. 3, AP², *lif.* AP³.
 P. 388, lig. 5, raison, *lif.* racine; lig. 10, &, *lif.* & en.
 P. 409, lig. 3 en montant $\equiv PL$, *lif.* $\equiv PL$.
 P. 425, art. 430, lig. 7, SR, *lif.* SL.
 P. 427, lig. 4 en montant, dK, *lif.* dR.
 P. 433, lig. 6, l'arc, *lif.* l'axe.
 P. 441, lig. 8, DIC, *lif.* DCI.
 P. 442, art. 479, lig. 5, CD, *lif.* CE.
 P. 455, lig. 4, avant l'art. 497, PQ, *lif.* BQ.

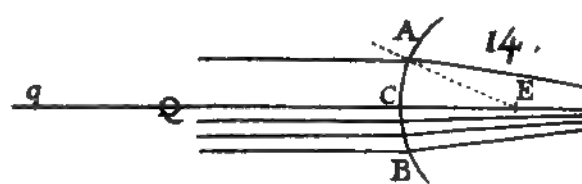
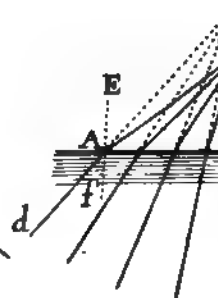
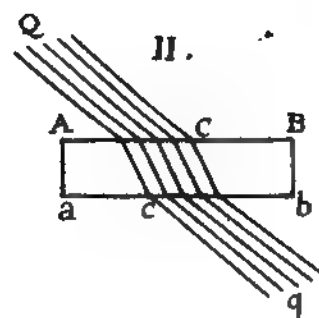
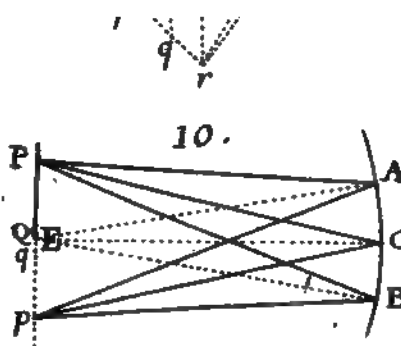
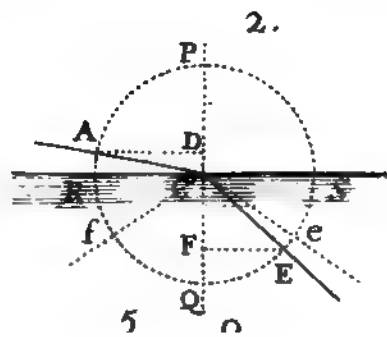
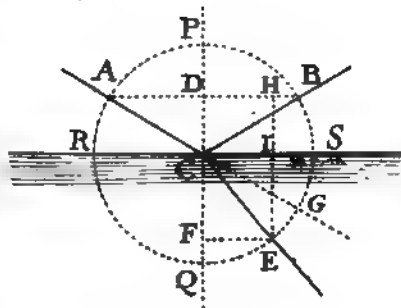
Fautes à corriger dans le second Volume.

- P. Age 34, ligne 10, N, lisez H. G, lisez B. ligne 29, 65°. lisez 90°.
- P. 50, lig. 12, PDE, lif. FDE.
- P. 51, lig. 11, DFxGL, lif. DExCF. Art. 586, lig. 10, 180, lif. 187.
- P. 60, art. 601, lig. 7 ydx, lif. ydx.
- P. 61, lig. 19, raison, ajoutez de minorité.
- P. 88, lig. 2, portions, lif. positions.
- P. 93, art. 669, lig. 9, (61, lif. 6 (1.
- P. 97, art. 684, lig. 3, divisés, lif. dérivés.
- P. 132, art. 43, lig. 2, $\sqrt{\frac{1+00-\frac{1}{4}aa}{2+00}}$, lif. $\sqrt{\frac{1+00-\frac{1}{2}aa}{1+00}}$.
- P. 137, art. 70, lig. 2. mm, lif. mn.
- P. 143, lig. 6, aDd, lif. aAd.
- P. 148, lig. 2, $r-1$, lif. $r+1$; art. 129, lig. 8, $=1+$, lif. $=)1+$.
- P. 151, art. 145, lig. 4, 1. 10, lif. 1. 10; art. 146, lig. 1 $r+\frac{n}{rr}$, lif. $r+n+\frac{n}{rr}$.
lig. 2, lif. 2 & 4 pour 2 & 4.
- P. 310, lig. pénul. lieux, lif. yeux.
- P. 398, art. 172, apparence, lif. parallaxe.
- P. 440, en bas, effacez 40, =.
- P. 442, à la fin du Lemme, $-\frac{3a}{8}$, lif. $-\frac{3a}{4}$.
- P. 443, ajoutez à la fin du Probl. 5, lorsque $b=-\frac{3a}{4}$, on a $x=$, $06a$, & lorsque $c=-\frac{3a}{4}$, on a $x=$, $375a$.
- P. 450, lig. dernière, convexités, lif. courbures; lig. 5 en montant, plan-convexe, lif. l'un plan-concave & l'autre plan-convexe.
- P. 456, n°. 2, lig. 2, $\frac{r}{(i-r)P^2}$, lif. $\frac{r}{(i-r)P}(\frac{r}{(i-r)P^2})$.
- P. 457, lig. 7, P, lif. $\frac{1}{P}$; lig. 6, $\frac{1}{Aa}$, lif. $\frac{i-r}{r} \times \frac{1}{Aa} + \frac{1}{Bb}$; lig. 12 $(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})$, lif. $(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})^2$.
- P. 459, lig. 1 $(\frac{da}{Aa^2}+\frac{db}{Bb^2})$ lif. $(\frac{da}{Ba^2}+\frac{db}{Ab^2})$.
- P. 462, n°. 1, lig. 2, $(4i+r)$, lif. $(4i-r)$.
- P. 463, lig. antepen. B^2 , lif. B^2 , P^2 , lif. P^2 .
- P. 467, lig. 4, $f=\frac{(4i+r)}{4(i-r)^2}$ lif. $f=\frac{(4i-r)r}{4(i-r)^2}$, & corrigeant tout le calcul en conséquence vous aurez $a=\frac{1}{5}$. $b=\infty$ $a'=\frac{-18}{10\pm 207}$. $b'=-\frac{18}{140\mp 107}$; appliquant ensuite la même correction aux premières lignes de la page 469, vous aurez
 $a=\frac{213R}{1271}$. $b=\frac{213R}{149}$. $a'=\frac{-335R}{27,5046}$. $b'=\frac{-335R}{32,4954}$.
- P. 468, lig. 4. $A^2 P^3$, lif. $A^2 P^3 g$. $B^2 P^3$, lif. $B^2 P^3 g$.
- P. 474. lig. 6, en montant, $A^2 A^2$, lif. $A^2 A^2$.
- P. 476, lig. 2 $\frac{m P P'}{P+P'}$, lif. $\frac{P+P'}{m P P'}$.
- P. 479, art. 1, lig. 3, lif. $\frac{r}{1-t\frac{-tr(m-1P-R)}{b(m-1.P-R)-mPR}}$.
- P. 480, lig. pénul. d 9, lif. d 9.
- P. 499, art. 3, lig. pénul. \sqrt{f} , lif. $\sqrt{f f}$.



Planche 1.

Fig. 1.



COURS COMPLET D'OPTIQUE.



LIVRE PREMIER, TRAITÉ POPULAIRE.

CHAPITRE PREMIER,

Sur la nature de la Lumière.

1.

LES propriétés & les effets de la Lumière sont tellement semblables aux propriétés & aux effets des corps d'un volume sensible, qu'il y a tout lieu de croire que la Lumière est composée de particules très-petites de la matière séparées les unes des autres, comme le remarque M. Newton

La Lumière
est composée
de parties.

dans son Optique, *quest.* 29, p. 345; ces particules s'écoulant continuellement des corps lumineux, & se dispersant de tous côtés par la réflexion des autres corps, impriment sur les organes de la vue le mouvement particulier qui excite dans

Tom. I.

A

notre ame le sentiment de la Lumière. Mais il suffit à présent de remarquer que la Lumière est composée de parties qui se succèdent les unes aux autres en lignes droites & qui se répandent dans le même tems en diverses lignes ; car on peut dans un même lieu arrêter celle qui vient dans un instant & laisser passer celle qui vient immédiatement après , & l'on peut dans un même tems arrêter la Lumière dans un endroit & la laisser passer dans un autre. Or il est clair que la partie de Lumière qui est arrêtée, n'est pas la même que celle qu'on laisse passer.

Ce que c'est
qu'un rayon
de Lumière.

2. La plus petite Lumière ou partie de Lumière que l'on peut arrêter ou séparer du reste de la Lumière , ou que l'on peut faire passer toute seule , ou qui produit quelque effet , ou reçoit quelque impression que le reste ne produit pas ou ne reçoit pas , se nomme rayon de Lumière , ainsi que M. Newton l'a définie dans son Optique , *part. 1.* On voit clairement par l'ombre des corps , ou par le passage de la Lumière dans les petits trous d'une chambre obscure pleine de poussière ou de fumée , que les rayons de Lumière s'étendent en ligne droite. D'ailleurs on ne peut pas voir les corps dans un tuyau recourbé , & l'on cesse de les voir dès qu'un autre corps est interposé ; c'est ainsi que l'interposition de la Lune & des planètes rend invisibles les étoiles fixes , & cache à nos yeux une partie du Soleil. On peut donc représenter par des lignes droites les rayons de Lumière , non par des lignes mathématiques , mais par des lignes droites physiques qui sont décrites par le mouvement des particules de la Lumière , & le point où tombe un rayon sur une surface doit être regardé comme un point physique.

Manière
dont se fait la
réflexion & la
réfraction.

Fig. 1.

3. Lorsqu'un rayon de Lumière tombe obliquement sur une surface bien polie , il change de route par la réflexion ou par la réfraction en cette manière. Supposons que le papier où les figures suivantes sont décrites soit perpendiculaire à la surface d'une eau dormante , & qu'il la coupe dans la ligne RS. Si un rayon de Lumière vient tomber selon la direction AC au point C de la ligne RS , & si la ligne PCQ est perpendiculaire à la surface de l'eau , ce rayon pourra être réfléchi en C & retourner dans l'air , & alors il décrira la ligne droite CB , qui forme avec la perpendiculaire CP un angle PCB exactement égal à l'angle PCA.

Mais si le rayon qui parcourt la droite AC entre dans l'eau, il ne suivra plus la même droite prolongée CG, mais il se rompra ou se pliera en C & décrira une autre droite CE qui formera avec la perpendiculaire CQ un angle ECQ moindre que l'angle ACP; & la position de la ligne CE sera telle, que si l'on décrit un cercle autour du centre C, qui coupe en A la ligne CA, & en E la ligne CE; les perpendiculaires AD & EF abaissées des points A & E sur la ligne PQ, auront toujours la même proportion entr'elles, de quelque grandeur que soit l'angle ACP. Lorsqu'un rayon entre dans l'eau, la ligne EF est toujours les trois quarts de la perpendiculaire AD.

4. Dans ces deux cas la ligne AC se nomme rayon incident, CB le rayon réfléchi, & CE le rayon rompu; C le point d'incidence, PCQ la perpendiculaire d'incidence, ACP l'angle d'incidence, BCP l'angle de réflexion, ECQ l'angle de réfraction; AD le sinus d'incidence ou de l'angle d'incidence, & EF le sinus de réfraction ou de l'angle de réfraction. Quelques Auteurs appellent ACP l'angle d'inclinaison, ECQ l'angle rompu, & leur différence ECG l'angle de réfraction; on peut l'appeller angle de déviation.

Des angles
& sinus d'in-
cidence & de
réfraction.

5. On appelle milieu l'espace vuide ou le corps transparent que le rayon de Lumière peut traverser. Les milieux sont plus denses à proportion qu'ils ont plus de poids sous le même volume; & on a trouvé par expérience (*Newt. Opt. p. 245.*) que la force qu'ils ont de réfléchir & de rompre la Lumière est plus grande à proportion qu'ils sont plus denses à fort peu près.

Du milieu

6. Comme on a découvert & confirmé par un grand nombre d'expériences répétées plusieurs fois sur la Lumière & les corps de toutes les espèces tant fluides que solides, les propriétés précédentes de la réflexion & de la réfraction, sans y avoir trouvé aucune exception, on peut les regarder comme le principal fondement de toute l'Optique, & on les nomme Loix de réflexion & de réfraction. Newton les a exprimées de la manière suivante.

Loix de ré-
flexion & de
réfraction.

7. Les angles de réflexion & de réfraction sont dans le plan de l'angle d'incidence, c'est-à-dire dans le plan qui passe par le rayon incident & par la perpendiculaire PQ au point d'incidence.

1^{re}. Loi

2^e. Loi

8. L'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence.

A ij

1^{re}. Conseq. 9. D'où il suit que les rayons d'incidence & de réflexion sont également inclinés au plan réfléchissant, c'est-à-dire que les angles ACR & BCS sont égaux entr'eux, comme on le voit en retranchant les angles égaux PCA & PCB des angles égaux PCR & PCS .

2^{re}. Conseq. 10. Il suit aussi que lorsque le rayon incident est perpendiculaire à la surface qui le réfléchit; il revient directement le long de la même perpendiculaire, comme on le voit, en diminuant les angles égaux d'incidence & de réflexion, jusqu'à ce que les rayons AC , CB se confondent avec la perpendiculaire CP .

3^e. Loi. 11. Si le rayon réfléchi ou rompu revient directement au point d'incidence, il sera réfléchi ou rompu dans la même ligne qu'il avoit décrite auparavant.

4^e. Loi. 12. La réfraction qui se fait dans le passage d'un milieu plus rare à un milieu plus dense, se fait vers la perpendiculaire; de manière que l'angle de réfraction est moindre que celui d'incidence.

5^e. Loi. 13. Le sinus d'incidence AD est au sinus de réfraction EF , exactement ou à fort peu près en raison donnée, c'est-à-dire que le sinus de tout angle d'incidence plus grand ou plus petit que PCA est au sinus de son angle de réfraction, comme AD est à EF . On a trouvé par expérience que si la réfraction se fait en passant de l'air dans l'eau, le sinus d'incidence du rayon rouge est à son sinus de réfraction comme 4 est à 3; si elle se fait en passant de l'air dans le verre, comme 17 est à 11, ou à fort peu près comme 3 est à 2. Dans les rayons qui ont d'autres couleurs, les sinus d'incidence & de réfraction ont d'autres proportions, mais la différence en est si petite qu'on a rarement occasion d'y faire attention.

2^{de}. Conseq. 14. De-là il suit que l'angle d'incidence ACP croissant, l'angle correspondant de réfraction croît aussi, parce que la raison de leurs sinus AD , EF ne peut pas être toujours la même, à moins qu'ils ne croissent tous deux à la fois. Par conséquent si deux angles d'incidence sont égaux entr'eux, les angles de réfraction le seront aussi; au contraire, lorsque l'angle d'incidence diminue, l'angle de réfraction diminue aussi; de manière que si l'un de ces angles devient infiniment petit, l'autre est aussi infiniment petit.

3^e. Conseq. 15. De-là vient que si le rayon d'incidence se confond avec

la perpendiculaire , il continue sa route sur la même ligne dans l'autre milieu sans se rompre en aucune manière.

16. Il suit aussi que l'angle d'incidence croissant continuellement, le rayon de réfraction s'écarte toujours plus de la route du rayon incident ; c'est-à-dire que si l'on prolonge AC en G, l'arc EG & l'angle ECG de déviation croît continuellement. Car lorsque l'angle d'incidence dans l'air approche fort de l'angle droit, & que par conséquent le rayon incident devient presque parallèle à la surface de l'eau, ce rayon se rompt en C comme dans la 2^e. figure, où EF sinus de réfraction étant toujours les trois quarts de AD (art. 13) est maintenant les trois quarts du rayon du cercle. Par où l'on trouve (par les tables des sinus) que cet angle de réfraction ECQ est d'environ $48\frac{1}{2}$ degrés, & qu'ainsi l'angle de déviation ECS, qui est ici son complément à 90° est de $41\frac{1}{2}$ degrés. La déviation à la surface du verre est plus grande qu'à la surface de l'eau ; la raison des sinus étant plus grande, c'est-à-dire comme 3 à 2, ou à fort peu près comme 31 à 20 ; par où l'on trouve que l'angle ECQ est d'environ 40 & ECS 50 degrés.

3^e. Confeg.

Fig. 2.

17. La réfraction & la déviation est la même, lorsque le rayon revient le long des mêmes lignes EC, CA ; & si l'angle d'incidence ECQ est un peu plus grand que $48\frac{1}{2}$ degrés dans l'eau & que 40 dans le verre, ce rayon EC ne se rompra plus dans l'air, mais se réfléchira selon la ligne Cf, de manière que l'angle de réflexion QCf sera égal à l'angle d'incidence QCE, comme on le verra par expérience dans le Chap. 6^e.

Réfraction
changée en
réflexion.

18. On peut aisément se convaincre de la vérité de ces Loix & de leurs conséquences par l'expérience suivante. Décrivez sur une planche bien polie autour du centre C un cercle PRQS (Fig. 1.) le plus grand que vous pourrez, & ayant mené les deux diamètres PQ, RS, perpendiculaires entr'eux, coupez du point P deux arcs égaux PA, PB ; & menez au centre les droites AC, BC ; ensuite ayant placé trois pointes perpendiculaires à la planche aux points A, B, C, vous plongerez la planche dans l'eau jusqu'au diamètre RS & la tenant perpendiculaire à la surface de l'eau, vous viserez le long des pointes A & C, & vous verrez dans l'eau l'image de la pointe B le long de la ligne AC prolongée. Ce qui fait voir que le rayon

Preuve ex-
périmentale
de ces loix
de réflexion
& de réfrac-
tion.

de Lumière qui vient de la pointe B est réfléchi par l'eau au point C, le long de la ligne CA à l'œil du spectateur. Si la pointe qui est en C touche l'eau, elle troublera le poli de la surface de l'eau : ainsi il vaut mieux la placer un peu au dessus du centre dans la ligne CA. La même chose arrivera si la réflexion est produite par un autre corps fluide ou solide, comme on peut l'éprouver en coupant le demi cercle inférieur, & plaçant le diamètre RS du demi cercle supérieur sur la surface d'un miroir.

Menez sur la même planche la droite AB qui coupe CP en D, & prenez sur les lignes DB & CS les parties DH & CI, égales chacune aux trois quarts de DA, & par les points H, I, menez la droite HIE qui coupe la circonférence en E ; la perpendiculaire EF à PQ sera égale à DH ou aux trois quarts de DA. Placez ensuite une autre pointe en E, & ayant plongé la planche dans l'eau comme ci-devant, la pointe qui est en E paroîtra à l'œil dans une même ligne avec les pointes A & C. Ce qui fait voir que le rayon de Lumière qui vient de la pointe E est tellement rompu en C, qu'il arrive à l'œil par la ligne CA ; & par conséquent lorsque la réfraction se fait en passant de l'eau à l'air, le sinus d'incidence EF est au sinus de réfraction AD comme 3 est à 4. Si l'on place d'autres pointes dans la ligne CE, elles paroîtront toutes dans la ligne AC prolongée, & toute la ligne CE ne paroîtra dans l'eau que comme un prolongement de la ligne AC. Ce qui fait voir que le rayon de Lumière qui vient de la pointe E, décrit dans l'eau une ligne droite, & qu'il ne se rompt qu'à la surface. Au contraire, si l'on prend le moment où le Soleil est précisément assez haut pour que l'ombre de la pointe A se confonde avec la ligne AC, cette ombre rompue se confondra avec la ligne CE ; ou quelle que soit la hauteur du Soleil, si l'on meut la pointe A en haut ou en bas de manière que son ombre tombe sur le centre C, & qu'on arrête la planche dans cette situation ; si l'on fixe ensuite la pointe du compas sur un point de l'ombre rompue, on verra lorsqu'on aura tiré la planche de l'eau, & qu'on aura mené une ligne de ce point au centre & à la circonférence, que la raison des nouveaux sinus sera la même qu'auparavant, de 4 à 3.

19. Enfin on doit observer qu'un rayon de Lumière se réfléchit

ou se rompt sur une surface sphérique selon les mêmes loix , comme s'il se réfléchissoit ou se rompoit sur un plan qui toucheroit la surface sphérique au point d'incidence. Soit A C un rayon de Lumière qui tombe sur un point de la surface sphérique M C N , représentée par l'arc M C N dont le centre est en O ; menez par les points O & C la droite P Q & la perpendiculaire R C S à cette droite , pour représenter une surface plane qui touche la surface sphérique en C. Or, puisque un rayon de Lumière doit être regardé comme une ligne physique, & qu'il est rompu ou réfléchi dans un point physique commun aux deux surfaces M C N & R C S , il suit que le rayon rompu ou réfléchi suivra la même route dans l'un & l'autre cas ; ce qui est conforme à toutes les expériences.

Application
aux surfaces
sphériques.

Fig. 3.

R E M A R Q U E S.

M. *Hughens* nous donne au commencement de sa Dioptrique, pag. 1, l'histoire de la découverte des réfractions en cette manière. » Les anciens n'ignoroient pas que les rayons de Lumière se brisoient dans l'eau ou dans les autres corps transparents, & qu'ils ne suivoient plus la même ligne droite ; car on trouve parmi les problèmes d'Aristote une question sur la courbure apparente des rames, & l'on dit qu'Archimède avoit composé un petit livre sur l'apparence d'un anneau dans l'eau, où il étoit sans doute question de cette inflexion des rayons & de l'erreur des sens à cette occasion. *Albazen*, Auteur Arabe, & *Virellion* nous disent que les angles d'incidence & de réfraction sont en raison donnée & s'imaginent l'avoir bien prouvé par quelques expériences ; mais comme on a trouvé dans les grands angles d'incidence que cette proportion étoit fautive, les Auteurs recents se sont attachés à examiner cette matière de plus près.

Histoire de la
découverte des
réfractions.

Kepler entr'autres fit beaucoup d'expériences qui lui furent utiles *. Mais ceux qui sont venus après lui ont profité de ses essais & de ses conjectures. Après qu'on eut inventé les Télescopes, on trouva que ce sujet meritoit plus d'attention qu'auparavant, & l'on s'y appliqua avec plus d'ardeur. Ce fut *Snellius Willebrord* qui, après un grand nombre d'expériences difficiles, découvrit le premier la vraie proportion des incidences & réfractions ; mais il ne comprenoit pas assez lui-même jusqu'où alloit sa découverte. Voici quelle fut son expérience.

* Paralipomena
ad Virellionem.

Soit A B la surface de l'eau & un objet au fond en D, que l'œil en F voit dans la ligne F C, il prolongea F C jusqu'au point G où cette ligne rencontroit la perpendiculaire D A à la surface A B, & il concluoit que l'image de l'objet D étoit en G, & que C D étoit à C G en raison donnée, comme celle de 4 à 3 dans l'eau. Cela est très vrai & s'accorde parfaitement avec notre troisième loi ; parce que par la propriété connue des triangles, C D : C G :: le sinus de l'angle C G D ou A G C ou H C F : au sinus de C D G ou D C E, qui sont les angles d'incidence & de réfraction.

Fig. 4.

Mais *Snellius* ne fit pas attention que c'étoit là la proportion des sinus ; car étant préoccupé de l'idée que tout dépendoit du lieu de l'image, il crut que même dans la perpendiculaire C H, il y avoit une réfraction, ou comme il le prétend fauf-

sement, une décurtation ou raccourcissement du rayon visuel, & il tomba dans cette erreur en voyant que tout le fond du vaisseau paroissoit s'élever lorsqu'on le regardoit de haut en bas. Mais la vraie cause de cette apparence vient de la tendance des rayons de Lumière aux deux yeux tout à la fois. (Ici *Hughens* se trompe autant que *Snellius*; car le fond du vaisseau ne paroît pas moins élevé à un oeil seul qu'à tous les deux. On donnera la vraie cause de cette apparence dans les articles 139. 145. & 146). J'ai vu le livre que *Willebrord* a écrit sur cette matière, & qui n'a pas été imprimé, & j'ai oui dire que *Descartes* l'avoit vu aussi. C'est de là peut-être qu'il a conclu que la vraie mesure des réfractions devoit se tirer des sinus des angles d'incidence & de réfraction. C'est ce qu'il a appliqué fort heureusement à l'explication de l'arc-en-ciel, & à déterminer la figure des verres propres à leur faire rompre la Lumière vers un point donné.

CHAPITRE II.

Sur les Verres.

Qu'est-ce
qu'un objet &
comment il
éclaire ?

20. **C**OMME chaque point d'un corps lumineux lance continuellement des rayons de lumière & les disperse de tous les côtés dans toutes les directions possibles, de même les autres corps qui en sont éclairés & où tombent ces rayons, les renvoyent continuellement de chaque point. Car tous les points d'un corps opaque ainsi éclairés, sont visibles aux yeux dans tous les points de l'espace & à chaque instant, aussi bien que les points du corps lumineux qui les éclaire. On peut ranger en cette manière les rayons innombrables qui partent de tous les corps visibles que l'on appelle objets. On regardera la surface de l'objet comme composée de lignes physiques, & ces lignes comme composées de points physiques. Enfin on concevra tous ces points comme lançant des rayons de toutes parts. On ne considère ordinairement un objet que comme une ligne physique ; car autant que la grandeur apparente, l'éclat ou la distinction de cette ligne augmente ou diminue, autant aussi le diamètre ou la grandeur d'un objet est augmentée ou diminuée.

Foyer, pinceau, rayons
parallèles.
Fig. 5.

21. Le point Q d'où les rayons s'écartent & sont divergents, ou vers lequel ils sont convergents (lorsqu'on les fait revenir au même point quoiqu'ils n'y arrivent pas toujours) se nomme leur foyer, & dans l'un & l'autre cas, chaque parcelle de ces rayons, comme QBC ou QBA prise séparément, se nomme un pinceau de rayons. On dit que ces rayons appartiennent à ce foyer, soit qu'il soit proche ou à une distance immense, & dans

dans ce dernier cas on regarde les rayons comme parallèles entr'eux, parceque la différence de leurs distances en deux points donnés est insensible.

22. La figure 6 représente un pinceau de rayons QC , qui tombant en lignes parallèles sur une surface plane bien polie, représentée par la ligne ACB , en est réfléchi par autant d'autres lignes parallèles Cq , lesquelles sont inclinées à ce plan précisément autant que les rayons incidens lui sont inclinés. (article 9.)

Réflexion d'un pinceau parallèle sur une surface plane.

23. La figure 5 représente de quelle manière les rayons d'un pinceau QAB qui sont divergents & s'écartent d'un point Q d'un objet, en tombant sur une ligne droite ACB ou sur un plan poli représenté par cette ligne, sont tous divergents après la réflexion comme s'ils venoient d'un autre point q . Le rayon QC qui tombe perpendiculairement sur le plan AB , revient sur la même ligne CQ (art. 10.); mais tous les autres qui tombent sur cette ligne avec des degrés d'obliquité, toujours plus grands à des points d'incidence toujours plus éloignés du point C , sont aussi réfléchis avec des degrés d'obliquité plus grands respectivement (art. 9.); il faut donc, si l'on fait attention à la figure, que les rayons réfléchis prolongés en arrière rencontrent tous la perpendiculaire QC dans un point q aussi éloigné d'un côté du plan réfléchissant que le point Q en est éloigné de l'autre côté, & que par conséquent tous les rayons qui viennent de l'unique point Q soient divergents après la réflexion, & s'écartent de l'unique point q à égale distance de l'autre côté du plan réfléchissant.

Des rayons divergents.

24. Et au contraire si q est le foyer vers lequel les rayons incidens sont convergents, de la manière qu'on le décrira ci-après, le point Q sera leur foyer après la réflexion qui se fait sur la surface AB . (art. 11.)

Des rayons convergents.

25. Ce que l'on a dit du point Q , doit s'appliquer à tout autre point d'un objet PQR , & sur-tout que les foyers Q, q sont à égales distances de part & d'autre du plan réfléchissant; de manière que les foyers P, p ; R, r sont de chaque côté à égales distances dans les lignes Pp ; Rr , perpendiculaires au plan AB . Par où l'on voit aisément que les foyers p, q, r , & une infinité d'autres, ayant le même arrangement que les points corres-

Des différents pinceaux qui forment les images.

Fig. 7.

pondants P, Q, R , forment une ligne imaginaire de la même longueur & de la même figure que la ligne PQR , & que la situation de la ligne pqr par rapport à l'autre côté du plan réfléchissant, est précisément la même que celle de PQR par rapport au côté antérieur. Cette ligne pqr se nomme l'image ou la peinture de l'objet PQR .

Réflexion
d'un pinceau
de rayons pa-
ralleles sur une
surface sphé-
rique.

26. La figure 8 fait voir que si des rayons parallèles tombent sur un arc d'un cercle réfléchissant ACB , ou sur la surface concave ou convexe qu'il représente; ils sont tellement réfléchis qu'ils deviennent convergents vers un foyer T , lorsqu'ils tombent sur la surface concave, ou divergents de ce foyer, lorsqu'ils tombent sur la surface convexe. Dans ces deux cas, le rayon QC , qui passe par le centre E de la surface, & lui est perpendiculaire en C , revient sur ses pas le long de la même ligne CQ (art. 10.); mais tous les autres rayons étant parallèles à QC tombent sur la surface avec divers degrés d'obliquité, à cause de la courbure continue de cette surface. A mesure que chaque rayon est plus éloigné de QC , il forme un plus grand angle d'incidence DAE avec la perpendiculaire EA au point d'incidence; & par conséquent l'angle de réflexion EAT devient toujours plus grand à mesure que le point A est plus éloigné du point C . Il faut donc que tous les rayons réfléchis soient convergents & se réunissent de fort près vers un certain point T du rayon perpendiculaire QC , si la surface est concave, ou qu'ils en soient divergents, si elle est convexe. En poussant plus loin ce raisonnement & par un grand nombre d'expériences répétées, on a trouvé que ce point T divisoit le demi diamètre EC en deux parties égales.

Réflexion
des rayons
convergens
& diver-
gents.

27. Dans les deux cas précédents, si le point T est le foyer des rayons incidents, tous les rayons réfléchis seront parallèles à la ligne CTE qui passe par le centre E . (art. 11.) mais si l'on éloigne le foyer T vers un autre point q entre T & E , les angles d'incidence, comme qAE , & par conséquent les angles de réflexion qui leur sont égaux, comme EAQ , deviendront tous plus petits, & si q est placé entre T & C , ils seront tous plus grands. Par conséquent les rayons réfléchis, comme AQ , qui auparavant étoient parallèles au rayon direct EC lui seront obliques & appartiendront à un autre foyer Q ,

placé du même côté de T que q est placé. Car par la diminution simultanée des angles d'incidence & de réflexion pendant que q se meut de T vers E, & par leur accroissement simultané, pendant que q se meut de T vers C, il s'ensuit que les foyers q, Q prennent des routes contraires jusqu'à se réunir en E ou au point C de la surface, si l'arc AC est fort petit. On doit remarquer que les propriétés des surfaces concaves & convexes sont entièrement semblables, & que les unes reviennent aux autres en concevant que les rayons incidents prennent une route contraire dans les mêmes lignes prolongées.

28. On voit par la figure 9 de quelle manière se forme l'image ou la peinture pqr d'un objet PQR par les rayons réfléchis d'une surface concave ou convexe ACB. Comme on a fait voir que le foyer q étoit dans le rayon perpendiculaire QC, mené du point Q par le centre E, de même le foyer p du pinceau des rayons qui viennent d'un autre point P, sera dans le rayon perpendiculaire PA qui passe par le centre E; car tous les rayons qui passent par le centre, sont perpendiculaires à la surface ACB, & tous les autres lui sont obliques.

Réflexion de différents pin-
ceaux qui for-
ment les ima-
ges.

29. Par où l'on voit aisément que si l'objet PQR est si petit ou si éloigné de la surface réfléchissante ou de son centre E, que tous ses points P, Q, R soient à fort peu près à égales distances du centre; tous les points p, q, r de l'image seront à fort peu près à d'autres distances égales de cette surface ou de son centre. On doit aussi remarquer que lorsque l'objet & son image sont ensemble du même côté par rapport au centre, l'image est droite, & que lorsque l'objet est d'un côté & l'image de l'autre, elle est renversée: l'image est plus grande ou plus petite que l'objet, à proportion qu'elle est plus ou moins éloignée du centre que l'objet. Tout cela est évident par la seule figure 9, où l'on voit que l'objet & l'image sont terminés par les deux lignes Pp, Rr qui se coupent au centre E. De là, il suit que l'image est à fort peu près égale à l'objet, lorsque l'une & l'autre se rencontrent à la surface * ou au centre. Car dans ce dernier cas les rayons qui viennent du point Q*, placé au centre, se réfléchissent directement en q au même centre; & prenant Ep, égale à EP, puisque EC est perpendiculaire à toutes les deux, les angles PCE, ECp seront égaux; & ainsi le rayon PC se

Quelques
propriétés gé-
nérales des
images.

* Art. 271

* Fig. 104

réfléchira en p ; & lorsqu'un autre point d'incidence , comme A , ne sera pas fort éloigné de C , la ligne AE sera à fort peu près perpendiculaire à Pp , & ainsi les angles PAE , EAp seront à fort peu près égaux ; le rayon PA sera réfléchi à fort peu près au même point p , que l'étoit le rayon PC . Venons aux réfractions.

Réfraction
d'un pinceau
de rayons pa-
rallèles sur
une surface
plane.

30. La figure 11 représente un pinceau de rayons parallèles QC qui tombent obliquement sur une ligne droite ACB ou sur la surface plane qu'elle représente, lesquels après la réfraction sont encore parallèles entr'eux , étant tous également rompus & inclinés à la droite ACB . Car lorsque les angles d'incidence sont égaux , les angles de réfraction sont aussi égaux entr'eux. (art. 14.) Par la même raison, si ces rayons sont encore rompus par un autre plan parallèle ou oblique au premier , ils seront encore parallèles entr'eux après chaque réfraction. Dans la rigueur , cela ne doit s'entendre que des rayons de la même couleur , comme on l'expliquera dans le Chapitre sixieme.

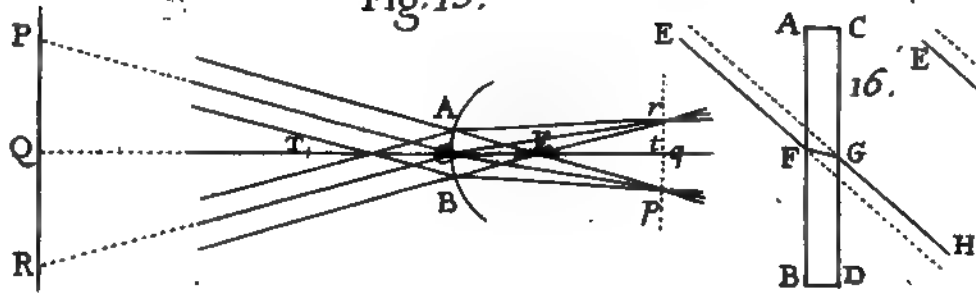
Réfraction
d'un pinceau
de rayons di-
vergens &
convergens.

Fig. 12.

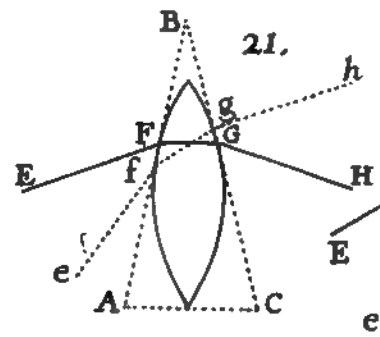
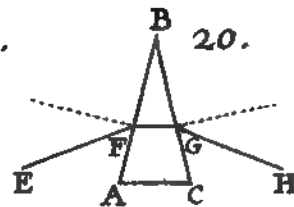
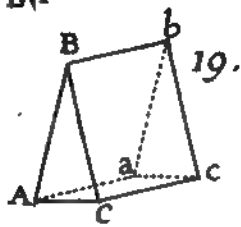
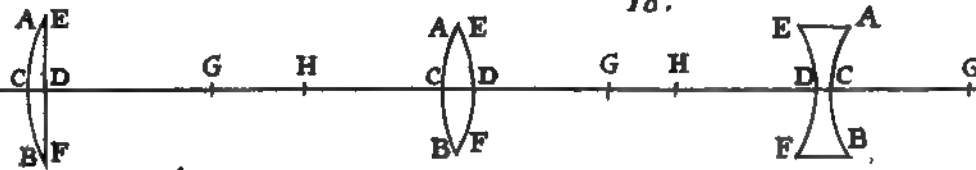
31. Les rayons d'un pinceau QAB divergens du point Q , & tombant sur une droite ACB ou sur le plan qu'elle représente , sont rompus de manière qu'ils sont divergens d'un autre point q , placé dans le rayon QC , prolongé & perpendiculaire au plan ; car ce rayon pénètre en ligne droite cette surface ; (art. 15.) mais tous les autres , comme QA , sont rompus , & chacun l'est d'autant plus que le point d'incidence A est plus éloigné de C (art. 16) , parce que l'angle d'incidence QAE , & par conséquent celui de réfraction , devient plus grand. (art. 14.) C'est pourquoi tous les rayons rompus sont divergens d'un certain point q , qui est du même côté (art. 11 & 12) de la surface AB que le point Q . On a trouvé par d'autres raisonnemens & par expérience que si le corps réfringent est une glace de miroir , la plus grande distance des deux foyers QC , qC est à la moindre , comme 3 est à 2 ; & si c'est de l'eau , comme 4 est à 3 ; c'est-à-dire , en même proportion que celle des sinus d'incidence & de réfraction dans ces divers milieux. (art. 13.) Au contraire , si les rayons incidents sont convergens vers q , les rayons rompus seront convergens vers Q . (art. 11.)



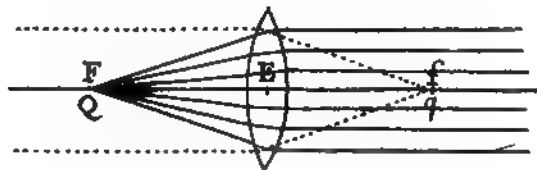
Fig. 15.



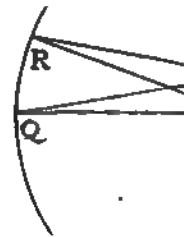
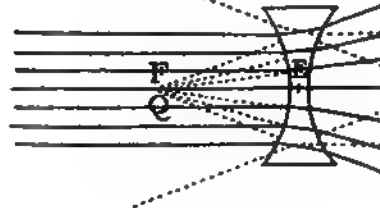
18.



23.



24.



32. La figure 13 représente une image *pqr* d'un objet *PQR*, formée par un plan réfringent *ACB*, de la manière qu'on l'a décrit dans l'article 25. Les raisons de *AP* à *Ap*, de *BR* à *Br*, &c. sont toutes égales.

Réfraction
qui produit les
images.

33. La figure 14 fait voir de quelle manière un pinceau de rayons parallèles tombant sur un arc de cercle *ACB* ou sur la surface sphérique qu'il représente, devient convergent après la réfraction, ou divergent par rapport au foyer *T*. Le rayon *QC*, qui passe par *E*, centre de la surface, & qui par conséquent lui est perpendiculaire, la traverse en ligne droite sans réfraction. (art. 15). Mais tous les autres rayons étant parallèles à *QC*, tombent sur cette surface avec divers degrés d'obliquité à raison de sa courbure continue; & chacun d'eux, à mesure qu'il est plus éloigné de *QC*, tombe de plus en plus obliquement, & par conséquent est de plus en plus rompu. (art. 16). Il faut donc que les rayons rompus soient convergents & se réunissent autour d'un certain point *T* du rayon non rompu & prolongé *QC*, s'ils se rompent vers ce rayon; ou qu'ils en soient divergents, s'ils se rompent en s'écartant de ce rayon. On voit de quel côté ils se rompent en menant une perpendiculaire *EA* à la surface en *A*, & en examinant la position du milieu plus dense. (art. 12). De là il suit que si la surface du milieu plus dense est convexe, les rayons rompus seront convergents vers *T*, & qu'ils seront divergents de *T*, si elle est concave. On a trouvé en poussant plus loin ce raisonnement, & par diverses expériences, que si le corps réfringent est du Verre, la plus grande des distances *CT*, *TE*, est à la moindre comme 3 est à 2; & que si c'est de l'eau, c'est comme 4 est à 3, c'est-à-dire, en raison des sinus qui déterminent les réfractions dans ces corps.

Réfraction
des rayons pa-
rallèles sur
une surface
sphérique.

34. Dans les cas précédents si *T* est le foyer des rayons incidents, les rayons rompus seront parallèles au rayon perpendiculaire *TC* qui passe par *E* (art. 11). Mais si l'on recule ce foyer *T* au point *Q* dans la ligne *TC* prolongée, les angles d'incidence & de réfraction croîtront ou décroîtront en même tems; & par conséquent les rayons rompus, qui auparavant étoient parallèles à *TC*, seront inclinés à cette ligne; de sorte qu'ils appartiendront à un autre foyer *q* du côté opposé de la

Réfraction
d'un pinceau
de rayons di-
vergens &c.
convergens
sur une surfa-
ce sphérique.

surface par rapport à Q , si Q est plus loin de la surface que T , & au contraire s'il est du même côté de la surface. L'une des propriétés principales de ces foyers correspondants Q, q est celle-ci. Comme les angles d'incidence & de réfraction croissent ou décroissent en même tems (art. 14.), il suit que les foyers Q, q doivent tous deux se mouvoir du même côté dans la ligne QE prolongée; & par conséquent lorsqu'ils sont tous deux du même côté de la surface ou de son centre, ils doivent tous deux s'en éloigner ou s'en approcher; & s'ils s'en approchent, ils se réuniront tous deux au centre ou à la surface, lorsque l'arc AC sera fort petit. Mais si les foyers Q, q sont de part & d'autre de la surface ou de son centre, lorsque l'un s'en éloignera, l'autre s'en approchera, & au contraire.

Réfraction
des divers pin-
ceaux qui for-
ment des ima-
ges dans une
surface sphéri-
que.

35. La figure 15 fait voir de quelle manière l'image pqr d'un objet PQR se forme par divers pinceaux de rayons rompus dans une surface sphérique dont les axes ou rayons non rompus sont PEp , QEq , REr . Les propriétés de ces images sont les mêmes que celles qui sont formées par la réflexion d'une surface sphérique, & qu'on a déjà décrites dans l'article 29.

Réfraction
par deux sur-
faces parallè-
les.

Fig. 16.

36. Un rayon de lumière EF qui tombe sur une glace de verre plate ou sur tout autre milieu terminé par deux plans parallèles, représentés par les lignes AB , CD , en sortira après deux réfractions en F & G par une ligne GH , parallèle au rayon incident EF . Car puisque la ligne FG que le rayon décrit en traversant les plans parallèles, est également inclinée à tous les deux, elle sera autant pliée en sortant par G qu'en remontant par F (art. 11), & ces inclinaisons égales étant contraires, les rayons incident EF & émergent GH seront parallèles.

Réfraction
par deux sur-
faces sphéri-
ques parallè-
les.

37. Les lignes décrites par les rayons incident & émergent EF & GH étant prolongées, seront plus proches l'une de l'autre, lorsque le Verre est plus mince, & lorsqu'elles le traverseront moins obliquement, parce que les inclinaisons en F & G seront alors moindres (art. 16); & dans ces cas, si le verre n'est pas plan, mais un peu courbe, tel qu'il est représenté dans la figure 17, par les deux arcs AB , CD , les lignes EF , GH seront encore à fort peu près parallèles. Car les surfaces courbes rom-

pent le rayon EFGH de la même manière que le feroient deux plans qui toucheroient ces surfaces en F & G (art. 19). Mais ces plans sont à fort peu près parallèles, lorsque la ligne FG est peu inclinée aux surfaces, & ils sont exactement parallèles lorsque cette ligne est perpendiculaire aux deux surfaces.

38. On appelle lentille un Verre ou un corps transparent, terminé d'un côté par une surface plane, représentée par la ligne EF, & de l'autre par une surface courbe, représentée par l'arc ACB, ou terminé des deux côtés par des surfaces sphériques ACB, EDF. On la conçoit comme produite par le mouvement de la figure ACB, FDE autour de la ligne CD qui la traverse perpendiculairement à ses deux côtés par le milieu. Cette ligne CD prolongée est donc l'axe de la lentille, & passe par les centres G & H de ses surfaces. Les points C & D où elle coupe les surfaces, se nomment les sommets de la lentille; & le point du milieu entre les surfaces, est le centre de la lentille. On appelle Menisque la lentille M, parce qu'elle ressemble à une petite lune; Elle est concavo-convexe. L'épaisseur CD de toutes ces lentilles est ordinairement si petite qu'on a rarement occasion d'y faire attention.

Ce que c'est
qu'une len-
tille.

Fig. 18.

39. Un prisme de Verre est un corps figuré comme un coin qui a trois côtés; il est terminé par deux triangles parallèles ABC, abc, & par trois plans ou côtés bien polis, qui se rencontrent sur trois lignes parallèles Aa, Bb, Cc, menées des trois angles d'une base aux trois angles de l'autre; & lorsqu'on le voit par sa base il n'est représenté que par le triangle ABC, comme dans la figure 20.

Ce que c'est
qu'un prisme.

Fig. 19.

40. Lorsqu'un rayon de lumière EFGH est rompu en F & G en traversant les côtés AB, BC d'un prisme, la route du rayon émergent GH s'écarte toujours de celle EF du rayon incident, & tourne du côté le plus épais du prisme, plus ou moins, selon que l'angle réfringent ABC est plus grand ou plus petit; & si l'angle réfringent est constant ou invariable & les réfractions fort petites, la quantité de la déviation sera aussi donnée, quoiqu'on varie à volonté, la position du rayon incident. Car en supposant d'abord que le rayon FG en dedans du prisme soit également incliné aux côtés AB, BC, il est évident par les positions des perpendiculaires à ces deux côtés

Réfraction
d'un rayon
simple par
un prisme.

en F & G, que les réfractions se font de B vers A C. (art. 12). Supposons maintenant que FG soit inclinée différemment à AB & à BC, en tournant autour du point F, pendant qu'elle deviendra toujours moins oblique à l'un des côtés, comme AB, elle deviendra toujours plus oblique à l'autre côté BC. Par conséquent si l'on suppose qu'un rayon traverse cette ligne variable FG, il se rompra toujours plus en traversant le côté BC, & toujours moins en traversant AB; de sorte que la réfraction totale du rayon composé des deux, ou des angles EFG, FGH, continuera d'être la même dans toutes les positions. On peut continuer la circulation de la ligne FG jusqu'à ce qu'elle devienne perpendiculaire au côté AB, auquel cas sa réfraction est nulle. On peut aussi la continuer jusqu'à ce que la réfraction se fasse de l'autre côté de F, ce qui diminue l'accroissement perpétuel de la réfraction en G, & conserve la réfraction totale invariable. Lorsque FG est perpendiculaire à AB, si l'on tourne le dernier plan BC vers le premier BA sur l'arête B, & que le rayon qui vient le long de FG tombe toujours moins obliquement sur BC, la réfraction en G décroîtra continuellement (art. 14, 15.), jusqu'à s'anéantir, lorsque l'angle réfringent ABC disparaît. Enfin si l'on suppose que plusieurs rayons entrent parallèles entr'eux, ils sortiront aussi tous parallèles les uns aux autres (art. 30). Donc la quantité de déviation d'un rayon ne dépend nullement de son passage par la partie plus épaisse ou plus mince d'un prisme, ni de ses angles avec les côtés du prisme; mais elle est proportionnelle à la quantité de l'angle réfringent ABC, & d'autant plus exactement que cet angle & les réfractions faites par ses côtés sont moindres.

Réfraction
par les côtés
d'une lentille.

Fig. 21.

41. Par la même raison, lorsqu'un rayon de lumière EFGH traverse le tranchant d'une lentille convexe ou concave, ou les côtés d'un globe, sa partie émergente GH s'écarte toujours de la route de la partie incidente EF vers la partie plus épaisse du Verre, parce que les réfractions en F & G sont les mêmes que si elles étoient produites par deux plans FA, GC qui toucheroient la surface sphérique en F & G (art. 19), & ainsi l'on doit regarder les côtés du Verre comme inclinés l'un à l'autre de la même manière que les côtés d'un prisme.

42. D'où

42. D'où il suit que la déviation de la route du rayon émergent, par rapport à celle du rayon incident décroît continuellement à mesure que le rayon s'approche toujours plus du milieu du Verre, jusqu'à ce que, au milieu, les rayons incidents & émergents sont parallèles entr'eux, ou ne sont qu'une même ligne lorsque le rayon se confond avec l'axe du Verre. Car l'angle formé par les plans tangents décroît continuellement à mesure que le rayon FG s'approche du milieu, jusqu'à ce que à la fin il disparoisse, lorsqu'ils deviennent parallèles, comme dans l'article 36.

Réfractant
par le milieu
d'une lentille,

43. Lorsqu'un pinceau de rayons tombe sur un Verre, celui qui passe par son centre, ou point du milieu, se nomme l'axe du pinceau; & parce que sa partie incidente EF , & émergente GH , ne sont qu'une même ligne ou deux lignes parallèles (art. 42), on peut toujours prendre sa route totale dans toutes les expériences d'Optique pour une seule ligne droite physique, ne s'en écartant que très peu, lorsque le Verre a peu d'épaisseur, & lorsque le pinceau n'y tombe pas trop obliquement; parce que les lignes parallèles EF , GH prolongées sont plus proches l'une de l'autre, à proportion que la ligne FG est plus courte, & que les inclinaisons en F & G sont plus petites.

Ce rayon est
considéré com-
me une ligne
droite, & se
nomme l'axe
du pinceau,

44. Tous les rayons comme $EFGH$, $efgh$, qui se coupent mutuellement dans un globe réfringent, & qui le traversent à égales distances de son centre, en sorte qu'ils touchent un globe concentrique, sont également rompus. Car en ce cas les cordes FG , fg étant égales, leurs obliquités sur la surface du globe sont aussi égales, & par conséquent les réfractions du rayon $EFGH$ en F & G sont égales entr'elles, & égales à celles du rayon $efgh$ en f & g . Ce qui est évident, si l'on conçoit que les rayons deviennent les cordes FG , fg . Donc l'angle formé par les parties incidentes & émergentes d'un rayon, prolongées jusqu'à leur rencontre, sera égal à l'angle formé par celles de l'autre rayon, c'est-à-dire, qu'ils seront tous deux également rompus.

Les rayons
à égales dis-
tances du cen-
tre d'un globe
sont égale-
ment rompus.

Fig. 22.

45. Tous les rayons $EFGH$, $efgh$, qui se coupent mutuellement dans un point donné d'une lentille, ou qui la traversent à égales distances de son centre, sont également rompus, pourvu qu'ils ne tombent pas fort obliquement sur cette lentille.

Aussi bien
que ceux à
égales distan-
ces du centre
d'une lentille,

Fig. 21.

Imaginons une ligne FG en dedans de la lentille, qui soit d'abord également inclinée à ses côtés, & qu'ensuite elle tourne un peu autour de l'un des points, jusqu'à ce qu'elle arrive à la position fg ; pendant qu'elle devient toujours plus oblique à l'un des côtés du Verre, par exemple à Ff , elle devient aussi toujours moins oblique à l'autre côté Gg . Par conséquent si l'on suppose qu'un rayon de lumière suit cette ligne variable fg , il sera toujours plus rompu en entrant par Ff , & toujours moins en sortant par Gg (art. 16); de sorte que la réfraction totale du rayon, composée de ses deux réfractions ou des angles efg , fgh pris ensemble, sera toujours la même dans toutes les positions de cette ligne. La circulation de la ligne fg autour du point donné, étant continuelle, la réfraction en g deviendra enfin nulle, & elle tombera de l'autre côté, comme on l'a expliqué dans l'article 40; ce qui rendra toujours la réfraction totale invariable. Pour la conserver ainsi, il faut seulement que les rayons FG , fg , soient toujours à la même distance de l'axe de la lentille, autant qu'il est possible; & il n'y a que la variation de cette distance qui puisse faire varier la réfraction totale (art. 40), parce qu'alors l'inclinaison des plans tangents, comme l'angle réfringent du prisme, est seule altérée.

Réfraction
d'un pinceau
de rayons pa-
ralleles par un
Verre.

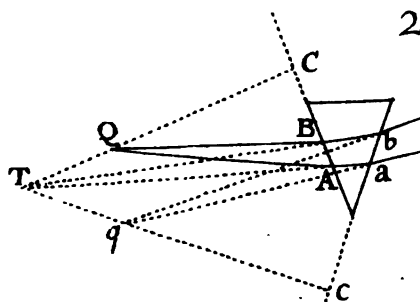
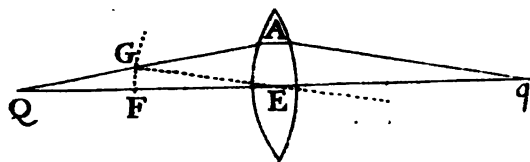
Fig. 23 & 24.

46. Lorsqu'un grand pinceau de rayons paralleles tombe directement ou un peu obliquement sur toute la surface d'un Verre qui est plus épais au milieu qu'aux bords, tous les rayons émergents se rompent de tous les côtés vers celui qui passe par le milieu du Verre; & au contraire, si le Verre est plus mince au milieu qu'aux bords, ils se rompent tous en dehors en s'écartant du rayon du milieu (art. 41); & comme dans ces deux cas, les réfractions sont égales à toutes les distances égales du milieu tout autour, & qu'elles sont plus grandes à de plus grandes distances du milieu (art. 40); les rayons émergents viendront se réunir, à fort peu près, vers quelque point F du rayon du milieu, si le Verre est convexe; ou ils seront divergents de ce point F , si le Verre est concave.

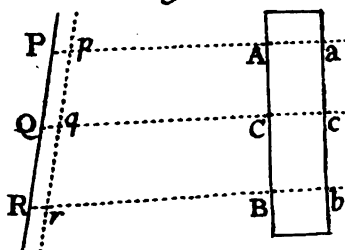
Réfraction
des rayons pa-
ralleles qui
viennent de
deux côtés op-
posés.

47. Lorsque des rayons paralleles viennent de deux côtés opposés, & tombent sur les côtés opposés d'une lentille; les distances des foyers des rayons émergents de chaque côté du centre de la lentille, seront égales, quelque inégaux que soient

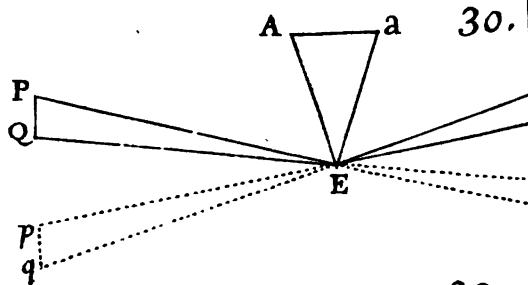
Fig 27.



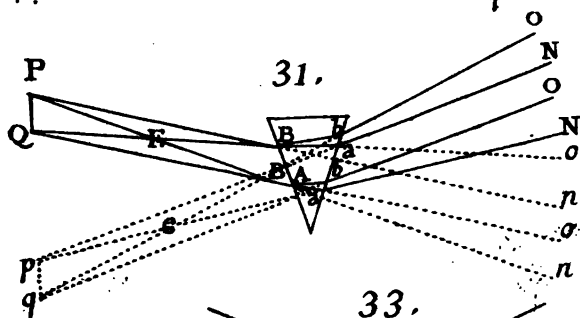
29.



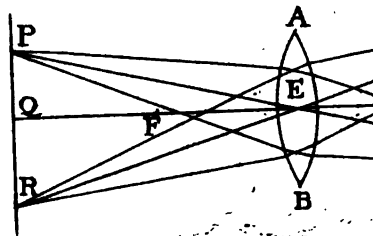
30.



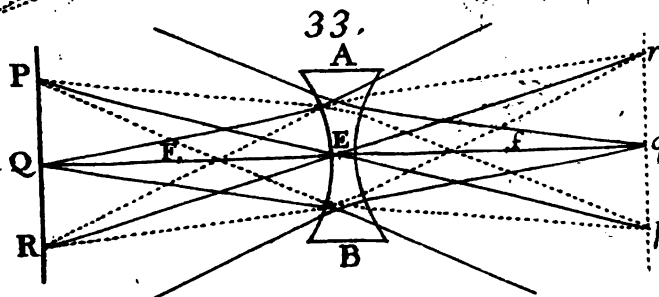
31.



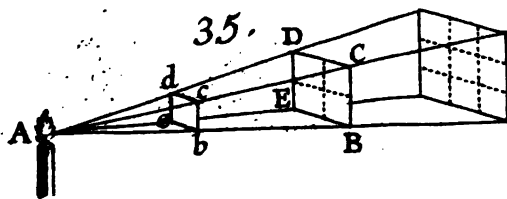
32.



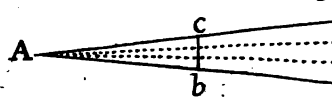
33.



35.



3



les demi diamètres des deux surfaces ; ou quoique l'un des côtés soit plan & l'autre sphérique. Car puisque deux rayons qui viennent directement l'un contre l'autre, sont à égales distances de l'axe commun des pinceaux, & qu'après s'être croisés, ils s'écartent également de leur route en sortant du Verre (art. 44, 45) ; ces deux rayons émergents étant prolongés couperont l'axe à distances égales EF , Ef du centre du Verre. Lorsque ces rayons sont parallèles à l'axe de la lentille, leurs foyers F , f se nomment les principaux foyers de la lentille, & EF , Ef se nomme distance ou longueur du foyer.

48. Au contraire, si les rayons reviennent directement, ou du foyer F en arrière dans les Verres convexes, ou vers ce foyer dans les Verres concaves, les rayons émergents seront tous parallèles à FE , axe du pinceau (art. 11). Par conséquent si ce foyer F est reculé vers Q plus loin que le Verre, les rayons émergents appartiendront à un foyer q de l'autre côté du Verre. Mais si Q est placé plus près du Verre que F , les rayons émergents appartiendront à un foyer q du même côté du Verre que Q . Parce que pendant que les rayons prennent ces différentes situations, leurs réfractions n'en sont pas altérées, s'ils conservent leurs distances respectives au centre du Verre (art. 44 45). Par conséquent si l'un des foyers conjugués ou correspondants Q , q est mis en mouvement le long de l'axe du pinceau, soit directement ou obliquement, l'autre sera mû du même côté. Donc si ces foyers sont de part & d'autre du Verre, pendant que l'un s'approchera, l'autre s'écartera du Verre, & s'ils sont du même côté, ils s'approcheront ou ils s'éloigneront tous deux en même tems du Verre ; & ils s'approcheront tellement l'un de l'autre en venant au Verre, que lorsque l'un se confondra avec sa surface, l'autre s'y confondra aussi à fort peu près, pourvu que les Verres soient fort minces, & que le rayon soit fort peu éloigné de l'axe du Verre. Ces foyers ne peuvent donc pas se confondre à la surface d'un globe, parce que les points d'incidence & d'émergence sont trop éloignés l'un de l'autre. Il est à remarquer que les propriétés des surfaces concaves dans les Verres, sont les mêmes que celles des surfaces convexes ; ce que l'on voit en imaginant que les rayons prennent une route contraire dans les mêmes lignes prolongées ; ainsi les rayons di-

Réfraction
d'un pinceau
de rayons di-
vergens ou
convergents
dans un Verre,

Fig. 25.

vergents deviennent convergents, comme on l'a marqué dans les figures, par les lignes noires & ponctuées.

Réfraction
de divers pin-
ceaux de ra-
yons diver-
gents & con-
vergens.

Fig. 26.

49. Si divers foyers Q, R de rayons incidents sont à égales distances EQ, ER du centre d'un Verre, les foyers des rayons émergents seront à d'autres distances égales Eq, Er du même centre dans les lignes EQ, ER prolongées, pourvu qu'aucun de ces rayons ne tombe très obliquement sur le Verre. Prenez un point A au dedans du Verre, qui ne soit pas fort éloigné de son axe Qq , par lequel passe un rayon du foyer Q au foyer q . Menez la droite AE , & pendant que la figure $QAEq$ est conçue tourner un peu autour du centre E , & venir à la position $RBEr$, les extrémités des lignes EQ, EA décriront de petits arcs QR, AB, qr autour du centre commun E . Soit ensuite un autre rayon appartenant au foyer R qui soit rompu en traversant le point B , & après son émergence il appartiendra au point r ; parce que les réfractions totales des deux rayons QAq, RBr , qui passent à distances égales AE, BE du centre du Verre sont égales (art. 44, 45), & le reste des rayons qui appartenoient à R , appartiendront au même point r , parce qu'il est placé dans l'axe du pinceau (art. 46).

Réfraction
de divers pin-
ceaux de ra-
yons parallè-
les.

50. Donc les foyers de tous les pinceaux des rayons parallèles qui ne tombent pas trop obliquement du même côté, ou des côtés opposés d'un Verre, sont tous également éloignés de son centre; car la preuve est la même lorsque les distances égales Eq, Er croissent également jusqu'à devenir infinies, c'est-à-dire, jusqu'à ce que les rayons de chaque pinceau deviennent parallèles.

Etant donné
le foyer des
rayons inci-
dents, trouver
celui des
émergents.

Fig. 27.

51. Donc si Q , foyer des rayons incidents, est donné, & que l'on demande le foyer q des rayons émergents, on menera l'axe QE du pinceau, & du centre E avec le diamètre EF , longueur du foyer de la lentille (que l'on trouve par expérience) on décrira un arc FG qui coupera un rayon incident QA en G . Joignez EG & menez Aq parallèle à EG , le point q où cette ligne rencontre l'axe du pinceau, sera le foyer des rayons émergents; car supposant d'autres rayons outre GA , qui viennent de G ou aillent vers G , ils sortiront tous parallèles à leur axe GE prolongé (art. 50).

52. On peut aussi considérer de cette manière la réfraction d'un pinceau de rayons à travers toutes sortes de Verres. Par

la réfraction sur la première surface AB , les rayons sont disposés en dedans du Verre, de manière à être divergents ou convergents par rapport au foyer T , que l'on peut regarder comme le foyer des rayons incidents sur la seconde surface; de manière que par leur réfraction, ils sont tous dirigés vers un autre foyer F . Par exemple, soit Q le foyer des rayons incidents sur un prisme de Verre, QC perpendiculaire à son premier côté AB ; ajoutez QT à QC égale à la moitié de QC , T sera le foyer des rayons QA , QB , &c. après la réfraction qui se fait à la surface AB (par l'art. 31); & T étant encore le foyer des rayons incidents en a & b sur la seconde surface ab ; menez Tc perpendiculaire à ab , & ôtez-en Tq égale à un tiers de Tc , q sera le foyer des rayons émergents qa , qb prolongés (art. 31). Donc les foyers des rayons incidents & émergents dans un prisme sont toujours à fort peu près à égales distances du prisme, pourvu que les réfractions & l'angle réfringent soient petits; car alors les perpendiculaires TC , Tc sont à fort peu près égales, & dans le Verre QC & qc en sont les deux tiers respectivement. Donc lorsque les plans AB , ab sont parallèles, TC & Tc se confondent, & Qq est un tiers de Cc épaisseur du Verre.

Réfraction à travers diverses surfaces sous une autre vue.

Fig. 28.

53. L'image pqr formée par un Verre plat $ABba$ est droite, parallèle & égale à l'objet PQR , & elle est du même côté du Verre avec l'objet, mais plus proche du Verre d'un tiers de l'épaisseur du Verre; parce que nous avons fait voir que les foyers p, q, r des divers pinceaux qui viennent de P, Q, R sont à cette distance dans les lignes PA , QC , RB menées des divers points de l'objet perpendiculairement au Verre.

Images formées par un Verre plat.

Fig. 29.

54. L'image formée par un prisme est toujours droite & égale à l'objet, du même côté du prisme & à la même distance que l'objet, si l'angle réfringent du prisme & les réfractions sont petites. Prenez deux rayons PE , QE qui, venant des extrémités de l'objet, traversent le point E si proche du point angulaire de l'angle réfringent, que cette distance ne mérite aucune attention. Or puisque les réfractions totales des rayons PEN , QEO sont égales (art. 52), ils se couperont mutuellement de manière que l'angle PEQ sera égal à l'angle NEO ; & parce que la distance Ep du foyer p du pinceau qui vient de P est

Images formées par un prisme.

Fig. 30.

Fig. 31.

égale à EP (art. 25), & que celle Eq est aussi égale à EQ ; l'image pq sera droite & égale à l'objet & à la même distance du prisme. On auroit prouvé la même chose en imaginant deux rayons PA, QB qui viennent des extrémités de l'objet, parallèles entr'eux, ou se coupant en quelque point E ; parce que les rayons émergens prolongés, seront en conséquence parallèles (art. 30), ou se couperont en quelque autre point e du même côté du prisme & à la même distance, & ils formeront des angles égaux en E & e , comme ils faisoient lorsqu'ils se coupoient au point angulaire du prisme (art. 40).

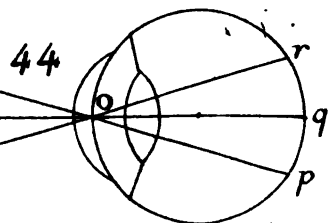
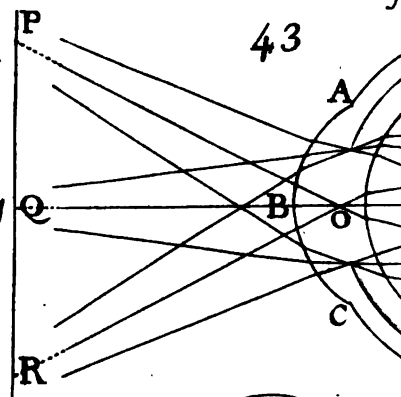
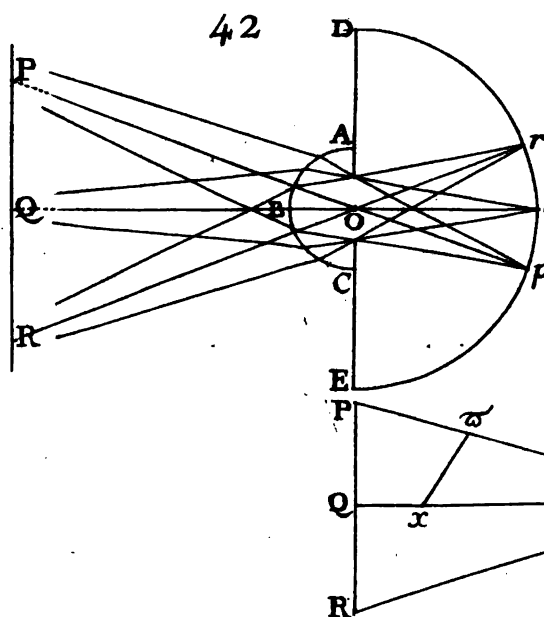
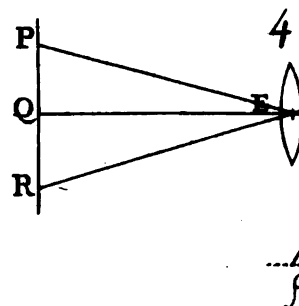
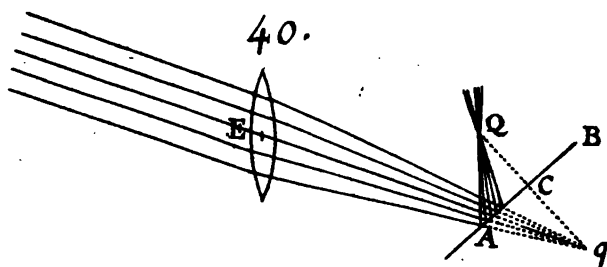
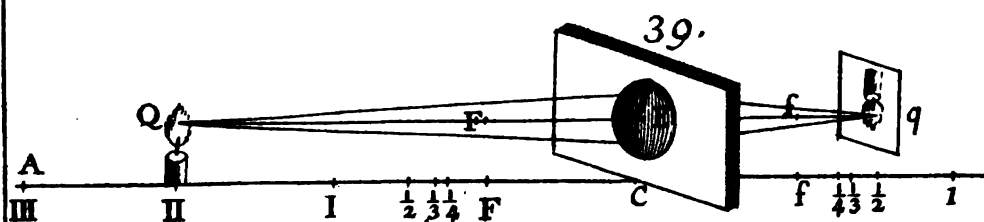
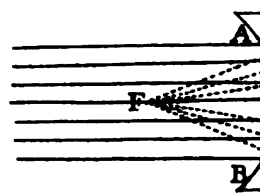
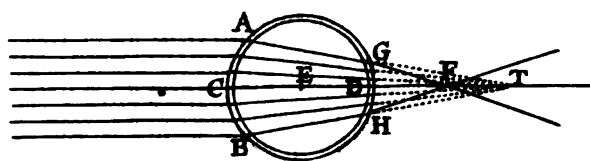
Images formées par des Verres de toute espece.

55. Les figures 32, 33 & 34 font voir de quelle manière différens pinceaux rompus à travers un Verre de chaque espece forment une image; & comme les axes PEp, QEq, REr des divers pinceaux passent en quelque manière en lignes droites par le centre du Verre: les propriétés de ces images sont les mêmes que celles des images qui se font par réfraction ou par réflexion sur une surface simple, & qu'on a expliquées dans l'article 29, excepté que l'image d'un objet qui touche un globe de Verre ne se confond pas avec l'objet, mais en est éloignée par la raison qu'on en a donnée à la fin de l'art. 48. Selon la théorie, l'image d'un objet circulaire devrait être à fort peu près circulaire (art. 49); mais lorsque l'objet est petit, aussi bien que son image, & qu'il est placé à une grande distance du Verre, la différence de leurs figures devient physiquement insensible, soit qu'on les considère comme des arcs circulaires ou comme des lignes droites; sur-tout si l'on fait attention que tous les rayons d'un pinceau ne se croisent pas précisément dans un point unique de l'axe, mais en différens points qui en forment une partie sensible, comme on le verra par les expériences suivantes.

56. Lorsque les rayons de lumière tombent sur la surface raboteuse & non polie d'un corps opaque ou transparent, ils ne sont plus réfléchis ou rompus régulièrement, selon les loix & propriétés des surfaces polies; mais ils sont dispersés de tous les côtés par les inégalités de la surface raboteuse, de la même manière que s'ils venoient d'un corps lumineux.



Fig 37.



Détail de quelques expériences faciles qui servent à prouver les propriétés précédentes des Verres & à en découvrir quelques autres.

57. Si la lumière qui vient du point A & passe par un trou quarré *b c d e* est reçue sur un plan BCDE parallèle au plan du trou, ou si la figure BD est l'ombre du plan *b d*, & que la distance AB soit double de *A b*; la longueur & la largeur de l'ombre BD seront chacune double de la longueur & de la largeur du plan *b d*; & si la distance AB est triple de *A b*, ces dimensions seront triples; & ainsi de suite, ce que l'on peut aisément éprouver avec une chandelle placée en A.

1^{re}. Expérience qui fait voir que les largeurs des pinceaux sont comme leurs distances au foyer.

Fig. 35.

58. Donc la surface de l'ombre BD à la distance AB double de *A b*, peut se diviser en quatre quarrés, & à une distance triple en neuf quarrés, égaux chacun au quarré Bd, comme on voit dans la figure. Donc la lumière qui tombe sur le plan *b d* étant arrivée à une distance double s'y répand uniformément dans une espace quadruple, & est par conséquent quatre fois moins dense en chaque partie de cet espace, & dans une distance triple elle est neuf fois moins dense, dans une distance quadruple, 16 fois moins dense qu'à la première, & ainsi de suite, selon la progression des surfaces quarrées *b c d e*, BCDE, &c. Par conséquent la quantité de cette lumière raréfiée répandue sur une surface d'une grandeur donnée & d'une figure quelconque, éloignée successivement à ces diverses distances, ne sera qu'un quart, un neuvième, un dixième de toute la quantité qu'elle recevoit à la première distance *A b*; & en général les densités & les quantités de lumière, reçues sur un plan donné, diminuent en même proportion que les quarrés des distances de ce plan au corps lumineux augmentent, & au contraire elles augmentent en même proportion que ces quarrés diminuent. Quant aux lumières des différents points d'un corps, qui suivent cette règle, elles composent une lumière qui la suit aussi.

Donc la densité & la quantité de lumière sur un plan donné, sont en raison réciproque des quarrés des distances.

59. Lorsque la corde perpendiculaire BC d'un petit angle BAC est divisée en un nombre quelconque de parties égales BH, HI, IC, les lignes HA, IA, menées des points de

Les parties égales des petits objets comprennent

des angles
égaux dans
l'œil.

Fig. 36.

division au point A, divisent l'angle BAC en un même nombre de parties qui sont à fort peu près égales entr'elles; car elles le seroient exactement si la ligne BC étoit l'arc d'un cercle décrit du centre A, dont il diffère d'autant moins que l'angle en A est plus petit; & ainsi la proposition est très-exacte dans les angles très-petits.

Les petits
angles com-
pris par la
même perpen-
diculaire sont
en raison ré-
ciproque de sa
distance au
point angu-
laire.

60. Si la distance AB est double ou triple de Ab, la corde BC sera double ou triple de la corde bc du même angle en A. Divisez BC en trois parties BH, HI, IC, égales chacune à bc, les rayons HA, IA, diviseront l'angle BAC en autant de parties égales (57). Donc si deux angles bAc, BAH sont compris par la même ligne ou par les lignes égales bc, BH, la grandeur du premier angle bAc sera à celle du second BAH, comme la seconde distance BA est à la première bA.

2°. Expé-
rience pour
mesurer la dis-
tance du foyer
d'un globe
d'eau & de
Verre.

Fig. 37.

61. Prenez un globe vuide de Verre ou un matras bien rond & bien mince, & ayant fait un petit trou d'environ un pouce de diamètre dans un morceau de papier gris, vous les colerez sur un côté du ventre du matras que vous remplirez d'eau. Présentez alors au soleil le côté qui est couvert, en sorte que ses rayons, tombant perpendiculairement sur le trou, puissent traverser le milieu de l'eau; les rayons émergents se réuniront au foyer, dont la plus courte distance au matras sera égale au demi diamètre du globe, comme on le verra si l'on reçoit les rayons rompus sur un papier à cette distance. On voit par l'article 37 que cet effet vient uniquement de la réfraction de l'eau, & nullement de celle de son enveloppe de Verre, & l'on en sera plus assuré si l'on reprend l'expérience avec le matras vuide; car la lumière qui passe par le trou étant reçue sur le papier, sera aussi large que le trou dans toutes les distances du papier au matras. Si l'on fait la même expérience avec un globe solide de Verre, la distance de son foyer à la partie la plus voisine du globe, sera le quart de son diamètre.

3°. Expé-
rience pour
mesurer le fo-
yer seulement
après la pre-
mière réfrac-
tion.

62. Colez un morceau de papier blanc & mince au côté du matras qui est vis à vis du trou du papier gris; & lorsque la lumière du Soleil qui vient de ce trou tombera sur le papier blanc, mesurez avec un compas sa largeur GH, vous la trouverez à fort peu près la moitié de la largeur AB du trou du papier gris. Ce qui fait voir que si les rayons convergents AG, BH étoient

étoient prolongés & pouvoient aller en droite ligne en sortant de l'eau assez loin , ils se réuniroient à un foyer T , dont la distance DT au point le plus proche de la boule seroit environ la moitié de CT (art. 57) distance au point le plus éloigné , & seroit par conséquent égale au diamètre CD ; & ainsi CT est à TE comme 4 est à 3 , comme on l'a dit dans l'article 33. Si le papier blanc est colé sur la partie postérieure d'une boule de Verre solide , on trouvera le diamètre GH du cercle de la lumière , égal à un tiers de AB ; par conséquent les rayons AG , BH sont convergents vers un foyer T dont la distance au point D est un tiers de sa distance au point C (art. 57) ; c'est-à-dire que CT est à TD comme 3 est à 1 , & par conséquent CT est à TE comme 3 est à 2 , ainsi qu'on l'a dit dans l'art. 33. Si l'on fait l'expérience avec une chandelle allumée , placée dans une grande distance ; pendant que la chandelle s'approche du ballon , la grandeur de la tache GH augmente continuellement ; ce qui fait voir que le foyer T s'éloigne du ballon , conformément à l'article 34.

63. Si l'on couvre l'un des côtés d'une lentille convexe avec un papier percé de plusieurs petits trous , & qu'on l'expose directement au Soleil , les rayons qui passent par ces trous paroîtront sur un papier blanc , que l'on tiendra fort proche derrière la lentille comme autant de taches blanches , & ces taches se réuniront à mesure que l'on éloignera le papier de la lentille , jusqu'à ce qu'au foyer elles ne forment qu'une seule tache. On pourra donc mesurer la distance de ce foyer au Verre & on ne la trouvera pas sensiblement altérée en présentant l'autre côté du Verre au Soleil (art. 47) , ni en l'inclinant un peu vers les rayons incidents (art. 50) ; & pourvu que cette petite inclinaison se fasse sans donner aucun mouvement au milieu du Verre , le foyer ou la tache qui paroît sur le papier ne changera pas sensiblement de place : ce qui fait voir que l'axe du pinceau oblique continue , comme auparavant , d'être en ligne droite (art. 43). Si l'on éloigne encore plus le papier du Verre , les taches se sépareront les unes des autres.

4^e. Exper.
pour mesurer
le foyer d'une
lentille con-
vexe.

64. Si l'on couvre de la même manière une lentille concave & qu'on l'expose au Soleil , les taches de la lumière qui passe par les trous & tombe sur le papier derrière le Verre , s'écarr-

5^e. Exper.
pour trouver
le foyer d'une
lentille con-
cave.

Fig. 38.

teront toujours plus les unes des autres, à mesure que le papier s'écarte du Verre. Ce qui fait voir que les rayons émergents sont continuellement divergents par rapport au foyer placé devant le Verre. Lorsque la distance ab de deux taches quelconques, est double de la distance AB des deux trous correspondants dans le papier par où elles passent, la distance Ef entre le papier & le Verre, est alors égale à la distance EF de son foyer (art. 57), & par ce moyen on peut la mesurer.

On trouvera par ces expériences que la distance EF du foyer d'une lentille plano-convexe ou plano-concave est égale au diamètre de sa surface convexe ou concave, c'est-à-dire, de toute la sphère dont elle est partie; ce qui prouve l'art. 33^e, en tenant le côté plan du Verre perpendiculaire aux rayons incidents, afin qu'ils puissent le pénétrer sans se rompre. En second lieu, que la distance EF du foyer d'une lentille double-convexe ou double-concave, dont les convexités ou concavités sont égales, est le demi-diamètre de l'une des deux surfaces, & que par conséquent la distance du foyer d'un Verre de convexités ou concavités inégales, doit avoir une longueur intermédiaire entre le diamètre & le demi-diamètre de la surface qui est la plus convexe ou la plus concave. Car si l'on conçoit qu'un Verre de convexités ou concavités inégales s'applatit toujours davantage, la distance de son foyer deviendra toujours plus grande (art. 40, 41) jusqu'à ce qu'enfin elle devienne le diamètre de la surface qui reste, comme on l'a dit ci-devant.

On peut faire des expériences semblables avec un miroir convexe ou concave couvert d'un papier plein de trous, pour prouver l'article 26^e.

6^e. Exper.
pour faire voir
la relation des
foyers conjugués d'une
lentille avec son
foyer principal.

Fig. 39.

65. Ayant trouvé la distance EF , du foyer d'un Verre convexe & l'ayant placé dans un trou d'une planche mince: CE perpendiculairement à une longue table ou au plancher; on menera par le point C directement sous le milieu du Verre: une longue ligne AB perpendiculaire à la planche; sur laquelle on mesurera la distance CF du foyer de C en F , de F en I , de I à II , de II à HI , &c. & encore de l'autre côté de C à f , de f à 1 , de 1 à 2 , de 2 à 3 , &c. & ensuite prenant $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, &c. de la distance du foyer, on la marquera de F vers E

& de f vers 1, avec les fractions $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, &c. aux points de division comme dans la figure. Enfin ayant obscurci la chambre, si l'on place une lumière en Q au dessus de la marque I, les rayons qui traverseront le Verre se réuniront en q sur un papier placé au-dessus de la marque 1, & si l'on écarte la chandelle en II, & le papier à $\frac{1}{2}$, les rayons s'y réuniront encore de même. Lorsque la lumière est placée en III, & le papier à $\frac{1}{3}$, en IV & le papier à $\frac{1}{4}$, &c. & ainsi des autres, on aura le même effet; ce qui prouve l'art. 48°. Outre cela, il paroît que $f q$ varie en raison réciproque de F Q, c'est-à-dire, qu'il décroît en même proportion que F Q croît, & au contraire.

66. Si l'on place une seconde chandelle de l'autre côté de la première, & à la même distance du Verre, l'union de ses rayons formera une autre image sur le papier q du côté opposé de l'axe Q E q ; & l'on trouvera que la distance entre les deux images est en même proportion à la distance entre les chandelles, que la distance des images au Verre est à la distance des chandelles au Verre. Ces observations font voir pourquoi l'image d'une seule chandelle est renversée sur le papier, & pourquoi sa grandeur varie, lorsqu'elle change de place: parce que, ce que l'on a observé des deux chandelles peut s'appliquer à deux points quelconques de la même chandelle; de sorte que cette expérience éclaircit suffisamment ce que nous avons dit des images dans l'art. 55°; & ce que l'on a éprouvé avec une lentille convexe, peut s'éprouver de même avec un miroir concave placé dans le trou de la planche.

67. Si les rayons du Soleil ou de la Lune ou d'une chandelle éloignée que l'on a rendus convergents vers un foyer q par le moyen d'une lentille convexe E sont interceptés par un miroir A B, ils en seront réfléchis de manière qu'ils deviendront convergents vers un foyer Q autant éloigné en devant du miroir que q l'est par derrière. On peut en faire l'expérience en présentant un morceau de papier blanc en Q, pour y recevoir les rayons réfléchis. Si donc on suppose que les rayons réfléchis reviennent directement du point Q vers le miroir A B, ils en seront réfléchis de manière qu'ils deviendront divergents vers q : ce qui prouve les articles 23 & 24.

7°. Exper.
pour faire voir
le renverse-
ment & la
grandeur de
l'image.

8°. Exper.
pour redresser
les images des
objets dans
une chambre
obscur.

Fig. 40.

Si l'on place une lentille convexe dans le trou d'une fenêtre, & que l'on obscurcisse la chambre, la figure 41^e fait voir de quelle manière les images des objets extérieurs, comme PQR, que l'on avoit vues renversées sur le papier perpendiculaire, comme *pqr*, paroissent droites par la réflexion en bas sur un papier horizontal *xyz*, lorsque le dos du spectateur est tourné vers la lentille.

9^e. Exper.
pour faire voir
les degrés de
clarté & de
distinction
d'une image.

68. Quelle que soit la figure & la grandeur du trou dans le papier qui couvre une partie de la lentille, la figure & la grandeur d'un objet sera la même, qu'elle étoit lorsque la lentille n'étoit pas couverte; parce que chaque petite partie d'un pinceau de rayons a le même foyer que le pinceau total. Mais la clarté de la peinture diminuera à proportion que le trou sera plus petit; parce que la quantité de lumière qui éclaire chaque point de la peinture, diminue en même proportion. Si la lentille est fort épaisse & fort large, cette diminution de son ouverture augmentera sensiblement la distinction de la peinture, parce que les rayons qui tombent sur les bords de ce Verre ne sont pas rompus exactement au même point où tombent ceux du milieu, ce qui sera évident par l'expérience suivante.

10^e. Exper.
comment se
forme une
caustique par
le globe ou
par le cylindre.

69. Lorsque la lumière d'une chandelle ou du Soleil est rompue à travers un globe, ou un matras bien rond plein d'eau, & qu'elle tombe sur un papier blanc que l'on tient parallèle & fort proche de l'axe de la lumière, la figure lumineuse qui s'y forme est terminée par deux courbes brillantes que l'on nomme caustiques; lesquelles en venant du globe s'approchent l'une de l'autre & de l'axe du pinceau, jusqu'à ce qu'elles le touchent en un point où elles forment un angle aigu, dont la pointe est le foyer du pinceau.

Il est évident par la clarté de ces courbes qu'elles se forment par les intersections successives de chaque rayon avec son voisin, en les prenant dans un ordre successif d'un côté du globe à l'autre, & que par conséquent la clarté du papier en dedans des courbes & son obscurité en dehors, vient de la multitude des intersections des rayons en dedans, & de ce qu'il n'y en a point du tout en dehors.

On voit aussi par la figure & la position de la caustique,

que chaque rayon coupe le rayon voisin, avant que de couper l'axe. Car si chaque rayon coupoit son voisin dans un point de l'axe, ils se couperoiént tous dans un seul & même point; & ainsi la figure de la lumière sur le papier, ne seroit composée que de deux espaces angulaires brillants, terminés, non par des courbes, mais par des lignes droites qui se couperoiént au foyer; & par conséquent, chaque espace angulaire, à égales distances de part & d'autre du foyer, seroit également brillant; ce qui est contraire à l'expérience.

Si chaque rayon coupoit le rayon voisin après avoir coupé l'axe, leurs intersections successives formeroient une courbe brillante, qui auroit un angle aigu au foyer, comme ci-devant; mais elles s'écarteroient de plus en plus de l'axe, en venant du globe; ce qui est aussi contraire à l'expérience. Il est donc évident par la figure & la position de la caustique, que chaque rayon coupe le rayon voisin avant que de couper l'axe, & que le foyer du pinceau est le point de l'axe où les rayons les plus proches le coupent; que de plus les rayons du pinceau incident qui sont plus éloignés de l'axe, le coupent en divers points qui sont d'autant plus éloignés du foyer.

70. Donc, puisque la réfraction totale d'un rayon n'est pas altérée, pendant qu'il passe à égales distances du centre du globe, & que par conséquent il touche un cercle concentrique au globe; il s'ensuit que pendant que l'on fait mouvoir la chandelle peu-à-peu vers le globe, les rayons les plus proches de son centre de l'autre côté, deviennent d'abord parallèles à l'axe; & bientôt après ils en sont divergents par rapport à un autre point de l'axe un peu plus loin derrière la chandelle, que n'étoit le premier point, d'où les rayons les plus proches étoient divergents; & ainsi de suite. Par conséquent lorsque les rayons émergents sont divergents, chaque couple contigu étant prolongé en arrière, coupe l'axe avant que de se couper mutuellement, & ces intersections successives, d'où chaque couple est divergent, forment une caustique imaginaire, qui commence à l'angle aigu du foyer, & s'écarte de l'axe en reculant par derrière le globe.

Caustique
imaginaire
formée par un
globe ou par
par un cylin-
dre.

71. Un grand pinceau de rayons rompus par une lentille convexe se forme aussi en caustique ou en partie d'une caustique

Caustiques
formées par
une lentille
convexe.

jointe au foyer de la lentille, laquelle s'en écarte plus ou moins, selon que la lentille est composée de plus grands ou de plus petits segments des sphères dont elle a la convexité. Car en imaginant deux plans qui coupent deux segments opposés du globe & par où les rayons le traversent, leurs réfractions dans les segments, lorsqu'ils seront réunis, seront les mêmes que lorsqu'ils sont séparés par la partie moyenne du globe, & par conséquent les caustiques formées par la lentille & par le globe ont les mêmes propriétés.

On peut s'assurer de la vérité de ces propriétés des caustiques, en couvrant un côté du globe, ou d'une lentille convexe épaisse, avec un grand cercle de papier gris, dont le diamètre est percé d'un rang de petits trous à égales distances les uns des autres. Car les taches de lumière qui passent par ces trous, paroissent sur un papier blanc à égales distances les unes des autres, lorsque le papier est perpendiculaire aux rayons & proche du Verre. Mais à mesure qu'on l'éloigne, les intervalles entre les taches extérieures, deviennent toujours plus petits que les intervalles entre les taches intérieures & se réunissent bientôt.

Et par une
lentille con-
cave:

72. Au contraire, si l'on couvre avec le même papier une lentille concave, à mesure qu'on éloignera le papier de la lentille, les intervalles entre les taches extérieures deviendront toujours plus grands qu'entre les taches intérieures. Ce qui fait voir que les rayons extérieurs sont plus divergents des points qui sont plus proches du concave, que ne sont ceux d'où les rayons intérieurs sont divergents. Mais cette expérience ne réussira pas avec les Verres concaves ordinaires dont se servent ceux qui ont la vue courte, parce qu'ils ne sont ni assez concaves, ni assez larges, ni assez épais pour rendre cet effet sensible.

Réfraction
trop grande
des rayons ex-
térieurs.

73. On voit par ces caustiques réelles & imaginaires que les rayons extérieurs d'un pinceau sont trop rompus, ou ce qui revient au même, que les rayons intérieurs le sont trop peu pour pouvoir se réunir tous à un seul point après la réfraction, & que par conséquent les angles d'incidence des rayons extérieurs sont trop grands, tant à la première qu'à la seconde surface du globe ou de la lentille.

74. Par conséquent il se formera des caustiques semblables par les réfractions d'un pinceau de rayons sur une simple surface, excepté seulement que ces caustiques s'approcheront ou s'éloigneront plus lentement de l'axe que les premières, parce que chaque couple de rayons contigus n'aura plus qu'une simple réfraction qui les rende convergents ou divergents.

Caustiques formées par réfraction dans une seule surface sphérique.

75. On démontrera dans le Livre suivant, que les rayons d'un grand pinceau, étant rompus par une seule surface plane, sont aussi divergents des points d'une caustique imaginaire; laquelle commence à leur foyer, & s'écarte de la surface, lorsque la réfraction se fait en passant d'un milieu rare à un milieu plus dense, & elle s'en approche lorsque les rayons passent d'un milieu dense à un milieu rare.

Et par une surface plane.

76. Les intersections successives des rayons contigus d'un grand pinceau qui est réfléchi par une surface concave sphérique ou cylindrique, forment encore une caustique, que l'on peut voir sur la surface du lait, ou sur un mélange blanc & opaque de liqueurs contenues dans une tasse de porcelaine blanche, ou sur le fond d'une tabatière dont les bords sont bien polis, lorsque la lumière d'une chandelle ou du Soleil ou d'une fenêtre éloignée l'éclaire.

Caustiques formées par la réflexion sur une surface concave sphérique ou cylindrique.

77. Pendant que les points d'incidence restent fixes, imaginez que toutes les lignes décrites par les rayons réfléchis s'approchent les unes des autres vers le centre, jusqu'à ce qu'elles soient réunies au foyer du pinceau; & supposant que les rayons reviennent en arrière par ces mêmes lignes, après cette seconde réflexion, ils s'éloigneront tous de leur premier foyer & s'approcheront vers l'autre côté du centre (art. 27), & les rayons extérieurs, dont les premières intersections avec l'axe étoient les plus éloignées du centre, en feront maintenant les plus proches de l'autre côté (art. 27); de sorte que si le corps lumineux est placé entre le principal foyer & le centre, il se formera une autre caustique au delà du centre.

Autre caustique formée en de-là du centre du miroir concave.

78. Ainsi pendant que ce point lumineux se meut peu-à-peu vers la surface, lorsqu'il arrive au principal foyer, les rayons qui sont les plus proches de l'axe lui deviennent d'abord parallèles & bientôt après divergents par rapport à un point

Caustique imaginaire par la réflexion du concave.

derrière le concave ; ensuite les rayons qui joignent ceux-ci deviennent aussi parallèles à l'axe , après quoi ils sont divergents par rapport à un autre point de l'axe , un peu plus éloigné que le premier derrière la surface ; par conséquent chaque couple de rayons réfléchis & contigus , étant prolongé en arrière , coupe l'axe avant que de se rencontrer ; & ces intersections successives d'où chaque couple est divergent , forment une caustique imaginaire derrière le concave , laquelle commence à l'angle aigu du foyer & s'écarte de l'axe en s'éloignant de la surface.

Caustique
imaginaire
pour la réflexion
du côté
convexe d'une
surface.

79. Pendant que les points d'incidence restent fixes , imaginez que toutes les intersections de l'axe du concave sont poussées au foyer , & que les rayons en sont divergents sur le côté convexe de la surface ; les rayons réfléchis prolongés se sépareront tous depuis l'autre foyer , de manière qu'ils formeront une caustique imaginaire & les rayons les plus éloignés de l'axe , dont les intersections sont poussées plus avant vers la surface , s'en approcheront davantage après la réflexion. (art. 27).

Observation
générale sur
les caustiques.

80. Dans toutes ces caustiques par réfraction & par réflexion sur des surfaces planes & sphériques , le concours de deux rayons contigus (prolongés) s'écarte plus du foyer & de l'axe , selon que leurs points d'incidence sont plus éloignés de l'axe. On doit observer qu'un pinceau de rayons réfléchis par une surface plane ne forme aucune caustique , parce qu'ils sont exactement divergents d'un seul point. (art. 23).

La figure
sphérique ne
sçauroit rompre
ou réfléchir
les rayons à un seul
point.

81. Par où l'on voit qu'une surface sphérique ayant partout le même degré de courbure , ne sçauroit réfléchir ni rompre tous les rayons d'un grand pinceau à un seul point , & qu'une surface simple propre à cet effet , doit devenir moins courbe peu-à-peu , en s'éloignant de l'axe (art. 73 , 76) , & que si l'un des côtés d'une lentille est sphérique , il ne faut pas que l'autre soit plan , mais qu'il soit convexe au milieu pour raccourcir le foyer des rayons du milieu , & qu'il soit concave vers la circonférence pour prolonger le concours des rayons extérieurs. Cependant les rayons du milieu d'un pinceau sont tellement réunis ensemble par la réflexion & par la réfraction dans les surfaces & lentilles sphériques , & les rayons
extérieurs

extérieurs sont dispersés si légèrement sur un plan qui passe par le foyer perpendiculairement à l'axe, que la confusion qu'ils produisent dans une image, en y mêlant les rayons des autres pinceaux, est rarement sensible, lorsque le Verre a une ouverture modérée; & comme les degrés inégaux de réfrangibilité des rayons de différentes couleurs (qu'on expliquera dans le 6^e chapitre) produisent des aberrations beaucoup plus grandes par rapport au foyer, que celles qui viennent de la figure sphérique, il ne vaut pas la peine de donner aux Verres d'autres figures que la sphérique, sur-tout si l'on fait attention à la grande difficulté qui en résulteroit dans l'opération mécanique.

CHAPITRE III.

Sur l'Oeil & la manière dont se fait la Vision.

82. **S**I l'on fait attention à ce qu'on a dit dans les articles 33 & 35, on imaginera aisément une construction passable d'un œil artificiel en cette manière. Prenez un hémisphère transparent ABC pour représenter la partie antérieure de l'œil & un autre concentrique DqE , opposé au premier, pour en représenter le fond. Faites le demi-diamètre Oq du second, triple du demi-diamètre OB du premier, & ensuite remplissez d'eau toute la capacité des deux. Par ce moyen les rayons de lumière qui viennent des points P, Q, R , &c. des objets éloignés, après s'être rompus à la surface ABC , se réuniront en autant de points p, q, r , de la cavité DqE & y formeront une image; & parce que la surface sphérique ne rompt pas exactement tous les rayons d'un grand pinceau à un point unique (art. 81), mais seulement ceux qui sont proches de son axe; on corrigera ce défaut en couvrant toute la base AC du petit hémisphère à l'exception d'un trou médiocre vers son centre O ; ce qui réussit mieux que si l'on couvroit toute la surface à l'exception d'un trou dans le milieu B . Car dans ce dernier cas la surface ABC ne recevrait

Œil artificiel
décrit par Hu-
ghens.

Fig. 42.

pas les rayons des points latéraux P, R, aussi directement que ceux du milieu de l'objet, étant exposée à tous également, lorsque le trou n'est ouvert qu'au centre O.

Comparé à
l'œil naturel.

83. Quoique cette construction de l'œil paroisse d'abord n'être pas mauvaise, nous allons voir bientôt que l'Auteur de la nature en a sagement retranché certaines choses & ajouté d'autres absolument nécessaires, quoique nous ne puissions pas toujours découvrir ses desseins. En premier lieu il n'a pas employé un hémisphère entier ABC, mais en ayant retenu le milieu, il en a retranché beaucoup tout autour, sans cependant resserrer l'étendue des objets que l'on peut voir d'un coup d'œil. Il a pour cela plié en dedans les extrémités du plus grand hémisphère vers D & E, en réduisant par ce moyen la forme de l'œil à une figure plus ronde, pour faciliter son mouvement de tous les côtés dans la cavité qui le contient. Il lui a donc donné la forme qui est exprimée dans la figure 43, laquelle représente la section d'un œil humain par son axe & dont toutes les parties sont doubles de l'œil vivant pour les rendre plus sensibles.

Description
de l'œil hu-
main.

84. ABC est la partie transparente de l'enveloppe de l'œil & se nomme cornée ; le reste ATYC est opaque & fait partie d'une plus grande sphère. En dedans de cette enveloppe extérieure, les Anatomistes en distinguent deux autres, dont l'intérieure se nomme retine, parce qu'elle ressemble à un filet délié composé des fibres du nerf optique YVT liées ensemble, & elle est blanche vers les parties p, q, r, au fond de l'œil. La cavité de l'œil n'est pas remplie d'une seule liqueur, mais de trois différentes. Celle qui est contenue dans l'espace extérieur ABCOEGFDO se nomme l'humeur aqueuse, parce qu'elle est parfaitement fluide comme l'eau ; celle qui est contenue dans l'espace intérieur EpqrDFG est un peu plus épaisse comme le blanc d'un œuf, & se nomme l'humeur vitrée. La troisième humeur FG est formée comme une lentille de convexités inégales ; elle est placée entre les deux autres & arrêtée aux enveloppes voisines par des filaments qui regnent tout autour ; on la nomme l'humeur cristalline ; elle est dure comme le blanc d'un œuf durci au feu, mais elle est aussi claire que les deux autres & n'en diffère que par un plus

grand degré de puissance réfractive. Car les rayons qui viennent des points P, Q, R ayant reçu un degré de convergence par la réfraction de la cornée ABC deviennent un peu plus convergents par les autres réfractions aux surfaces du cristallin FG ; de sorte que se réunissant en autant d'autres points *p, q, r* sur la rétine, ils représentent les points P, Q, R d'où ils viennent ; & peut-être que les rayons sont dirigés par ces secondes réfractions, de manière à rendre la cavité *pqr* propre à les recevoir ; laquelle auroit été sans cela partie d'une plus grande sphère (art. 73. 80) selon l'idée de l'œil artificiel de la fig. 42.

85. Outre cela la lentille FG étoit très-nécessaire pour une autre raison, & principalement pour aider l'œil à prendre la forme propre à lui faire distinguer les objets dans toutes les distances, ce qui manquoit à l'œil artificiel. Il y a pour cela deux moyens par le secours de cette lentille FG, lorsqu'on veut voir des objets proches qui sont à la main ; soit en l'approchant de la cornée extérieure, ou en augmentant sa convexité, ou peut-être en faisant l'un & l'autre en même temps. On l'approche de la cornée par la pression des muscles contre les côtés de l'œil & par conséquent contre l'humeur vitrée, & lorsque le cristallin change de figure & devient plus rond pour appercevoir les objets voisins, les filaments DF, EG dans la plus grande tension aident à l'applatir, & peuvent peut-être se relâcher par la pression latérale dont on vient de parler, & peut-être que ces deux altérations se font en même-temps. Le trou ou la prunelle O, n'est pas placé au centre de la cornée ABC, comme dans l'œil artificiel, mais un peu plus proche du bord. On n'en fait pas la raison, à moins que cela ne contribue aussi à faire tomber les images dans la cavité de la rétine (dans toutes ses parties), laquelle sans cela auroit été partie d'une plus grande sphère (art. 73. 80.)

Le cristallin rend toutes les images distinctes.

86. Le diamètre AY de la sphère de l'œil est d'environ un pouce du pied du Rhin qui est le même que l'ancien pied Romain ; & le diamètre de la cornée extérieure est d'environ trois cinquièmes d'un pouce. La largeur de la prunelle O n'a point de mesure fixe, étant plus grande ou plus

Quelques dimensions de l'œil humain.

petite, comme on peut l'éprouver, selon que la lumière qui tombe sur l'œil est moins ou plus grande; elle se resserre aussi à l'approche d'un petit objet, lorsqu'on fait effort pour le voir distinctement. Sa construction est admirable, en ce que pendant qu'elle change de grandeur elle conserve sa figure ronde. Tout ceci est extrait de la Dioptrique de Mr. *Hughens* prop. 31. Voici ce qu'ajoute *Newton* dans son Optique p. 12.

Les peintures sur la rétine sont la cause de la vision.

87. Cette explication de l'œil & de la cause de la vision est encore appuyée sur les preuves suivantes. Lorsque les Anatomistes ont enlevé du fond de l'œil cette enveloppe extérieure & épaisse qu'ils appellent la dure mere, ils voient à travers les enveloppes plus minces les images des objets qui y sont vivement représentées & ces images portées par le mouvement le long des fibres des nerfs optiques dans le cerveau sont la cause de la vision. Car selon que ces peintures sont parfaites ou imparfaites, on voit l'objet parfaitement ou imparfaitement. Si l'œil est teint de quelque couleur (comme dans la jaunisse) de manière que les images qui sont au fond de l'œil soient teintes de cette couleur, tous les objets paroîtront avoir la même couleur.

D'où viennent les peintures confuses dans les yeux des vieillards, & comment on les corrige par des verres convexes.

88. Si les humeurs de l'œil s'affoiblissent par la vieillesse de manière qu'en s'attenuant elles rendent la cornée & l'enveloppe de l'humeur cristalline moins convexe ou plus aplatie qu'auparavant, la lumière n'y sera pas assez rompue, & faute de réfraction suffisante elle ne sera pas convergente au fond de l'œil, mais un peu au-delà; par conséquent elle ne donnera au fond de l'œil qu'une image confuse: & la peinture n'étant pas distincte, l'objet paroîtra confus en même proportion. C'est la raison de l'affoiblissement de la vue dans les vieillards, & c'est pour cela que les besicles fortifient leur vue. Car les verres convexes suppléent au défaut de l'applatissment de l'œil & en augmentant les réfractions, ils rendent les rayons plus convergents; de sorte qu'ils se réunissent distinctement au fond de l'œil, si le verre a le degré convenable de convexité.

D'où viennent les images confuses

89. Le contraire arrive à ceux qui ont la vue courte, & dont les yeux sont trop gros. Car la réfraction étant trop

grande, les rayons sont trop convergents & se réunissent avant que d'arriver au fond de l'œil ; par conséquent la peinture qui se fait au fond de l'œil & la vision qui en résulte ne sont pas distinctes, à moins qu'on n'approche tellement l'objet de l'œil que le point où les rayons se réunissent ne vienne se rendre au fond de l'œil (art. 34. 48), ou à moins qu'on ne corrige la rondeur de l'œil & la réfraction par un verre concave & de la concavité requise, ou enfin à moins que l'œil par la vieillesse ne s'applatisse & ne prenne la figure convenable. Car ceux qui ont la vue courte voient beaucoup mieux les objets dans leur vieillesse, & c'est pour cela qu'ils passent pour avoir la vue plus durable. Tel est l'extrait de cet article d'Optique de Newton.

dans les yeux de ceux qui ont la vue courte & comment on les corrige par des verres concaves.

90. Pour déterminer la grandeur des peintures sur la rétine, il suffit de considérer un seul rayon dans chaque pinceau ; parce que si la peinture est distincte, tous les rayons de chaque pinceau se ramassent en un seul & même point de la rétine ; ou ce qui revient au même, on peut regarder la prunelle comme réduite à un seul point : & pour une plus grande simplicité, où pour aider l'imagination, on peut supposer que ce point O est un petit trou au centre de l'hémisphère creux & obscur DqE , qui ne reçoit qu'un seul rayon en ligne droite de chaque point sans aucune réfraction. Car alors les longueurs des images pqr croîtront & décroîtront autant que l'angle pOr ou autant que POR ; ce qui est la propriété de l'œil naturel, comme on va le voir dans l'art. suivant : & si le demi-diamètre Oq de cet hémisphère creux est d'environ $\frac{1}{2}$ d'un pouce qui est l'axe de l'œil humain, les peintures des mêmes objets auront toujours la même grosseur dans les yeux des deux espèces à fort peu près (art. 97.).

On peut regarder la prunelle comme un point.

Fig. 42.

91. Les diamètres ou longueurs des peintures des objets sur la rétine se mesurent par les angles que forment les rayons qui viennent de l'extrémité de l'objet en tombant dans l'œil, ou leur sont proportionnelles, si ces angles sont petits. Car soient deux ou plusieurs objets PQ & $\alpha\chi$, parallèles ou obliques l'un à l'autre, compris par le même angle POQ ou $\alpha O\chi$ en O ; puisque les particules de la lumière qui viennent de P & α décrivent la même ligne $P\alpha O$, elles seront rompues

Les diamètres des peintures dans la rétine sont comme les angles compris par l'objet à l'œil.

Fig. 44.

vers le même point p de la rétine, & de même celles qui viennent de Q & x se rompent au même point q , & ainsi les images $p q$ des objets $P Q$, & x comprises par le même angle en O , ont la même grandeur. Ce qu'il falloit premièrement prouver.

Les images des objets peintes sur la rétine de l'œil d'un mort se sont trouvées par expérience parfaitement bien formées & proportionnées dans toutes leurs parties (art. 87), c'est-à-dire, que la proportion des parties $p q$, $q r$ de toute l'image $p q r$, s'est trouvée la même que celle des parties $P Q$, $Q R$ de tout l'objet $P Q R$ & cette dernière proportion est à fort peu près la même que celle des angles $P O Q$, $Q O R$ compris par les parties $P Q$, $Q R$ (art. 59), & ainsi la proportion est prouvée lorsque les objets $P Q$, $Q R$ sont tous deux à la même distance de l'œil. Et puisqu'on vient de faire voir que les objets $P Q$ & x ont la même peinture $p q$; il s'ensuit que la proportion des peintures des objets x & $Q R$ est la même que celle des angles $x O x$, $Q O R$ compris par ces objets dans l'œil.

Ils sont en raison réciproque des distances de l'objet à l'œil.

Fig. 44.

92. Lorsqu'un objet s'approche de l'œil, le diamètre de son image sur la rétine croît en même proportion que la distance entre l'objet & l'œil décroît, & au contraire il décroît en même proportion que cette distance croît. Car le diamètre de l'image croît en même proportion que l'angle compris par l'objet dans l'œil (art. 91); & cet angle, lorsqu'il est petit, croît en même proportion que la distance entre l'œil & l'objet décroît (art. 60).

La clarté des images n'est pas altérée par la distance de l'objet à l'œil.

93. Le degré de clarté de l'image d'un objet peinte sur la rétine, est toujours le même à toutes les distances de l'œil à l'objet, pourvu qu'aucun des rayons ne soit arrêté dans sa route & que l'ouverture de la prunelle ne change pas. Par exemple, lorsque l'œil s'approche d'un objet deux fois plus près qu'auparavant, sa peinture sur la rétine devient double en longueur & double en largeur, & par conséquent quadruple en surface; puisque la surface seroit double si sa longueur seule ou sa largeur seule étoit double. Mais la quantité de rayons qui entrent par la même ouverture de la prunelle à la demi-distance de l'objet, est aussi quadruple (art. 58); &

étant répandue également sur la quantité quadruple de la surface dans la rétine, elle est précisément aussi dense qu'auparavant, lorsque l'objet étoit à une double distance.

94. Delà il suit que l'apparence affoiblie des objets éloignés ne peut venir que de l'opacité de l'atmosphère qui empêche une partie de leur lumière de venir à l'œil. C'est pour cela que nous trouvons que le Soleil, la Lune & les Etoiles ont une lumière très-foible auprès de l'horizon, & toujours plus brillante en s'élevant au dessus de l'horizon; parce que la traînée des vapeurs qui se trouvent dans la route des rayons est plus longue & plus épaisse auprès de l'horizon & devient moins épaisse & plus courte à mesure que les objets sont plus élevés, & par conséquent elle forme moins d'obstacle au passage des rayons.

D'où vient la foiblesse des images des objets éloignés.

95. La sensibilité de l'œil, ou sa force pour discerner les objets sans inconvénients, avec différentes quantités de lumière, a une étendue très-grande. Par exemple, je trouve que la disproportion entre les quantités de lumière qui viennent du Soleil & de la Lune sur l'horizon, à hauteurs égales, n'est pas moindre que celle de 90 mille à 1, lorsque la Lune est pleine, & qu'elle n'est pas moindre que celle de 180 mille à 1, lorsque la Lune est dans ses quartiers. Et la proportion entre les parties de lumière du Soleil & de la Lune, de quelque nature qu'elles soient, qui sont réfléchies à nos yeux par le même objet pendant le jour & pendant la nuit, ne peut gueres différer de la proportion des lumières totales. Supposant donc que l'ouverture de la prunelle soit peut-être 8 ou 9 fois moindre, pendant le jour que pendant la nuit (c'est-à-dire, environ 3 fois moindre en diamètre) la proportion des quantités de lumière du jour & de la Lune, que le même objet renvoie à l'œil pour éclairer une image de la même grandeur, ne sera pas moindre que celle de 20 mille à 1, lorsque la nuit a un degré moyen de la lumière de la Lune. Je dis qu'elle ne sera pas moindre, parce que les nombres que nous donnons ici sont tirés d'une règle établie sur ce principe, que la Lune renvoie toute la lumière qu'elle reçoit du Soleil; ce qui ne sçauroit être vrai, vu les grandes taches obscures qui paroissent sur son disque, & il est très-probable qu'une

Comparaison de leurs degrés de clarté par la lumière du jour & par celle de la Lune.

grande partie de la lumière incidente est absorbée & perdue même dans les taches les plus brillantes.

Voici le principe d'où dépend la règle précédente : la lumière du jour est à celle de la Lune, comme la surface d'un hémisphère dont le centre est à notre œil, à la partie de cette surface qui paroît être occupée par la partie éclairée de la Lune ; de sorte que tout le Ciel couvert de Lunes ne produiroit que la lumière du jour. Cela paroîtra assez évident par les réflexions suivantes, quoique j'aie trouvé une autre méthode. La lumière du jour vient d'une infinité de réflexions des rayons du Soleil qui viennent de toutes sortes de corps à nos yeux. Car si cela n'étoit, nous ne verrions rien dans le monde même pendant le jour, excepté le Soleil, les étoiles & les corps lumineux (art. 2). De là vient que la lumière du jour est toujours la même dans le lieu où nous sommes, soit que le Soleil brille ou ne brille pas, parce que sa lumière nous est réfléchi par une grande quantité de terre, d'air & de nuages qui s'étendent tout autour de nous, à la distance de plus de cent milles ; de sorte que l'absence des rayons du Soleil dans un pays altère à peine la lumière du jour. D'ailleurs la Lune nous paroît pendant le jour comme un nuage dans l'air d'une clarté moyenne ; quelques-uns paroissant plus obscurs & d'autres plus brillants que la Lune même. Les rayons du Soleil étant donc interceptés pendant la nuit par tous les nuages visibles & n'étant réfléchis à nos yeux que par la Lune seule ; il s'ensuit que la lumière du jour est à celle de la Lune, comme les surfaces apparentes de toutes les nues visibles sont à la surface apparente de la partie visible de la Lune, considérée uniquement comme un nuage qui reste éclairé ; & ces deux lumières, quelles que soient les distances de la Lune & des nuages, sont précisément les mêmes que si tous ces corps étoient placés à égales distances de nos yeux, & s'ils formoient la surface d'un hémisphère (art. 93.) dont les parties sont les vraies mesures des parties de la lumière qui vient à nous.

Preuve expérimentale
par les miroirs
ardents.

96. On voit aussi la grande disproportion entre la lumière du Soleil & celle de la Lune par les expériences qu'on a faites avec des miroirs ardents ; soit par la réfraction des rayons

rayons à travers de grandes lentilles ou par la réflexion des miroirs concaves de verre ou de métal. Ces miroirs réunissant les rayons du Soleil dans le foyer & y formant une petite image ronde du Soleil, produisent une chaleur plus violente & qui brule plus promptement que les fournaies les plus ardentes; puisqu'ils fondent & calcinent les métaux les plus durs, qu'ils vitrifient les briques & les pierres en moins d'une minute. (*Voyez les transact. philos. abr. vol. 1, pag. 211 & vol. 4, p. 190*). Cependant les rayons de la Lune étant ramassés par les mêmes verres, ne produisent aucune chaleur sensible, & ne font aucun effet sur les meilleurs Thermometres placés à leur foyer (*Voyez transf. philos. vol. 1, p. 213, & Mém. de l'Acad. Royale des Sciences 1705*), quoique ces miroirs augmentent sensiblement la clarté de cette lumière. En mesurant la largeur de l'image ronde qui est au foyer & la comparant avec la largeur du miroir, on trouve que quelques-uns de ces miroirs réunissent les rayons incidents dans un espace environ deux mille fois plus petit que celui qu'ils occupoient dans leur incidence. Mais par le calcul précédent, la lumière de la pleine Lune doit être condensée environ 90 mille fois (art. 95) pour la rendre aussi dense & aussi ardente que les rayons directs du Soleil. Il n'est donc pas surprenant que la chaleur des rayons de la Lune ne soit pas sensible au foyer du miroir, étant même alors 40 ou 50 mille fois moins dense que les rayons directs du Soleil. Car on a trouvé par des expériences qu'on a faites avec ces miroirs que les degrés de chaleur sont en raison des densités des rayons; ce qui étant comparé avec l'échelle des degrés de chaleur de divers corps naturels, déterminée par *Newton* dans les transf. philos. (n°. 270 ou dans l'abrégé, vol. 4. part. 2. p. 1. & dans les Mémoires de l'Acad. 1703), on voit qu'il y a une très-grande disproportion entre les degrés de lumière que l'œil peut supporter & les degrés de chaleur qui sont sensibles au toucher.

97. Le Dr. *Hook* nous assure que l'œil le plus subtil ne peut pas bien distinguer une distance dans le Ciel, comme une tache dans le corps de la Lune, ou la distance de deux étoiles, qui comprend dans l'œil un angle moindre qu'une

La vue est limitée par la grandeur & la distance.

demi-minute. (*Voyez ses remarques sur la machine céleste d'Hevelius p. 8*). Si l'angle n'est pas plus grand, les deux étoiles paroîtront à l'œil nud, comme une seule étoile. J'ai assisté à une expérience où l'un de mes amis qui avoit les meilleurs yeux de la compagnie, pouvoit à peine distinguer un cercle blanc sur un fond noir, ou un cercle noir sur un fond blanc ou opposé à la lumière du jour, lorsqu'il comprenoit dans son œil un angle moindre que les deux tiers d'une minute; ou ce qui revient au même, lorsque sa distance à l'œil surpassoit 5156 fois son propre diamètre: ce qui s'accorde assez avec l'observation du Dr. *Hook*. D'où je conclus, par une règle que je donnerai dans le Livre suivant (art. 374) que le diamètre de la peinture de ce cercle sur la rétine n'étoit que la 8000^e partie d'un pouce tout au plus. Et c'est ce que l'on peut appeler un point sensible de la rétine. On voit combien ce point est petit, en faisant attention que la largeur du cheveu le plus fin est visible à la longueur du bras.

Détermination de la grandeur apparente à l'œil nud.

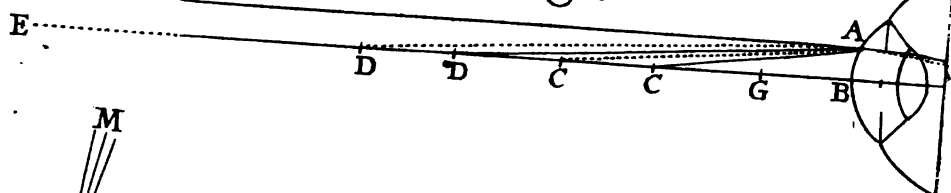
98. La grandeur apparente d'un objet est une quantité d'étendue visible, qui est mesurée par l'angle que deux rayons (art. 90) qui viennent des extrémités de l'objet forment en tombant dans l'œil, ou lui est proportionnelle. Car on voit les extrémités des objets dans les directions de ces rayons & à proportion qu'ils forment un angle plus grand ou plus petit dans l'œil, la grandeur de l'image sur la rétine est plus longue ou plus courte (art. 91) & produit par conséquent la sensation d'une étendue visible plus grande ou plus petite, composée d'un plus grand ou plus petit nombre de points visibles, qui répondent au nombre des points sensibles de la rétine (art. 97) de quelque grandeur que l'on suppose ces points.

Comment elle varie.

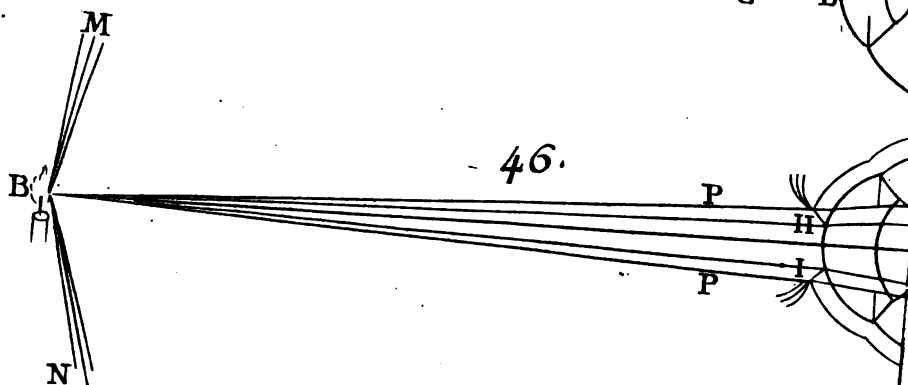
99. La grandeur apparente d'un objet donné est en raison réciproque de sa distance à l'œil, c'est-à-dire, que si l'objet s'approche de l'œil, sa grandeur apparente croît à proportion, comme sa distance décroît; & au contraire elle décroît à proportion, comme sa distance croît. Car la grandeur apparente d'un objet est déterminée par la quantité de l'étendue visible proportionnelle à l'angle que l'objet renferme dans l'œil (art. 98); & cet angle croît à fort peu près, en même proportion que la distance réelle entre l'œil & l'objet décroît. (art. 60).



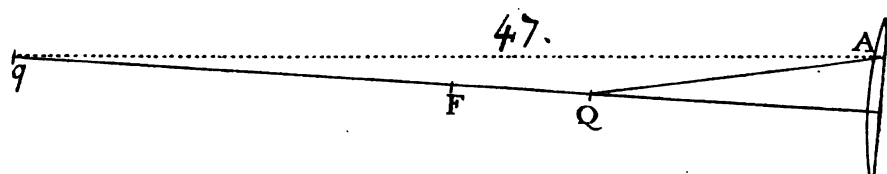
Fig 45.



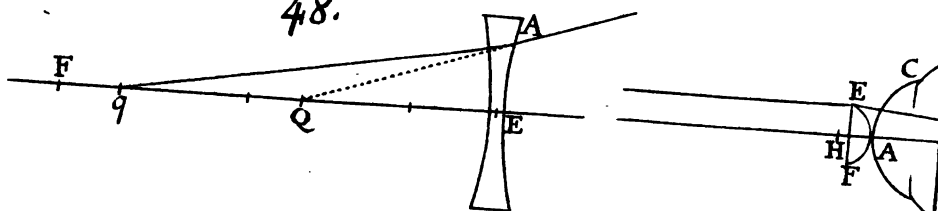
46.



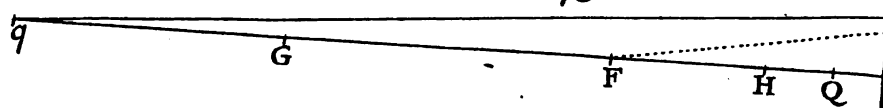
47.



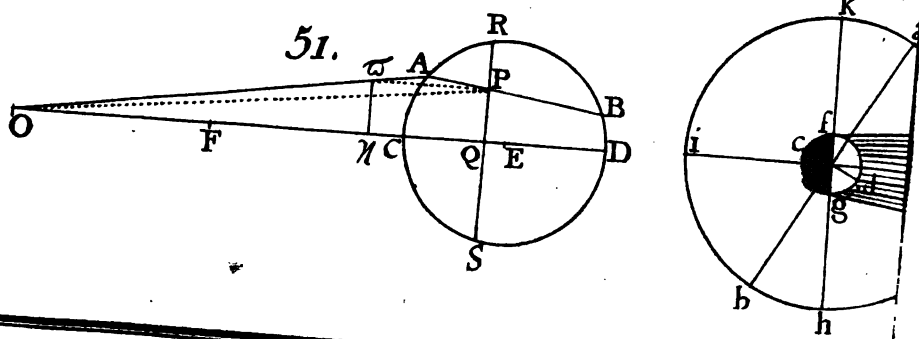
48.



49.



51.



100. La grandeur apparente d'un objet vû par l'œil nud , comparée à sa grandeur apparente lorsqu'il est vû à travers un verre , se nomme souvent pour abrégé , sa vraie grandeur. Et en parlant de la grandeur apparente d'un objet , j'entends toujours parler de celle de son diamètre , de sa longueur ou de sa largeur ou de quelqu'autre ligne principale , & non de sa surface ou de sa solidité , à moins que je ne le spécifie en particulier.

Quand est-ce qu'on l'appelle vraie grandeur.

R E M A R Q U E S.

1. Si l'on voit un objet distinctement & successivement à trois différentes distances de l'œil , dont la première soit la moindre où l'on puisse le voir distinctement , la seconde double de la première , & la troisième infinie ; il est remarquable qu'il se fait autant d'altération dans la figure de l'œil pour voir l'objet distinctement à la première & à la seconde distance dont la différence est fort petite , qu'il s'en fait pour le voir à la seconde & à la troisième dont la différence est infinie. Car soit BCDE l'axe de l'œil prolongé à l'infini ; BC , BD , BE , les trois distances de l'objet à la cornée AB. & CA , DA , EA , trois rayons qui tombent sur un point donné de la cornée , parmi lesquels EA est parallèle à l'axe. Pour avoir la vision distincte des points C , D , E , il est clair que chacun des rayons CA , DA , EA doit être successivement rompu au même point sur la rétine où il coupe l'axe de l'œil. Supposons d'abord que le point F soit donné , ou que la longueur de l'axe BF soit immuable ; alors il faudra que la quantité de chaque rayon varie ; & parce que la distance CD est supposée égale à CB ou CA , l'angle CAD fera égal à CDA , & par conséquent à DAE. Donc en imaginant que chaque rayon revienne du point fixe F , successivement aux points C , D , E , il faudra diminuer toute la quantité de ses réfractions de l'angle CDA , & ensuite de l'angle égal DAE ; & ainsi les changements de figure des surfaces réfringentes seront les mêmes lorsque l'objet passera de C en D , & lorsqu'il passera de D en E.

Sur l'art. 85.

Variation de figure dans les yeux parfaits.

Fig. 45.

2. Supposons en second lieu que les figures des surfaces réfringentes soient inaltérables , & que F soit leur foyer principal , c'est-à-dire , celui des rayons qui tombent parallèles sur la cornée après la réfraction par toutes ces surfaces , & que de même G soit leur autre foyer principal , c'est-à-dire , celui des rayons qui tombent parallèles derrière le cristallin , & qui sont rompus à travers toutes les surfaces. Je trouve par le calcul que BG n'est que 5 ou 6 dixièmes d'un pouce ; & par conséquent si l'on fait GC égal à CD , en comptant les distances de l'objet depuis G au lieu de les compter depuis B , le cas présent ne sera pas beaucoup différent du précédent. Car soit un pinceau venant de C qui se rompe vers c , & un autre de D vers d ; nous verrons dans l'art. 273 que Fc est en raison réciproque de GC (tout comme si les réfractions ne se faisoient qu'à travers une lentille) ; c'est-à-dire , $Fc : Fd :: GD : GC :: 2 : 1$, c'est-à-dire , que les variations c d & d F du mouvement de la rétine sont

Fij

égales entr'elles , pendant que la distance varie du simple au double & du double à l'infini.

3. Enfin si l'on suppose que la vision distincte se fait successivement par la variation, en partie du mouvement de la rétine , & en partie de la figure des surfaces réfringentes , on voit aisément que les variations de toutes ces parties prises ensemble doivent être encore égales dans les deux cas précédents. Quant à l'opinion d'*Hughens* , que le cristallin s'approche de la cornée pour voir distinctement les objets proches ; j'ai calculé autrefois sur les mesures de l'œil que j'avois alors , que si le cristallin pouvoit se mouvoir jusqu'à toucher la cornée , ce mouvement seroit trop petit pour faire aucun changement dans nos preuves. Mais outre cela ce mouvement est arrêté par l'uvée qui , selon Mr. *Petit* , est plus près du cristallin que la cornée. Il a aussi trouvé que la surface de l'uvée dans l'œil de l'homme n'étoit pas sphérique , mais plane. Voyez les *Mémoires de l'Académie* 1728 , p. 206 , in-4°.

Dans les vues
courtes.

4. Donc si ceux qui ont la vue courte peuvent lire distinctement un petit caractère à deux différentes distances , dont la plus grande ne soit pas double de la plus petite , ce que la plupart peuvent faire , à ce que je crois ; il s'ensuit qu'il se fait autant d'altérations de figures dans leurs yeux que dans les yeux parfaits, pour voir distinctement à toutes les distances intermédiaires entre l'infini & la plus grande des deux ; & c'est pour cela que ceux qui ont la vue courte voyent distinctement à toutes les distances avec un seul concave de la figure convenable ; autrement il leur auroit falu des concaves de différentes figures pour les distances différentes.

5. Il suit delà que la cause des courtes vues n'est pas l'impuissance de varier la figure de l'œil & la quantité de la réfraction , mais c'est que cette quantité totale est trop grande pour la distance de la rétine à la cornée.

Sur l'art. 87.

Histoire des
opinions sur
la vision.

6. Il y a eu de grandes disputes parmi les anciens Philosophes , pour sçavoir si la vision venoit des rayons qui entroient dans l'œil ou de ceux qui partoient de l'œil vers l'objet. À la fin la dernière prévalut , & fut adoptée par *Euclide* , *Ptolomée* , *Alhazen* & autres anciens Opticiens , qui crurent qu'il étoit plus convenable que ces émanations , qu'ils appelloient rayons visuels , vinssent des corps animés que des corps inanimés.

7. On dit que *Jean Bap. Porta* fut le premier qui découvrit les peintures des objets extérieurs qui paroissent sur la muraille d'une chambre obscure & qui se forment par le passage des rayons de lumière au travers d'un petit trou dans la muraille opposée. Il en parla fort au long dans sa *Magie naturelle* , imprimée en 1560 , & il donne le moyen de rendre ces peintures distinctes. D'où il conclut qu'il a non-seulement décidé la grandeur , mais encore qu'il a trouvé la vraie cause de la vision ; car , dit-il , l'image entre par la prunelle & se peint sur la surface du cristallin , qui est comme la muraille de la chambre obscure , & la prunelle est comme le petit trou par où les images entrent dans la chambre obscure. Il suit en cela l'opinion de *Vitellion* & de quelques autres qui s'imaginoient que la vision commençoit lorsque le cristallin étoit éclairé , mais qu'elle n'étoit complete que lorsqu'elle se réunissoit , pour ainsi dire , dans le nerf optique ; que la vision étoit distincte lorsque les rayons tomboient perpendiculairement sur le cristallin , & confuse lorsque les rayons des objets collatéraux y tomboient obliquement.

8. On s'en tint à ces idées de la vision jusqu'à 1600 , où *Kepler* fit la grande découverte (dans ses *Paralipomenes sur Vitellion*) , & fit voir par sa Géométrie de quelle manière les rayons étoient rompus à travers toutes les humeurs de

L'œil, pour former une image distincte sur la rétine, de la même manière que les images se forment par un globe de verre plein d'eau. Il découvrit aussi la cause des défauts de la vue; c'est-à-dire, d'où vient que ces peintures sont confuses, & il fit voir comment on pouvoit les rendre distinctes par des verres convexes ou concaves, dont on avoit admiré les effets pendant deux ou trois siècles sans pouvoir en rendre raison.

9. La raison qu'on apporte ordinairement pour expliquer comment les objets nous paroissent droits malgré le renversement de leurs images dans la rétine, est aussi de *K.pler*. Il dit que notre ame recevant une impulsion du rayon *Pp* dans la partie inférieure de la rétine, considère ce rayon comme venant du point le plus haut de l'objet, & que de même recevant l'impulsion du rayon *R* dans la partie supérieure de la rétine, elle le regarde comme venant de la partie inférieure de l'objet. *Descartes* a éclairci cette solution en imaginant un aveugle qui tient dans ses mains deux bâtons qui se croisent & qui pousse l'en haut & l'en bas d'un objet avec ces deux bâtons; cet homme jugera que l'en haut de l'objet est la partie qu'il touche avec le bâton inférieur, & que l'en bas est celle qu'il touche avec le bâton supérieur. Mais nous ferons voir dans la suite que cette raison n'est pas satisfaisante.

10. Les vieillards sont sujets à avoir des taches, des filets, & comme des mouches volantes qui sont toujours devant leurs yeux; mais principalement lorsqu'ils regardent un objet blanc ou fort clair. Voici ce qu'en dit *M. de la Hire* dans son *Mémoire sur les différents accidens de la vue*. Ces taches ne sont pas toutes de même nature; il y en a qui sont permanentes & qui ne changent pas de place à l'égard de l'axe de la vision, car on les voit toujours dans le même endroit par rapport au point de l'objet qu'on regarde attentivement; les autres sont flottantes & changent continuellement de place; les unes & les autres n'ont pas une figure constante. Les premières ne sont que comme des taches obscures faites sur un corps blanc, & les dernières paroissent comme les nœuds du bois de sapin qui sont coupés sur une planche; elles ont une partie fort claire qui est environnée de filets noirs, & on y voit plusieurs fils noirs irréguliers qui les accompagnent avec des espèces de fils posés en différentes manières dont le milieu paroît fort clair, & les deux bords obscurs.

11. Ce qui forme les taches permanentes, est arrêté en quelque endroit de l'œil, ou dans la rétine, ou dans l'humeur vitrée qui est fort proche de la rétine; car l'opacité des enveloppes ou des humeurs dans les parties éloignées de la rétine, en interceptant une partie des rayons de chaque pinceau, ne pourroit produire qu'une obscurité uniforme ou une lumière foible dans chaque partie de la rétine, & non pas un défaut total dans une seule partie. Nous en avons un exemple dans les *Transact. philos.* n°. 384. Une femme voyant de l'œil gauche trois mots imprimés, n'appercevoit que les deux extrêmes, & nullement celui du milieu; ensuite les regardant de l'œil droit, elle n'appercevoit de quatre mots que trois seulement, l'un des deux du milieu étant couvert d'une tache noire; mais en les regardant avec les deux yeux elle les voyoit tous.

12. *M. de la Hire* attribue la cause de ces taches permanentes à de petites gouttes de sang extravasé dans la rétine; mais il trouve qu'il est plus difficile d'expliquer comment se forme la seconde espèce de taches. Les mauvais morceaux de verre & de glace de miroir qui ne sont point encore polis, font voir des apparences toutes semblables à ces taches quand on les expose

Fig. 44.

Taches dans
l'œil.

aux rayons du Soleil, & qu'on reçoit sur un papier blanc ces rayons qui ont passé au travers. Il pense donc que les grains & les filets qui forment ces taches, doivent nécessairement flotter dans l'humeur aqueuse de l'œil, & former un foyer plus court que celui de cette humeur, ce qui porte leur image sur la rétine. Ces grains & ces filets étant transportés en différents endroits de l'humeur aqueuse, font paroître les taches en différents endroits des objets qu'on regarde.

Opacité de
la cornée.

13. Il arrive souvent que la cornée devient opaque, & j'ai ouï dire qu'on guérissoit cette maladie avec du verre réduit à une poudre impalpable, & que l'on souffloit tous les jours dans l'œil, pourvu que l'opacité n'eût pas pénétré toute l'épaisseur de la cornée.

Opacité du
cristallin.

14. L'opacité du cristallin se nomme *Cataracte*, & on la guérit en l'abaissant, c'est-à-dire, en perçant un côté de la cornée avec une aiguille très-fine, & tirant le cristallin de sa place vers un côté de l'œil; alors le malade est obligé de se servir d'un verre très-convexe pour suppléer au cristallin.

Partie de la
rétine insensi-
ble à la lu-
mière.

15. M. Mariotte est l'auteur d'une expérience curieuse, qui fait voir qu'un objet dont la peinture tombe sur la base du nerf optique dans l'endroit où il entre au fond de l'œil, n'est pas aperçu lorsque l'autre œil est fermé. Il décrit cette expérience dans une lettre à M. Pecquet (*Recueil de ses Oeuvres, tom. 2; pag. 476*). » J'avois, dit-il, souvent observé par l'anatomie tant des hommes que des animaux, que jamais le nerf optique ne répond justement au milieu du fond de l'œil, c'est-à-dire, à l'endroit où se fait la peinture des objets qu'on regarde distinctement, & que dans l'homme il est un peu plus haut & à côté tirant vers le nez. Pour faire donc tomber les rayons d'un objet sur le nerf optique de mon œil, & éprouver ce qui en arriveroit; j'attachai sur un fond obscur, environ à la hauteur de mes yeux, un petit rond de papier blanc pour me servir de point de vue fixe; & cependant j'en fis tenir un autre à côté vers ma droite, à la distance d'environ deux pieds, mais un peu plus bas que le premier, afin qu'il put donner sur le nerf optique de mon œil droit pendant que je tiendrois l'œil gauche fermé. Je me plaçai vis-à-vis du premier papier, & m'en éloignai peu à peu, tenant toujours mon œil droit arrêté dessus; & lorsque je fus à la distance d'environ neuf pieds, le second papier qui étoit grand de près de quatre pouces, me disparut entièrement. Cependant je ne pouvois pas attribuer cela à l'obliquité de cet objet, d'autant que je remarquois d'autres objets qui étoient encore plus à côté; de sorte que j'eusse pu croire qu'on me l'avoit subtilement ôté, si je ne l'eusse retrouvé en remuant tant soit peu mon œil. Je fis ensuite la même expérience en d'autres distances, éloignant ou approchant les papiers l'un de l'autre à proportion. Je la fis encore avec l'œil gauche, en tenant le droit fermé, après avoir fait porter le papier à la gauche de mon point de vue; de sorte que par la situation des parties de l'œil, il n'y a pas lieu de douter que ce ne soit sur le nerf optique que se fait ce défaut de vision. La même chose arriva à plusieurs de mes amis, mais non pas toujours précisément à même distance.

Conséquence
remarquable
de cette ex-
périence.

» 16. Cette expérience m'a depuis donné lieu de douter que la vision se fit dans la rétine, suivant l'opinion commune, & m'a fait conjecturer que c'étoit plutôt dans cette autre membrane qu'on voit au fond de l'œil au travers de la rétine, que l'on appelle choroïde; car si c'étoit dans la rétine, il semble que la vision devroit se faire par tout où cette rétine se rencon-

»tre; & comme elle couvre tout le nerf, aussi bien que le fond de l'œil, il
 »n'y auroit pas de raison pourquoi il ne se feroit point de vision à l'endroit du
 »nerf optique où elle est. Au contraire, si c'est dans la choroïde, on verra clai-
 »rement que la raison pour laquelle la vision ne se fait point à l'endroit du
 »nerf optique, est parce que cette membrane part des bords de ce nerf,
 »& n'en couvre point le milieu, comme elle fait le reste du fond de l'œil.

17. On voit les objections de M. Pecquer dans la Réplique de M. Mariotte
 dont voici l'extrait. » Vous dites dans votre première objection que si on leve
 »la sclérotique & la choroïde d'un œil bien frais, & qu'on laisse la rétine éten-
 »due sur l'humeur vitrée, alors on ne voit pas bien au travers de cette membrane;
 »d'où vous concluez qu'elle n'a pas assez de transparence pour laisser passer
 »sur la choroïde une lumière suffisante pour la vision. Je ne demeure pas
 »d'accord de cette conséquence, puisqu'il peut y avoir beaucoup de diffé-
 »rence entre la rétine d'un animal mort exposée à l'air, & celle d'un animal
 »vivant exactement enfermée entre l'humeur vitrée & la choroïde. Les di-
 »verses dispositions changent ordinairement la qualité des choses. La graisse
 »qui est transparente étant fondue, devient opaque en se refroidissant; &
 »la cornée d'un œil qu'on tient quelques heures dans un air chaud, devient
 »trouble, & peu à peu entièrement opaque. Prenez un œil encore tout chaud
 »d'un bœuf fraîchement tué, & coupez-le en deux un peu au-dessous du
 »cristallin, en sorte qu'une bonne partie de l'humeur vitrée demeure éten-
 »due sur la rétine; alors vous verrez distinctement les diverses couleurs de
 »la choroïde, la base du nerf optique, les troncs des petits vaisseaux qui en
 »sortent, & leur épanchement dans l'épaisseur de la rétine, avec tant de
 »netteté, que vous ne pourrez même discerner s'il y a une rétine au delà de
 »l'humeur vitrée. Voici une autre expérience qui prouve la transparence de
 »la rétine. Mettez de nuit une chandelle allumée fort près de vos yeux, &
 »faites qu'un chien éloigné de huit ou dix pas vous regarde, alors vous
 »verrez dans ses yeux une lumière assez éclatante que je soutiens procéder
 »de la réflexion de la lumière de la chandelle, dont l'image est peinte sur la
 »choroïde du chien, laquelle ayant beaucoup de blancheur fait cette ré-
 »flexion très-forte; car si elle procédoit du cristallin ou de la rétine, on
 »verroit les mêmes apparences dans les yeux des hommes & dans ceux des
 »oiseaux & des autres animaux qui ont la choroïde noire. Il est donc mani-
 »feste par cette expérience que les rayons lumineux passent avec beaucoup
 »de force jusques sur la choroïde, & que la rétine en reçoit fort peu d'im-
 »pression. On peut faire la même expérience dans les yeux des chats, où
 »cette lumière paroît bleuâtre; ce qui fait voir qu'elle procède de leur cho-
 »roïde qui a beaucoup de cette couleur; mais cette couleur, ni aucune
 »autre qui soit dans la choroïde, ne cause point de confusion au sens de la
 »vue, puisque les sens ne reçoivent point d'impression de leurs propres
 »organes.

Objections.

» 18. Les corps noirs s'échauffent plus au Soleil, & prennent feu plutôt
 »que ceux qui sont blancs, & c'est pour cela que la lumière agit plus for-
 »tement sur eux; c'est aussi la cause pourquoi les hommes & les oiseaux
 »voyent plus distinctement que la plupart des autres animaux; car leur cho-
 »roïde étant noire, & par conséquent très-sensible à la lumière, ils étrecif-
 »sent beaucoup leur prunelle, ce qui fait que les rayons qui y passent de
 »chaque point des objets, sont tous fort proches de l'axe du cristallin, &

» se réunissent plus exactement dans un point que dans les yeux de la plupart
 » des animaux qui ont la choroïde blanchâtre vers l'axe de la vue, & par
 » conséquent moins sensible à la lumière, & qui tiennent en récompense la
 » prunelle de leurs yeux fort dilatée lorsqu'ils ont besoin d'une grande lu-
 » mière; ce qui empêche leur vision d'être distincte, à cause que les rayons
 » qui tombent sur l'extrémité du cristallin, coupent l'axe trop près dans
 » leur réfraction (art. 75). Il est vrai que pour suppléer en quelque façon
 » à ce défaut, ils ont un petit cristallin au milieu d'un grand, & ce petit
 » cristallin étant d'une consistance plus épaisse que celle du grand, sa réfraction
 » est aussi plus forte, & fait que les rayons qui viennent d'un point hors de l'œil
 » & tombent sur le cristallin près de l'axe de la vue, se rompent davantage en
 » passant par ce petit cristallin, & par ce moyen se réunissent mieux au fond de
 » l'œil avec les rayons qui tombent sur l'extrémité du grand cristallin, ce qui rend
 » leur vision moins confuse, quoiqu'elle ne soit jamais si distincte que celle des
 » hommes & des oiseaux qui n'ont qu'un cristallin. Les poissons ont aussi
 » un double cristallin, car autrement leur vision seroit encore plus confuse
 » que celle des animaux qui vivent dans l'air; parce que leur cristallin étant
 » sphérique, les rayons coupent l'axe plus inégalement que s'il étoit lenticu-
 » laire; & s'il n'étoit sphérique, son foyer se feroit très loin, à cause que
 » la réfraction des rayons qui passent de l'eau dans le cristallin est très-
 » petite.

19. Venons maintenant à la preuve que je tire du défaut de vision sur la
 » base du nerf optique. Il faut premièrement demeurer d'accord que dans
 » cette expérience presque tous les hommes perdent de vue un rond de pa-
 » pier blanc tout entier, dont le diamètre est la neuvième ou dixième partie
 » de sa distance jusqu'à l'œil. Or le triangle visuel dont le diamètre de ce
 » papier est la base, & le sommet le centre de la vue, est proportionnel au
 » triangle, dont la base est le diamètre de la peinture de ce papier sur le fond
 » de l'œil & le sommet le même centre de la vue; lequel centre étant éloigné
 » de 6 ou 7 lignes de la base du nerf optique, dont la largeur est environ
 » de $\frac{1}{4}$ de ligne, cette base fera aussi environ la 9^e ou 10^e partie de sa distance
 » jusqu'au centre de la vue, & ainsi l'image du rond de papier, tombant sur
 » la base du nerf, la couvrira précisément; & puisqu'alors le papier dispa-
 » roît entièrement, il s'ensuit que toute la base du nerf optique est insensible
 » à la lumière. D'où je conclus que la choroïde est le principal organe de la
 » vue, puisque son absence cause le défaut de vision; & que la rétine ne
 » l'est pas, puisqu'elle se trouve en cet endroit, & qu'elle y paroît disposée
 » de même qu'au reste du fond de l'œil.

» Vous dites que le tronc des vaisseaux qui sortent de la base du nerf peut
 » être la cause de ce défaut de vision; mais vous ne pouvez pas nier qu'ils
 » ne soient très-petits, & qu'on a de la peine à discerner les petits trous
 » par où ils passent lorsqu'on coupe le nerf plus haut que son insertion dans
 » l'œil: & parce que souvent ils sortent de la base par deux petits trous
 » différents, le diamètre de chacun desquels n'occupe pas la huitième partie
 » de celui de la base; il s'ensuit que si le reste de la base du nerf optique
 » étoit sensible à la lumière, on ne perdrait de vue, à une distance de 10
 » pieds, qu'un papier de deux pouces de diamètre tout au plus; & quelque-
 » fois en fixant un œil sur un petit papier, il en disparaîtroit deux autres
 » très-petits, séparés l'un de l'autre, sans perdre de vue ce qui seroit entre
 » deux, ce qui repugne à l'expérience.

» 20. Pour

20. Pour confirmer davantage mon opinion , j'ajoute ici quelques observations. La première est que la prunelle se dilate à l'ombre , & s'étrécit à la vue d'une grande lumière , & il est difficile de trouver la cause de ce mouvement involontaire , sans supposer que la choroïde est sensible à la lumière. Car alors il est aisé de juger qu'étant blessée par une vision trop forte , elle peut dilater ou resserrer ses fibres qui sont continues avec celles de l'uvée antérieure , en sorte qu'elle étrécit son ouverture , & que n'étant pas blessée elle se relâche ; au lieu que si l'on suppose que la rétine est l'organe de la vue , il est difficile d'expliquer comme se fait cet étrécissement.

21. Les autres arguments de l'auteur sont tirés de la construction des yeux des oiseaux. J'ai répété son expérience dans une chambre d'où j'avois banni toute lumière sensible , excepté celle qui y entroit par le trou de la ferrure , & ce trou disparut totalement lorsque la lumière tomba sur la base du nerf optique. Ce qui fait voir que ce nerf est totalement insensible à la lumière ; & cependant en regardant d'un seul oeil des objets d'une couleur uniforme , nous ne nous apercevons d'aucun défaut ou tache noire & ronde , comme celle de la femme dont on a parlé ci-devant.

22. M. Picard a fait voir (*Transf. philos. n^o. 35.*) de quelle manière on peut perdre de vue un objet avec les deux yeux ouverts. Attachez à une muraille un rond de papier blanc d'un pouce ou deux de diamètre , & faites deux marques à côté , l'une à main droite & l'autre à main gauche , chacune environ à deux pieds de distance du papier & un peu plus haut. Placez-vous ensuite directement devant le papier à la distance de 9 ou 10 pieds , & tenez le bout de votre doigt vis-à-vis de vos deux yeux , de manière qu'il cache à l'œil droit la marque qui est à gauche , & à l'œil gauche la marque qui est à droite. Si vous restez ferme dans cette situation , & que vous regardiez de vos deux yeux par le bout de votre doigt , le papier qui n'en est point du tout couvert disparaîtra totalement ; ce qui est fort surprenant , parce que sans cette rencontre particulière des nerfs optiques , où la vision ne se fait pas , le papier paroîtroit double , comme vous le trouverez si votre doigt n'est pas bien placé.

23. Quant à la dispute sur la rétine & la choroïde , je joins ici une remarque tirée de la dissertation de M. de la Hire sur les différents accidens de la vue. „ Pour trouver quelque éclaircissement dans cette difficulté , il faut „ considérer ce qui arrive aux autres sens , & il me semble que par comparaison on peut très bien prouver que la rétine est le principal organe de la „ vue , quoiqu'elle ait un endroit qui ne soit pas sensible à l'impression des „ objets extérieurs. Je dis donc que la rétine est le principal organe de la „ vue , comme étant une expansion du nerf optique , puisqu'on ne doit pas „ rechercher le sentiment autre part que dans les nerfs ; mais que cet organe „ doit recevoir l'impression de la lumière d'un organe moyen qui la reçoit de „ l'objet , comme il arrive aux autres sens. D'où il est évident qu'il faut que „ ce soit la choroïde , puisqu'elle touche la rétine ; & qu'étant d'une couleur „ obscure , elle est plus propre à être ébranlée par les impressions de la „ lumière , que si elle étoit blanche & transparente. La nature agit de la „ même manière dans le sens de l'ouïe ; car la lame spirale est propre par „ sa nature & par sa disposition à recevoir les ébranlements différents de „ l'air , qu'elle communique aux ramifications du nerf auditif qui lui sont

jointes. Il arrive aussi la même chose dans les autres sens, comme l'a observé M. Duverney dans la page 96 de *l'organe de l'ouïe*; car les nerfs sont d'une nature trop tendre & trop délicate pour être exposés à nud à l'action des corps extérieurs: c'est pourquoi il faut que les membranes qui recouvrent les nerfs & qui sont comme un organe moyen, reçoivent des impressions propres & particulières pour les communiquer aux nerfs avec la disposition qui convient à la sensation.

Rayons qui paroissent aux chandelles.

Fig. 46.

24. Cet auteur nous explique aussi la cause de ces rayons qui paroissent monter & descendre dans la flamme des chandelles; en voici les circonstances. Lorsque l'on panche un peu la tête en bas & qu'on regarde la chandelle, on voit seulement le rayon d'en bas; & au contraire lorsqu'on leve la tête, on ne voit que des rayons en haut; & enfin pour voir des rayons en haut & en bas, il faut tenir la tête droite & fermer presque l'œil. Pour expliquer ces effets, il faut considérer que l'œil est toujours humecté d'une eau glaireuse qui se ramasse en plus grande quantité au bord des paupières que dans les autres endroits, à cause qu'elles frottent sur la cornée. Cette liqueur qui s'attache aux paupières en s'y élevant, forme une cavité entre la paupière & la cornée; & les rayons qui viennent du point lumineux B, en passant au travers de cette cavité vers H, se détournent vers la perpendiculaire, & passent dans l'œil vers la partie supérieure de la rétine. C'est pourquoi si la paupière H se trouve vis-à-vis l'ouverture de la prunelle, comme il arrive lorsque la tête est un peu baissée; il s'ensuit que les rayons de la lumière, qui se rompent vers le bord H de la paupière supérieure, rencontrent la rétine & forment le rayon lumineux qu'on voit au dessous du point B en BN. Mais si l'on baisse trop la tête, & que la saillie du sourcil & de la paupière puisse empêcher que les rayons de la lumière ne donnent plus sur la petite cavité formée par l'humeur de l'œil au bord de la paupière supérieure H, le rayon lumineux qui paroît au dessous du point B disparaîtra, comme il arrive en effet, quoiqu'on voye encore le point lumineux B par le moyen des rayons qui tombent à l'ordinaire sur la partie de la cornée qui est entre les deux paupières, & qui peuvent entrer dans l'œil par l'ouverture de la prunelle, ce qui est confirmé par l'expérience. Il est évident que dans cette position il ne sauroit paroître de rayon au dessus du point B, parce que la paupière inférieure I est au dessous de l'ouverture de la prunelle.

Mais si la tête est élevée, l'œil étant fixé sur la chandelle, la paupière inférieure s'élèvera aussi au dessus du bord inférieur de la prunelle; & les rayons qui passent par la concavité aqueuse en I, se rompront en bas vers la partie inférieure de la rétine; d'où il arrivera qu'on verra un seul rayon BM au dessus du point lumineux; on n'en verra point au dessous, parce que la paupière supérieure est alors au dessus de la prunelle.

Donc si la tête est droite, & que les deux paupières soient approchées l'une de l'autre, en sorte que leur intervalle soit moindre que le diamètre de la prunelle, il est évident que les rayons paroîtront au dessus & au dessous du point lumineux.

Ces explications sont confirmées par l'expérience en plaçant un corps opaque P entre l'œil & la lumière, pour intercepter les rayons qui tombent sur ces cavités en H & en I; car lorsque le rayon BN paroît au dessous de la chandelle, si l'on fait monter peu à peu le corps opaque vers la prunelle,

il ne fera aucun effet; mais si on le fait descendre, le rayon sous la chandelle disparaîtra avant que la chandelle disparoisse.

25. Quoique le sentiment de M. Robault sur les rayons qui paroissent aux chandelles ne puisse pas se soutenir, on ne peut pas nier pourtant que l'épaisseur des paupieres ne réfléchisse la lumière en dedans de l'œil, dans quelques positions de l'œil & de la chandelle; mais cette lumière réfléchie fait une apparence fort différente des rayons dont nous avons parlé. Aussi-tôt que j'eus trouvé cette explication, je résolus de la faire imprimer en particulier; mais ayant rencontré le petit traité qui a pour titre *l'Ophthalmographie* par M. Briggs, Médecin anglois, j'y vis en général la même explication de cette apparence.

26. La manière dont ces Messieurs ont expliqué ces apparences auroit été fort bonne, si les extrémités de ces rayons avoient paru colorées; mais comme elles ne le sont pas, ces effets ne peuvent gueres venir de ces grandes réfractions, mais plutôt par les inflexions des rayons en haut & en bas aux bords des paupieres supérieure & inférieure, comme on le verra dans la suite. Leur vraie cause.

27. Pour déterminer les verres les plus propres aux vues foibles, il faut trouver les limites de la vision distincte & confuse, ou les distances de l'œil aux endroits où un objet commence à paroître confus, en mesurant la moindre distance à laquelle celui qui a la vue longue peut voir distinctement un grand caractère imprimé, & le lire aisément, & de même en mesurant la plus grande & la moindre distance où celui qui a la vue courte peut voir distinctement un petit caractère & le lire aisément; ou, encore plus exactement, en plaçant l'extrémité d'une longue regle fort proche de l'œil, ou plutôt un peu au dessous, & observant les plus grandes & les moindres distances où les lignes menées le long de la regle commencent à paroître confuses. J'appellerai Verres les plus propres aux vues foibles; ceux qui sont les moins concaves ou les moins convexes parmi ceux qui peuvent procurer une vision distincte par la raison que je donnerai ci-après. Sur les art. 88, 89. Détermination des verres pour les vues foibles.

28. Soit E_1 la moindre distance où les petits objets paroissent distincts à l'œil d'une personne qui a longue vue, & EQ la moindre distance où il cesse de les voir distinctement. Prenez vers q , QF à QE , comme QE à Q_1 , & EF sera le foyer du verre convexe qui étant placé près de l'œil, lui fera voir un objet distinctement dans tous les points entre Q & F , & peut-être même au delà de F ; car les rayons qui viennent du point Q , sortent du verre & entrent dans l'œil, comme s'ils étoient venus distinctement de q à l'œil nud, comme on le verra dans l'article 239; & en supposant que Q s'éloigne de l'œil, q s'en éloignera aussi à l'infini dans des points où l'œil nud peut voir distinctement: donc les rayons rompus étant divergents de tous ces points, produiront la vision distincte de l'objet Q jusqu'en F , & encore plus loin si l'on peut voir distinctement par des rayons convergents. Fig. 47i

29. Donc si l'on veut voir distinctement à une distance qui ne soit pas moindre que la moitié de E_1 , c'est-à-dire, aussi près qu'avec l'œil nud, la lentille convexe la plus propre sera celle dont le foyer est E_1 ; car en supposant Q_1 égal à QE , le point F tombera sur le point q par la proportion précédente.

30. Soit EF la plus grande distance où un objet en F paroît distinct à l'œil d'une personne dont la vue est courte; ce sera aussi la longueur du foyer des. Verres pour les vues courtes.

d'une lentille concave qui, étant approchée de l'œil en E, sera la plus propre à faire voir distinctement les objets éloignés, parce que les rayons d'un pinceau qui vient d'un objet éloigné, & qui par conséquent tombe parallèle sur la lentille, en sortiront pour aller à l'œil, comme s'ils étoient venus directement à l'œil nud d'un objet en F; & par conséquent la peinture d'un objet éloigné, formée sur la rétine par les rayons rompus dans la lentille, sera aussi distincte que la peinture d'un objet en F, vû par des rayons non rompus.

31. Soit EQ la moindre distance où la même personne peut voir distinctement un objet à l'œil nud; dites comme QF est à QE, ainsi QE est à Qq; & plaçant Q₁ vers F, le point q sera le point où elle verra l'objet distinctement au travers de cette lumière. Car on fera voir dans l'art. 239 que les rayons d'un pinceau qui tombent sur la lentille convergents vers Q, seront après la réfraction convergents vers q; & au contraire les rayons qui viennent de q, sortiront de la lentille étant divergents par rapport à Q; & en supposant que le point q s'éloigne de l'œil, le point Q s'en éloignera aussi dans des points où l'œil nud peut voir distinctement; mais si le point q s'approche de l'œil, le point Q s'en approchera aussi dans des points où l'œil ne peut pas voir distinctement, par la supposition.

32. Par conséquent si QF, espace entre les limites de la vision confuse, n'est pas moindre que QE, le verre dont le foyer est EF, fera paroître distinctement tous les objets qui sont au delà de F, portée de l'œil nud. Car en ce cas Qq ne peut pas être plus grand que QF, comme on le voit par la proportion précédente.

Fig. 49.

33. Mais si cette personne a besoin de deux verres concaves pour lire ou pour écrire, il faut que la distance Eq ne soit pas trop grande. Soit donc QF les limites de la vision confuse comme ci-devant; prenez vers q, FG à FE, comme FE à Fq & la lentille concave dont le foyer est EG sera la plus propre à ce dessein. Car on verra par l'art. 239 que les rayons d'un pinceau qui tombent sur ce verre, convergents vers F le seront vers q après la réfraction, & au contraire; par conséquent cette personne verra l'objet distinctement aussi loin que le point q, & aussi près que le point F, si QF n'est que la moitié de EF. Car en supposant que les rayons tombent sur la lentille convergents vers Q, dites comme QG est à QE, ainsi QE est à QH, les rayons rompus seront convergents vers H & par conséquent H sera le point le plus proche que l'on puisse voir distinctement au travers de ce verre. Mais si Q divise également EF, il est évident que QH est moindre que QF; parce qu'alors QG, QF, QH sont en proportion continue.

Regles pour
le choix des
verres con-
vexes & con-
caves.

34. Ainsi on peut fournir une personne des verres les plus convenables quoiqu'elle soit fort éloignée de la boutique où on les vend. Il suffit d'envoyer à l'ouvrier les foyers calculés par les regles précédentes. Mais si elle a entre les mains des verres à choisir, elle peut mieux s'en assurer par l'expérience, en ne choisissant que les verres les moins concaves ou les moins convexes de tous ceux qui conviennent à sa vue. Ce sont ceux que j'ai calculés & que j'ai appelé les plus propres aux vûes foibles. Car puisqu'ils ne peuvent pas se joindre entièrement à l'œil, moins un verre est concave & moins il diminue les peintures des objets sur la rétine. Il faut aussi accoutumer l'œil à la conformation de ses membranes

& de ses humeurs, qui est la plus propre à voir les objets aussi loin qu'il est possible, & par conséquent il faut empêcher que la vue ne devienne toujours plus courte. D'un autre côté, moins un verre est convexe, & moins il grossit les peintures des objets sur la rétine, & ainsi il accoutume l'œil à la conformation qui est nécessaire pour voir les objets aussi près qu'il est possible. Ces deux choses empêchent en quelque façon que la vue ne devienne toujours plus longue. Car lorsque la peinture sur la rétine est fort grande, il n'est pas nécessaire qu'elle soit aussi distincte, que lorsqu'elle est plus petite, pour donner l'idée du même nombre de parties d'un objet; & par conséquent l'œil sera plus en liberté de s'écarter de la conformation qui convient au verre, & de retomber dans celle où il est porté, & qui n'est propre qu'à distinguer les objets éloignés.

35. On observe qu'en général les personnes dont les yeux sont le plus employés à voir des objets éloignés, comme les gens de la campagne, les navigateurs, les voyageurs & autres, ont besoin de lunettes plutôt que les autres; & d'un autre côté, on voit que le plus grand nombre de ceux qui ont la vue courte, se trouve parmi les écoliers, les gens de métier & autres qui sont toujours avec des livres ou des objets fort proches; de sorte qu'il paroît que l'œil, comme toutes les autres choses, est incliné à conserver la conformation à laquelle il est le plus accoutumé.

Regles pour
prévenir la
vue courte.

36. Parmi le grand nombre de ceux qui ont la vue courte, il est probable qu'il y en a peu qui soient nés avec ce défaut, ou dont les peres aient eu la vue courte. Car ordinairement ce défaut ne paroît qu'à l'âge de 20 ou 25 ans, & peut-être qu'on pourroit le prévenir en accoutumant les yeux des enfants à toutes sortes de conformations, c'est-à-dire, en les faisant regarder souvent à travers toutes sortes de verres, & les faisant lire, écrire ou travailler avec des lunettes de différentes convexités. Car qu'elle que soit la force qui oblige l'œil à se conformer de lui-même à la vision distincte, elle peut bien s'affaiblir & perdre son étendue d'un côté ou d'un autre, faute d'un exercice assez varié. J'ai oui parler de certaines personnes qui avoient la vue si étendue, qu'elles pouvoient voir distinctement à travers des verres de toutes sortes de figures, & peut-être qu'il y a des enfants qui ont le même avantage, & qui par l'exercice pourroient s'y maintenir. De s'imaginer qu'un tel exercice des yeux pourroit les affaiblir en quelque manière, c'est une opinion qui selon moi n'a aucun fondement, pourvu qu'on ait soin d'éviter les objets qui sont trop brillants.

37. Le Dr. Briggs dans son *Ophthalmographie* p. 34, parle d'une personne âgée de plus de 70 ans qui s'étoit servi de lunettes convexes pendant dix ans, & qui ayant pris froid en lisant trop près d'une fenêtre en hyver, devint tout-à-coup si myope, qu'elle ne pouvoit pas distinguer les objets à 3 pieds de distance; & après qu'elle fut guérie de sa fluxion occasionnée par le froid, elle continua de lire sans lunettes les plus petits caractères. Je connois un jeune Gentilhomme qui est devenu myope subitement en sortant d'un bain froid, où il ne s'étoit pas entièrement plongé, & depuis lors il s'est servi pendant plusieurs années d'un verre concave. On dit communément que la vue des myopes se fortifie dans la vieillesse; je ne sçai si c'est là un fait ou seulement une hypothèse.

Courte vue
par accident.

38. On remarque que ceux qui ont la vue courte écrivent en petits

Propriété des vus courtes. caractères & aiment les petits caractères, parce qu'ils en voient plus d'un coup d'œil; qu'ils ne regardent pas les personnes avec qui ils sont en conversation, parce qu'ils ne peuvent pas voir le mouvement de leurs yeux ni leurs gestes, & que par conséquent ils ne sont attentifs qu'à leurs paroles; qu'ils voient plus distinctement & un peu plus loin avec une forte lumière, qu'avec une lumière foible, parce que la forte lumière resserre leur prunelle, & par conséquent les pinceaux des rayons en entrant & en tombant sur la rétine: ce qui diminue leur mélange, & par conséquent la confusion apparente. Aussi pour voir plus distinctement ils ferment presque leurs paupières, & c'est pour cela qu'on les a appelés *myopes*. Une chandelle allumée à une grande distance leur paroît ronde & fort grande, parce que la rétine coupe les pinceaux à une bonne distance de l'image, & par conséquent cette section participe à la figure de la prunelle autant qu'à l'image de la chandelle. D'un autre côté les objets noirs leur paroissent plus petits, parce que les pinceaux contigus qui viennent des objets voisins plus brillants, se répandent sur la peinture des objets noirs.

Lunettes pour les plongeurs.

39. *Hughens* a déterminé la convexité des lunettes qui conviennent aux plongeurs dans la mer, & il a trouvé que si la convexité des verres étoit égale de part & d'autre, elle devoit être la même que celle de la cornée, dont le diamètre est d'environ $\frac{1}{2}$ d'un pouce. Il est certain, dit-il, (*dans la Dioptrique p. 118*) que les poissons hors de l'eau, & les autres animaux dans l'eau, ne sçauroient voir aucun objet distinctement. Les plongeurs voient les objets dans l'eau de la même manière que les vieillards les voient dans l'air au travers d'un verre très-concave & fort proche de l'œil. Car puisqu'on trouve par expérience que l'humeur aqueuse qui est auprès de la cornée, a la même puissance réfractive que celle de l'eau; il s'ensuit que lorsque l'œil est dans l'eau, il ne sçauroit y avoir de réfraction lorsque les rayons entrent dans la cornée. Et quoique la cornée ait une puissance réfractive différente de celle de l'eau, cependant comme elle est fort mince & terminée par des surfaces parallèles jointes à des fluides également réfringents, elle transmet tous les rayons presque en droite ligne (art. 17). Donc les rayons parallèles, qui par la réfraction dans la cornée, en sortant de l'eau, devenoient convergents vers le cristallin, y tomberont parallèles, & par conséquent le cristallin ne sera pas capable de les ramasser en un point sur la rétine; & ainsi la vision sera confuse. D'un autre côté les réfractions à la cornée d'un poisson hors de l'eau sont fort grandes, au lieu que dans l'eau il n'y en a aucune ou qu'elle est beaucoup moindre; & ainsi les rayons se couperont avant que de tomber sur la rétine & paroîtront confus. Mais pour corriger la confusion dans les yeux humains qui sont dans l'eau, il faut trouver la convexité d'une lentille, qui étant appliquée à l'œil, transmette les rayons au cristallin, avec le même degré de convergence qu'ils ont lorsque l'œil est hors de l'eau. Le sinus d'incidence est au sinus de réfraction en passant de l'eau dans le verre, comme 9 est à 8, & la surface de la cornée est une portion d'une sphère dont le diamètre est $\frac{1}{2}$ d'un pouce du pied du Rhin ou de l'ancien pied Romain. Soit AC une section de cette surface par son centre B. Le sinus d'incidence est au sinus de réfraction en passant de l'air dans l'humeur aqueuse, comme 4 est à 3. Donc en prenant BD triple de BA, les rayons parallèles dans l'air, seront rompus par l'humeur aqueuse

Fig. 50.

vers le point D. Mais lorsque l'œil est dans l'eau, cette réfraction dans AC est nulle ; donc il faut appliquer sur AC une lentille convexe qui réunisse les rayons parallèles au même point D. Soit EAF une lentille dont un côté est plan & l'autre convexe vers l'œil & soit AH son demi-diamètre. Donc puisque les rayons parallèles sont réunis en D, nous avons HD est à DA comme 9 est à 8, c'est-à-dire, en raison de la réfraction du verre sous l'eau, & en divisant, HA : AD :: 1 : 8. Mais AD : AB :: 4 : 1 ou :: 8 : 2. Donc par égalité, HA : AB :: 1 : 2. Mais AB est $\frac{1}{2}$ d'un pouce. Donc AH est $\frac{1}{4}$ d'un pouce. Ce qu'il falloit trouver. Mais si au lieu de cette lentille plano-convexe, on employe une lentille de convexités égales, elles doivent être chacune la même que celle de la cornée, c'est-à-dire, qu'elles doivent être portions d'une surface sphérique dont le diamètre est $\frac{1}{2}$ d'un pouce. Tel est le calcul d'Hughens.

40. C'est une opinion commune que le défaut de réfractions des rayons visuels à la cornée de l'œil d'un poisson, est compensé par la sphéricité de l'humeur cristalline ; en sorte qu'il n'est pas nécessaire que la distance de la cornée à la rétine soit plus grande que dans les autres animaux, dont les cristallins sont lenticulaires. Mais c'est là une méprise. Car en imaginant qu'une lentille soit formée de deux petits segments égaux du cristallin sphérique, la distance de son foyer sera plus courte que celle de toute la sphère de trois quarts de son diamètre, en la mesurant depuis sa surface la plus éloignée, quelle que soit la puissance réfractive du milieu, comme on pourra aisément le conclure des art. 227 & 232. Aussi a-t-on observé que les poissons ont les yeux plus grands que les animaux terrestres à proportion de leurs corps. Il est vrai qu'il y a un avantage dans le cristallin sphérique, en ce que l'œil peut saisir un plus grand nombre d'objets d'un seul coup, pourvu que la cornée soit assez protubérante, & que la prunelle soit grande, comme elle l'est dans les yeux des poissons. C'est que les rayons des objets collatéraux tombent perpendiculairement sur les côtés d'un cristallin sphérique & obliquement sur un cristallin lenticulaire. Par conséquent les peintures des objets collatéraux sur une rétine concentrique à un cristallin sphérique, seront aussi distinctes que celles des objets placés directement devant les yeux. Par ce moyen les animaux, dont les yeux sont placés de chaque côté de leurs têtes, ont l'avantage de voir tout autour d'eux presque d'un coup d'œil ; ce qui est une grande perfection dans la vision & pour la conservation de leurs vies, & cela dans les poissons pour compenser le défaut de l'oeil.

Perfection
dans les yeux
des poissons.

41. Mr. Guillaume Molinieux dans sa *Dioptrique* p. 207 & 251, nous rend compte parfaitement de l'antiquité des lunettes dont il fixe l'invention environ à l'an 1300. Quand la Dioptrique n'auroit d'autre usage que celui des lunettes pour aider les vues faibles, je crois que l'avantage que les hommes en retireroient ne seroit inférieur à aucun de ceux qu'ils retirent des autres arts qui ne sont pas absolument nécessaires à la vie. Car comme la vue est le plus parfait & le plus étendu de tous nos sens, & que nous faisons plus fréquemment & plus constamment usage de nos yeux dans toutes nos actions & dans tout ce qui nous intéresse, que de nos autres sens, il est évident que l'instrument qui soutient les yeux lorsqu'ils s'affoiblissent, qui supplée à leurs défauts, en les rendant utiles dans un temps où ils ne seroient presque plus d'aucun usage, doit être regardé comme très-avantageux. Il est évident par

Antiquité des
lunettes.

le silence des anciens qu'ils n'avoient aucune connoissance des lunettes. L'unique remède qu'ils apportoit à la foiblesse de leurs yeux, étoit les *collyres*; & lorsqu'ils leur manquoient, ils étoient presque dans les ténèbres par rapport aux petits objets. Il est bien parlé dans les histoires, des miroirs ardents d'*Archimède* qui brulerent les vaisseaux de *Marcellus* à une grande distance des murs de *Syracuse*. Mais soit que ce fait soit vrai ou non, (quoique je sois porté à le croire faux) il n'est pas dit qu'il fit ce merveilleux effet avec des lentilles de verre. Peut-être qu'il y avoit employé des miroirs concaves, & l'on ne peut pas nier que les anciens n'eussent quelque connoissance de la Catoptrique. Car *Archimède* lui-même a écrit un Livre, à ce qu'on dit, de *speculis ustoriis parabolicis*, mais qui n'a jamais vu le jour.

Passage prétendu de *Plaute*.

42. *Pancirollus* dans le second Livre de *rebus inventis*, tit. 15, cite ce passage de *Plaute*. *Cedo vitrum, necesse est conspicio uti*, lequel, dit-il, ne peut s'entendre que des lunettes. Mais ce passage est une pure fiction. Il est certain cependant que les lunettes étoient connues dans le 14^e siècle, mais peu auparavant. Car Mr. *Spoon* dans ses *recherches curieuses de l'antiquité*, dissert. 16 cite une lettre de Mr. *Redi* à *Paul Falconieri* où cet Auteur fixe l'invention des lunettes entre 1280 & 1311 sur le témoignage d'un manuscrit latin qui est dans la Bibliothèque des Freres Prêcheurs de Ste Catherine à Pise, fol. 16, où il est dit, que *Frater Alexander de Spina, vir modestus & bonus, quacunque vidit aut audivit facta, scivit & facere. Ocularia ab aliquo primo facta, & communicare nolente, ipse fecit & communicavit corde hilari & volente*. Cet *Alexander de Spina* étoit natif de Pise où il mourut l'an 1313. Mr. *Redi* a dans sa bibliothèque un manuscrit de 1299 di *governo della famiglia de Scandro di Pipazzo*, où il est dit : *mi truovo così graveoso di anni, che nonarei valenza di leggere & scrivere senza vetri appellati okiali, truovasi novellamente per commodità delli poveri vekj, quando affiebolano del vedere*. C'est-à-dire, je me trouve si accablé d'années, que je ne puis ni lire ni écrire sans ces verres qu'on appelle besicles, & que l'on a inventé nouvellement au grand avantage des pauvres vieillards, lorsque leur vue s'affoiblit. Le Dictionnaire Italien de la *Crusca* au mot *Occhiale*, remarque que le Frere *Jordan de Rivalto* qui mourut à Pise en 1311, dans un Livre de Sermons écrit en 1305 dit à son Auditoire dans l'un de ces Sermons, qu'il n'y avoit pas vingt ans qu'on avoit trouvé l'art de faire des lunettes, & que c'étoit l'une des meilleures & des plus nécessaires inventions du monde. Vers le même temps, 1305, *Bernard Gordon* fameux Médecin de Montpellier dans son *Lilium Medicina* recommande un certain collyre en ces termes; *& est tanta virtutis, quod decrepitem faceret legere litteras minutas absque ocularibus*. Et l'an 1363, *Guidon de Chauliac* dans son Livre intitulé, *la grande Chirurgie*, après avoir proposé divers collyres, dit, s'ils ne vous réunissent pas, vous pouvez vous servir de lunettes.

Bacon inventeur des lunettes.

43. Voilà donc la date de l'invention. Mais quel est l'Inventeur? Nous croyons que c'est le Frere *Bacon* qui mourut en 1292 & fut enterré à *Oxford*. On en jugera par ses propres paroles. Dans son Livre de perspective part. III. distinct. 2. ch. 3. il dit : *si vero corpora non sunt plana per qua visus videt, sed spherica; tunc est magna diversitas, nam vel concavitas corporis est versus oculum, vel convexitas, &c.* par où l'on voit qu'il connoissoit parfaitement les verres concaves & convexes. De plus dans le même endroit distinct. ult. il ajoute;

il ajoute ; de visione fractâ majora sunt ; nam de facili patet , maxima posse apparere minima , & e contra ; & longè distantia videbuntur propinquissimè , & è converso. Sic etiam faceremus solem & lunam & stellas descendere secundum appareniam hic inferius . &c. Cela fait voir qu'il connoissoit les télescopes , qui approchent les objets éloignés. J'ajoute ce qu'il dit dans son épître ad Parisiensem sur les secrets de l'art & de la nature , chap. 5. Possunt etiam sic figurari perspicua , ut longissimè posita appareant propinquissima & è contrario. Ita quod ex incredibili distantia l'egeremus litteras minutissimas & numeraremus res quantumcumque parvas & stellas faceremus apparere quod vellemus.

44. Les citations que M Molineux nous donne ici du F. Bacon étant imparfaites , parce qu'il n'avoit pas le livre entre les mains , je vais y suppléer. Cet Auteur ayant donné différents canons (ainsi qu'il les appelle) pour déterminer l'angle visuel sous lequel un objet paroît par réfraction au travers d'une surface plane & sphérique & le lieu de son image ; il les applique à la solution de diverses apparences. Par exemple , d'où vient qu'un bâton paroît courbé dans l'eau , qu'une piece de monnoie au fond d'un bassin devient visible lorsqu'on y met de l'eau , quoiqu'elle ne fut pas visible auparavant ; d'où vient que le Soleil & la Lune paroissent souvent plus grands à l'horison à travers les vapeurs , & il ajoute (Rog. Bacon , opus majus. Lond. 1733 , p. 352). Si verò homo aspiciat litteras & alias res minutas per medium crystalli , vel virri , vel alterius perspicui , suppositi (c'est-à-dire , super impositi) litteris , & sit portio minor sphaera , cujus convexitas sit versùs oculum , & oculus sit in aere ; longè melius videbit litteras & apparebunt ei majores. Nam secundum veritatem canonis quinti de sphaerico medio infra quod est res & circa ejus centrum , & cujus convexitas est versùs oculum ; omnia concordant ad magnitudinem , quia angulus major est sub quo videtur , & imago est major , & locus imaginis est propinquior , quia res est inter oculum & centrum ; & idèd hoc instrumentum est utile senibus & habentibus oculos debiles. Nam litteram quantumcumque parvam possunt videre in sufficienti magnitudine. Si verò sit portio major sphaera vel medietas , tunc secundum canonem sextum accidit majoritas anguli & majoritas imaginis , sed propinquitas deest , quia locus imaginis est ultra rem , èd quod centrum sphaera est inter oculum & rem visam ; & idèd non ita valet hoc instrumentum sicut si esset minor portio sphaera. Et instrumenta planorum corporum crystallinorum secundum primum canonem de planis & sphaericorum concavorum secundum primum canonem & secundum de sphaericis , possunt facere hoc idem. Sed inter omnia portio minor sphaera , cujus convexitas est versùs oculum , evidentiùs ostendit magnitudinem , propter tres causas simul aggregatas , ut notavi. Un Auteur qui parle d'un petit segment d'une sphere de verre , de la force qu'il a pour grossir les lettres d'un livre , & de son usage pour les vues foibles , est certainement au fait de la théorie & de l'usage des lunettes.

Passage plus étendu du frere Bacon.

45. Cependant il s'est trompé en assurant que le petit segment d'une sphere grossit plus les lettres que le grand segment. Car c'est tout le contraire , & je ferai voir bientôt que lorsque l'épaisseur du segment est fort petite , il grossit très-peu les lettres ; & qu'à mesure que son épaisseur croît , il les grossit toujours plus & encore plus lorsqu'il devient une sphere entiere. Mais il n'est pas surprenant que cet Auteur tire une fausse conclusion d'un faux principe , car il prétend que les lettres paroissent moindres lorsque leur image est derrière elles , comme dans le grand segment , & plus grandes lorsqu'elle est devant. La seule conséquence que l'on peut tirer de ces diffé-

Ses méprises.

rentes distances de l'image, est qu'à l'œil d'un vieillard les lettres paroîtront plus distinctes par des rayons qui seront un peu moins divergents de l'image plus éloignée, & elles paroîtront plus confuses par des rayons qui seront un peu plus divergents de l'image voisine que s'il les voyoit avec l'œil nud. L'effet du plus petit segment est donc contraire au dessein des lunettes, qui n'est pas de grossir les lettres, mais de les faire paroître distinctes, en faisant tomber les rayons moins divergents sur l'œil, ou parallèles, ou même un peu convergents, selon l'âge différent ou selon la constitution de l'œil, & par conséquent on n'y peut réussir que par un petit degré déterminé de convexité.

46. Delà il suit évidemment que notre Auteur n'a pas éprouvé les grands & les petits segments pour en comparer les effets; car il se seroit aperçu de sa méprise, & il auroit préféré les grands segments pour grossir davantage; ce qui est tout le but qu'il se propose. Supposons néanmoins qu'il ait suivi la théorie, & qu'il ait fait l'essai seulement d'un petit segment. Ce n'étoit pas sûrement un petit segment d'une grande sphere, comme ceux de nos lunettes, car il n'auroit pas pu grossir les lettres sensiblement étant appliqué immédiatement au dessus, comme il le dit. Les lunettes les plus convexes que l'on fait aujourd'hui étant posées sur un livre ne font pas cet effet, parce qu'elles sont trop minces. Il s'ensuit donc que s'il a éprouvé quelque segment, c'a été le segment d'une petite sphere, assez épaisse pour grossir les lettres en dessous, & par conséquent il a dû être plus épais que nos lunettes de vieillards les plus convexes; & ainsi étant appliquées à leurs yeux, elles auroient fait paroître les objets confus par une quantité trop grande de réfractions. Or notre Auteur ne pouvoit pas corriger cette confusion par la théorie & par la raison, parce qu'il en ignoroit la cause, & il est clair qu'il n'a pas fait beaucoup d'expériences. *Kepler* est le premier qui a découvert cette cause, avec la manière dont se fait la vision par des peintures sur la rétine, environ 300 ans après notre Auteur, & lorsque les lunettes étoient déjà communes. Il étoit donc impossible, avant *Kepler*, d'expliquer l'effet des lunettes (c'est-à-dire, comment elles corrigent la confusion de la peinture sur la rétine) & beaucoup plus impossible de les inventer par la théorie & par la raison. Elles sont donc le résultat de quelque heureux hasard dans une multitude d'essais & d'expériences que l'on a peut-être tentées sur ces idées de notre Auteur: ce qui est tout l'honneur qu'on doit lui rendre avec justice. On verra dans la suite ce qu'il sçavoit sur les télescopes. Quant à la théorie & aux applications qu'il en fait, il les a toutes tirées d'*Alhazen* dont il parle souvent en d'autres occasions. *Alhazen* vivoit vers l'an 1100 de notre Seigneur. Parmi les expériences qu'il a faites pour appuyer ses théorèmes, il dit expressément que si un objet est appliqué à la base d'un grand segment d'une sphere de verre, il paroitra plus grand. (*Optiq. l. 7, ch. 48.*) Il parle aussi de l'apparence d'un objet au travers d'un globe, & il prétend être le premier qui a découvert les réfractions des rayons dans l'œil.

47. Voici la preuve que j'ai promise de la remarque 45^e. Soit O la place de l'œil, E le centre de la surface sphérique AC, OCED l'axe, & OAPB un rayon que l'on suppose venir de l'œil, & tomber sur un point P de l'objet PQ, lequel objet est supposé faire partie de la base du segment RACS & \propto une ligne parallèle & égale à PQ, comprise par l'angle visuel

Il n'a pas inventé les lunettes.

Il a emprunté sa théorie d'*Alhazen*.

Démonstration de la remarque 45.

Fig. 51.

AOC. L'objet PQ paroît par réfraction être de la même grandeur que si étant placé en α il étoit vu par l'œil nud (par l'art. 104.), & par conséquent la grandeur apparente est à la véritable, comme OQ est à O α (art. 99 & 100.) Supposons maintenant l'arc AC fort petit, & que le rayon incident & rompu OAB reste fixe pendant que le segment RACS croît depuis zero jusqu'à devenir une sphere entiere. La raison de OQ à O α fera d'abord une raison d'égalité, & ensuite elle croîtra continuellement (art. 12.) On peut calculer la quantité exacte de cette raison par le théorème qui suit de l'art 208. $O\alpha = OQ - OE \times \frac{CQ}{CF}$, où F est le foyer des rayons qui sont parallèles dans la sphere.

48. M. Bouguer, de l'Académie Royale des Sciences, a trouvé par expérience que la lumière de la Lune est souvent 2000 fois plus foible à l'horizon qu'à la hauteur de 66 degrés, & que la proportion de ses lumières aux hauteurs de 66 & 19 degrés est d'environ 3 à 2 ; que les lumières du Soleil doivent avoir les mêmes proportions entr'elles à ces hauteurs, qu'il a choisies, parce que ce sont les hauteurs méridiennes du Soleil aux solstices d'été & d'hiver dans la latitude du Croïsc où il a fait ces observations. (*Essai de Dioptrique sur la gradation de la lumière*, p. 22.) Voici de quelle manière il fit ses expériences. Lorsque la Lune avoit 19 degrés de hauteur, il reçut sa lumière perpendiculairement sur un papier blanc, & en même tems la lumière de 4 chandelles sur un autre papier blanc ; ensuite il fit varier la distance des chandelles jusqu'à ce qu'il lui parut que leur lumière sur le papier étoit égale à celle de la Lune, sur l'autre papier, & il trouva que la distance des chandelles au papier étoit de 50 pieds. Il répéta la même expérience lorsque la Lune fut à 66 degrés de hauteur. Il trouva que sa lumière étoit égale à celle des mêmes chandelles à 41 pieds de distance au papier. La proportion de ces lumières est donc comme le quarré de 50 au quarré de 41 (art. 58.) ou en nombres ronds, environ comme 3 est à 2. Il trouva de la même manière la lumière horizontale de la Lune, mais elle est sujette à de trop grandes variations en traversant plus de vapeurs.

49. Par de semblables expériences, cet Auteur ingénieux trouve que la lumière de la pleine Lune est environ 300000 fois plus foible que celle du Soleil, en prenant un milieu entre plusieurs expériences. J'ai trouvé par la théorie qu'elle n'étoit pas plus de 90000 fois plus foible ; la différence peut venir de la lumière qui se perd dans le corps de la Lune, & à laquelle on n'a pas égard dans la théorie : voici le procédé de M. Bouguer. Il reçut la lumière du Soleil à 31 degrés de hauteur, dans une chambre obscure avec une lentille concave placée dans un trou rond d'une ligne de diamètre, percé dans le volet d'une fenêtre. Recevant ensuite cette lumière à une distance de 5 à 6 pieds, dans un point où la divergence des rayons étoit de 108 lignes, & où la lumière étoit par conséquent affoiblie 11664 fois, puisqu'au lieu de n'occuper qu'un espace d'une ligne de diamètre, elle en occupoit un qui en avoit 108, & qui étoit 11664 fois plus grand (art. 58.), elle parut alors exactement égale à la lumière d'une bougie située à 16 pouces de distance. Dans un autre temps, lorsque la pleine Lune eût 31 degrés de hauteur, en recevant sa lumière fort proche du verre ; & lorsque la divergence des rayons n'étoit que de 8 lignes, elle avoit si peu de force, qu'il fallut faire

Sur l'art. 94.

L'atmosphère arrête beaucoup de lumière.

Sur l'art. 95.

Proportion de la lumière du jour & de la Lune par expérience.

Ibid. p. 28.

mettre la bougie à 50 pieds de distance pour rendre les deux lumières égales. Pour trouver maintenant le résultat de ces deux observations ; on n'a qu'à considérer que la lumière de la Lune n'a été affoiblie que 64 fois par le verre concave ; & que si on l'avoit fait diminuer 11664 fois, de même que celle du Soleil, il auroit fallu mettre ensuite la bougie, non pas à 50 pieds de distance, mais à 675 (art. 58.) parce que les quarrés de 50 & 675 sont comme 64 à 11664. Mais puisque la lumière du Soleil, lorsqu'elle est diminuée 11664 fois, est égale à celle d'une bougie placée à 16 pouces de distance, & que la lumière de la Lune, diminuée un même nombre de fois, n'est égale qu'à celle de la même bougie portée à 675 pieds ou à 8100 pouces de distance ; il s'ensuit que la lumière du Soleil est à celle de la Lune, comme 65610000, qui est le quarré de 8100 pouces, est à 256, qui est le quarré de 16 ; & ainsi il paroît que le Soleil nous éclaire environ 256289 fois plus que la Lune. Mais en prenant un milieu entre plusieurs expériences, il conclut que le Soleil nous éclaire environ 300000 fois plus que la Lune, lorsqu'elle est à sa moyenne distance de la terre ; car lorsqu'elle est périgée & apogée, la proportion de ses lumières est d'environ 4 à 3. Telles sont les expériences de M. Bouguer.

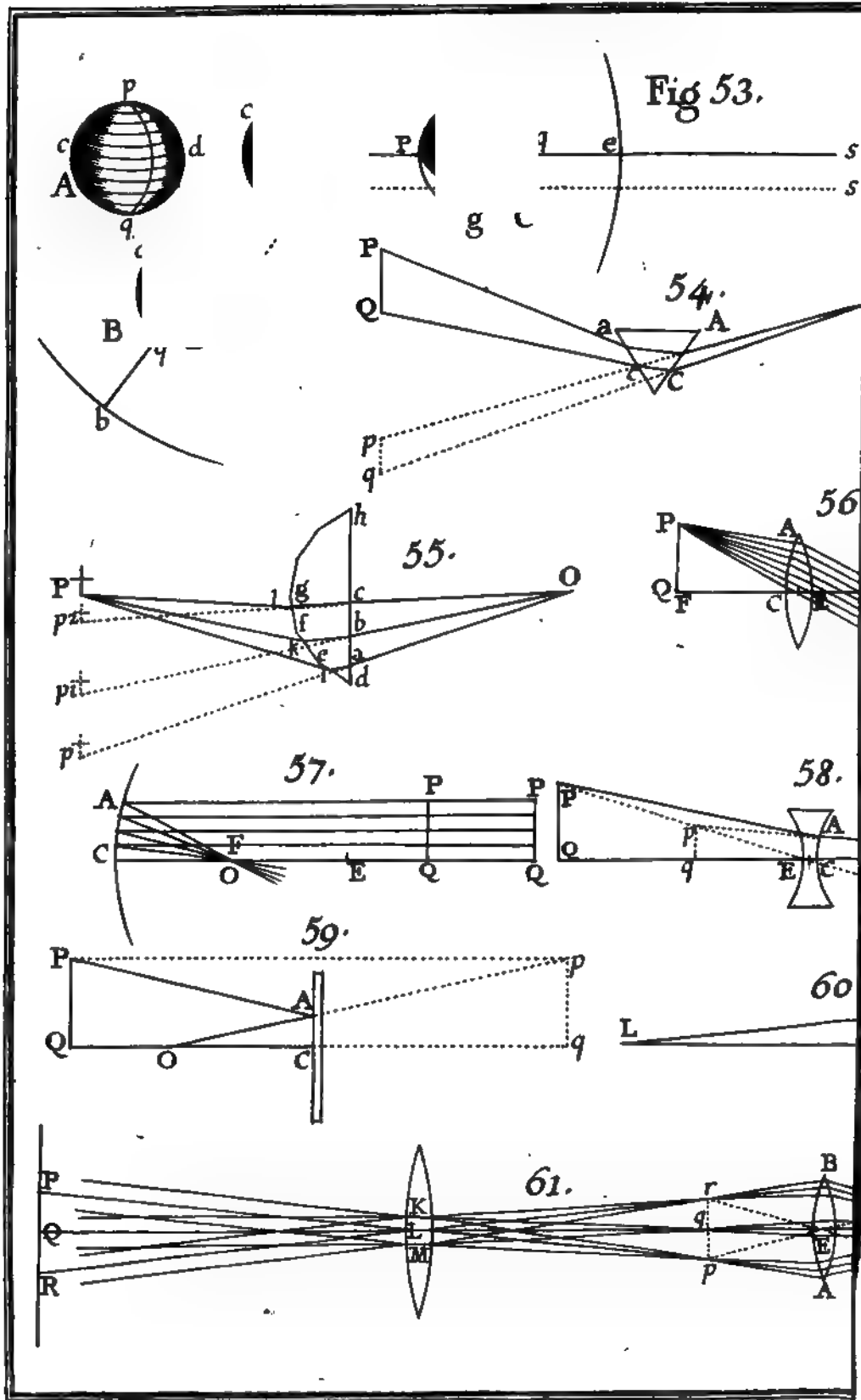
Proportion
de la lumière
du jour à celle
de la Lune
démontrée
par la théo-
rie.

Fig. 52.

50. On peut démontrer ma règle en cette manière. Si le petit cercle $cf dg$ représente le corps de la Lune à demi éclairée par le Soleil, & que le grand cercle aeb représente une enveloppe sphérique concentrique à la Lune & tangente à la terre ; ab un diamètre de cette enveloppe perpendiculaire à un grand cercle du corps de la Lune, représenté par son diamètre cd ; e le lieu de l'enveloppe qui reçoit la lumière de la pleine Lune de son hémisphère brillant fdg ; puisque la surface de la Lune est raboteuse comme celle de la terre, on peut supposer que les rayons du Soleil qui tombent sur chacune de ses parties avec quelque obliquité, en sont réfléchis de toutes parts, comme s'ils en venoient directement. Et par conséquent si le segment df brilloit seul, les points a, e en seroient également éclairés, & de même si le reste dg du segment brillant éclairoit seul, les points b, e en seroient également éclairés. Donc si la lumière en a est augmentée par la lumière en b , elle deviendra égale à la lumière de la pleine Lune en e . Et imaginant que l'on fasse le même transport de chaque point de la surface $bbik$ aux points opposés dans l'hémisphère $kaeb$, le premier hémisphère restera totalement obscur, & le second sera éclairé uniformément par la lumière de la pleine Lune, qui vient d'une quantité de lumière du Soleil, laquelle immédiatement avant son incidence sur la Lune, auroit éclairé uniformément un plan circulaire égal à un grand cercle de la Lune, que l'on nomme son disque. Ainsi les quantités de lumière étant les mêmes sur les deux surfaces, la densité de la lumière incidente du Soleil est à celle de la lumière de la pleine Lune, comme la surface demi-sphérique $be k$ est à ce disque, c'est-à-dire, comme toute autre surface demi-sphérique dont le centre est à l'œil, est à la partie de cette surface qui paroît occupée par le disque de la Lune à fort peu près, parce qu'elle ne comprend qu'un petit angle dans l'œil, c'est-à-dire, comme le rayon de la demi-sphère est au sinus versé du demi-diamètre apparent de la Lune (par les théorèmes d'Archimède), ou comme 1000000 est à 1106 ; ou comme 90400 à 1 en prenant le demi-diamètre moyen horizontal de la Lune de 16' 7". Dans la rigueur cette règle compare la lumière de la Lune sur la terre à la lumière du jour dans la Lune, dont la moyenne dans



Fig 53.



ses quadratures est la même que celle de notre lumière pendant le jour ; mais elle est moindre lorsqu'elle est pleine en raison doublée de 365 à 366 ou environ , c'est-à-dire , des distances du Soleil à la terre & à la pleine Lune ; & par conséquent la lumière de la pleine Lune fera à notre lumière du jour , environ comme 1 à 90900 , s'il ne se perd aucun rayon dans la Lune.

51. Je dis en second lieu que la lumière de la pleine Lune est à toute autre lumière de la Lune , comme le disque entier de la Lune est à la partie qui paroît éclairée , en la regardant comme une surface plane. Car soit maintenant la terre en b & dl perpendiculaire à fg , gm à ed . Il est clair que gl est égale à dm & que gl est égale à une section perpendiculaire des rayons du Soleil , qui tombent sur l'arc dg , qui en b paroît égal à dm , l'œil ne pouvant pas distinguer les distances inégales de ses parties. De même en concevant la surface de la Lune comme composée d'une infinité de cercles physiques parallèles à $cf dg$, tels qu'ils sont représentés en A , la même raison a lieu pour chacun de ces cercles , comme pour $cf dg$. D'où il suit que la partie brillante de la surface visible en b étant réduite à un plan , comme elle est représentée en B par le croissant $pd qmp$, sera égale & semblable à la section perpendiculaire de tous les rayons qui tombent sur cette partie , représentés en C par le croissant $pg qlp$. Or tout le disque étant à ce croissant comme les quantités de lumière incidente , & la lumière qui tombe sur chaque partie raboteuse étant également raréfiée lorsqu'elle est divergente vers l'œil en b , que l'on considère comme équidistant de toutes ces particules ; il s'ensuit que la lumière de la pleine Lune est à cette lumière de la Lune , comme tout le disque $pd qc$ est au croissant $pd qmp$. Donc en composant cette raison avec celle de la remarque précédente , la lumière du jour est à celle de la Lune , comme la surface d'un hémisphère dont le centre est à l'œil , est à la partie de cette surface qui paroît occupée par la partie éclairée de la Lune.

Fig. 53.

CHAPITRE IV.

Sur la Vision par le moyen des Verres.

101. **T**Out petit objet ou point d'un objet, vu par des rayons rompus ou réfléchis , paroît en quelque endroit de la direction de la ligne que le rayon visuel décrit après sa dernière réfraction ou réflexion en tombant sur l'œil.

Directions
apparentes des
points visibles
déterminées.

Dans les expériences qui prouvent les loix de la réflexion & de la réfraction , (art. 18) la pointe placée en B étant vûe par un rayon que l'eau réfléchit , paroît en quelque point de la ligne AC prolongée , que le rayon visuel BCA décrit après la réflexion en C , lorsqu'il est arrivé à l'œil. Et comme toute ligne CE paroît élevée par la réfraction dans l'eau , tout de

Fig. 1.

même que si c'étoit une continuation de la ligne AC , ainsi lorsqu'une rame droite est en partie plongée dans l'eau, elle paroît pliée, comme si la partie plongée étoit rompue à la surface & plus élevée que le reste. Car on voit cette partie de la rame dans la direction des rayons qui sont pliés en bas par la réfraction en sortant de l'eau, & qui par conséquent s'avancent vers l'œil, comme s'ils venoient d'un endroit de l'eau qui fut plus élevé que le lieu réel de la rame. De même chaque point P d'un objet, vû par le rayon $PaAO$ deux fois rompu, soit en traversant les côtés d'un prisme ou d'une lentille concave ou convexe, ou d'un globe, ou d'un matras, ou d'un verre à boire plein d'une liqueur transparente, ou réfléchi par un miroir plan ou sphérique, paroît à l'œil en O en quelque point de la direction du dernier rayon rompu ou réfléchi AO . Enfin un objet P vû par l'œil en O au travers d'un verre à facettes, paroît d'un seul coup d'œil en autant de différents endroits p, p_1, p_2 , qu'il y a de différentes directions Oa, Ob, Oc des derniers rayons rompus prolongés, selon les différentes surfaces de, ef, fg du verre diversement inclinées à la surface opposée dh . Car ces surfaces, comme autant de différents prismes donnent aux rayons visuels $PiaO, PkbO, PlcO$ autant de différentes réfractions en i & a, k & b, l & c & les font tomber sur l'œil en autant de différentes directions, aO, bO, cO (art. 40); & dans tous ces cas, lorsque les surfaces réfléchissantes ou réfractives de l'eau ou des verres sont agitées par le vent ou autrement, les objets vûs par réflexion ou par réfraction paroissent s'agiter ou trembler, parce que les dernières directions des rayons visuels sont agitées & varient par ces mouvements.

Mais la raison pour laquelle un objet ou un point d'un objet paroît toujours dans la direction du dernier rayon rompu ou réfléchi, est que le lieu de son image dans la rétine est le même que si l'objet avoit réellement changé de place selon la direction de ce rayon & qu'on l'eût vû directement. Et comme nous n'avons aucune sensation des réflexions ou réfractions qui précèdent sur le verre, mais seulement de leur action sur la rétine, nous formons le même jugement du lieu de l'objet que dans les cas les plus communs de la vision directe.

On verra dans le chap. suivant comment on juge de la place & de la position d'un objet par la place & la position renversée de sa peinture sur la rétine, & l'on verra que c'est là uniquement l'effet de l'expérience.

102. Ce qu'on a dit, fait voir clairement que tout point P d'un objet PQ vû par réfraction ou par réflexion paroît dans quelque point de la ligne pO menée du point correspondant p de la dernière image à l'œil en O : puisque tous les rayons qui venoient de P , viennent après la dernière réfraction ou réflexion du point correspondant p de la dernière image, ou vont vers p . On verra dans l'art. 111 pourquoi je parle ici de la dernière image.

Détermination des directions apparentes des points visibles.

Fig. 54.

103. On voit aussi pourquoi un objet vû par des rayons rompus ou réfléchis paroît quelquefois renversé. Car lorsque les rayons rompus ou réfléchis AO , CO , ont la même situation l'un à l'égard de l'autre, que deux rayons qui viennent directement des mêmes points de l'objet à l'œil, ces points doivent paroître dans la même situation l'un à l'égard de l'autre dans ces deux cas. (art. 101.) Mais si les rayons qui viennent de ces points se sont croisés l'un l'autre avant que d'arriver à l'œil, ils doivent avoir une situation contraire à celle de deux rayons qui viendroient directement des mêmes points à l'œil ; & par conséquent ces deux points paroîtront à travers le verre dans une situation contraire. (art. 101). Et l'on peut ajouter que dans le premier cas, la peinture sur la rétine aura la même situation qu'elle auroit s'il n'y avoit point de verre, mais non pas toujours la même grandeur, & que dans le second cas elle aura une position contraire.

Et de leur situation apparente.

104. La grandeur apparente d'un objet PQ, vû par des rayons rompus ou réfléchis, soit qu'il paroisse droit ou renversé, est une quantité d'étendue visible, mesurée par l'angle AOC , que forment ensemble deux rayons AO , CO qui viennent de ses extrémités P , Q après leur dernière réfraction ou réflexion, lorsqu'ils tombent sur l'œil. Ou autrement, l'objet paroît plus grand ou plus petit à proportion que l'angle AOC est plus grand ou plus petit, parce que ses extrémités paroissent dans les directions des derniers rayons rompus ou réfléchis OA , OC (art. 101) & aussi parce que son image

De la grandeur apparente d'un objet.

sur la rétine est plus grande ou plus petite à proportion que ces rayons forment un angle plus grand ou plus petit à l'œil. (art. 91).

sa détermination.

105. Donc la grandeur apparente d'un objet PQ est aussi mesurée par l'angle pOq que sa dernière image pq forme dans l'œil. Car les lignes AO , pO ne sont qu'une seule ligne prolongée, aussi bien que CO , qO , & par conséquent les angles AOC ; pOq sont un même angle, lorsque l'image est en devant de l'œil & sont des angles égaux lorsque l'image est derrière l'œil.

Comment elle varie.

106. Donc la grandeur apparente d'un objet croît ou décroît à proportion que l'œil s'approche ou s'éloigne de sa dernière image (tout comme si c'étoit un objet réel, par l'art. 99) placée en devant de l'œil ou par derrière. Car lorsque l'image est fixe, l'angle pOq s'il est petit, croît en même proportion que Oq décroît & au contraire. (art. 60).

Comment invariable.

107. Donc si la dernière image se trouve à une distance infinie, c'est-à-dire, si l'objet est placé dans le principal foyer d'une lentille, sphère ou miroir concave, sa grandeur apparente par rapport à l'œil placé dans un lieu quelconque, sera invariablement la même, & égale à sa grandeur apparente vûe par l'œil nud, en supposant qu'il soit mis à la place du centre de la sphère, lentille ou miroir concave. Car puisque tous les rayons de chaque pinceau, sont parallèles à son axe PE , l'angle COA qui mesure la grandeur apparente de l'objet en chaque point O , sera par-tout égal à l'angle QEP fait au centre E . La grandeur apparente de l'objet sera aussi invariable en quelque endroit qu'il soit placé, lorsque l'œil est fixé au principal foyer d'un verre ou d'un miroir qui rend les rayons parallèles convergents vers l'œil. Car en imaginant qu'ils reviennent de l'œil à l'objet, ils retomberont aux mêmes points de l'objet d'où ils étoient partis pendant qu'il se mouvoit le long de l'axe du verre; & il n'y a que ces rayons qui puissent retourner des mêmes points de l'objet à l'œil placé dans ce foyer. Donc les diverses parties de l'objet seront toujours vûes sous les mêmes angles, & par conséquent paroîtront toujours de la même grandeur. (art. 104).

Fig. 56.

Fig. 57.

108. La grandeur apparente d'un objet vû par des rayons réfléchis

réfléchis ou rompus , étant mesurée par l'angle que sa dernière image forme dans l'œil (art. 105) , & sa grandeur apparente à l'œil nud dans un lieu quelconque étant mesurée par l'angle que l'objet même forme dans l'œil en ce lieu (art. 97) , il s'ensuit que la première grandeur apparente est à la seconde , comme le premier angle est au second. Car les mesures sont proportionnelles aux choses mesurées.

Comparée à la vraie grandeur.

109. Par conséquent la grandeur apparente d'un objet vû dans un verre , sera égale à sa grandeur apparente à l'œil nud dans le même lieu , si l'on ôtoit le verre , 1°. lorsque l'objet touche une lentille fort mince ou une simple surface ; car alors l'image est égale à l'objet & se confond avec lui (art. 55). 2°. Lorsque l'œil touche une lentille mince ou une surface réfléchissante. Car alors le rayon PAO passera de l'objet à l'œil par le milieu de la lentille à fort peu près , & par conséquent étant presque droit (art. 42) , il formera presque le même angle avec l'axe que formeroit le rayon non rompu. Et lorsque le point d'incidence A se confond avec C sur une surface réfléchissante , les rayons incident & réfléchi PA , AO prolongés , forment aussi des angles égaux avec l'axe ou perpendiculaire QC (art. 8) , & ainsi l'objet paroît sous le même angle où il paroîtroit à l'œil nud tourné de l'autre côté. 3°. Lorsque l'œil est au centre d'un miroir concave. Car alors les rayons incident & réfléchi PA , AO , se confondent avec le rayon direct PE (art. 10) , & par conséquent ils forment les mêmes angles avec l'axe. 4°. Lorsque l'objet est au centre d'un miroir concave. Car alors l'image réfléchie est aussi au centre & égale à l'objet (art. 29). 5°. Lorsqu'un rayon venant directement de P en O , formeroit un angle avec l'axe , égal à l'angle AOC que le rayon rompu ou réfléchi PAO forme avec le même axe de l'autre côté.

Quand est-ce qu'elle est égale à la vraie.

Fig. 56.

Fig. 57.

110. Ces cas étant exceptés , la grandeur apparente d'un objet vû au travers d'une lentille concave est toujours moindre que la vraie , & lorsqu'on le voit droit au travers d'une lentille convexe ou d'un globe , elle est plus grande que la vraie. Car le rayon PAO venant de l'extrémité de l'objet à l'œil , s'éloigne de l'axe par la réfraction de la lentille concave , & par conséquent fait avec elle un angle moindre dans l'œil

Moindre que la vraie à travers le concave , & plus grande à travers le convexe.

Fig. 58.

qu'un rayon qui vient directement de cette extrémité à l'œil. Mais le même rayon se plie vers l'axe par la réfraction de la lentille convexe, & par conséquent fait avec elle un angle plus grand à l'œil que le rayon direct : & les grandeurs apparentes sont mesurées par ces angles.

Le tout appliqué à la vision par un nombre quelconque de verres.

111. Ce qui a été démontré jusqu'ici de la grandeur apparente d'un objet PQ , a la même force lorsqu'on suppose que l'objet PQ est une image formée par une autre verre ou par d'autres verres. Car les rayons en sont divergents de la même manière. Et c'est pour cela que j'ai toujours appelé pq la dernière image de l'objet.

Quelle partie de l'objet est visible dans une ouverture donnée.

112. Le lieu de l'œil en O étant donné, si l'on veut déterminer la partie de l'objet qui sera visible dans une portion ou ouverture donnée AC d'un verre réfringent ou réfléchissant, menez OA par le bord de l'ouverture & prolongez cette ligne jusqu'à ce qu'elle coupe l'image en p ; ensuite par le centre du verre menez pE qui coupera l'objet en P , & PQ sera la partie vûe par l'ouverture AC . Car tout le pinceau des rayons qui viennent de P appartient à p après la réfraction ou la réflexion; & par conséquent quelqu'un de ces rayons avancera vers l'œil dans la ligne AO qui passe par p . Si l'image est à une distance infinie, tous les rayons qui appartiennent à p seront parallèles à l'axe du pinceau : par conséquent on déterminera PQ en menant EP parallèle à OA . Dans un miroir plan pP doit être menée parallèle à qQ , ou perpendiculaire au miroir (art. 25.) pour déterminer la partie PQ qui sera visible par l'ouverture AC . Car ce verre doit être regardé comme ayant un centre infiniment éloigné.

Fig. 19.

Comment elle varie.

113. Donc si le verre & l'objet sont fixes, la partie exposée à la vue dans une ouverture donnée diminuera continuellement tant que l'œil s'éloignera du verre, à moins que l'image ne soit derrière l'œil; car alors elle diminuera seulement jusqu'à ce que l'œil arrive à l'image; & après qu'il l'aura passée, elle augmentera continuellement. La raison est que l'objet & l'image étant fixes dans les mêmes endroits, doivent croître ou décroître en même tems, étant l'un & l'autre terminés par les deux lignes Pp , Qq , qui se coupent au centre E du verre.

Fig. 18.

114. Donc la partie exposée à la vue est la plus grande lorsque l'œil touche l'image ; & dans ce dernier cas, elle paroît infiniment grossie. Car si l'on conçoit la distance Oq diminuée à l'infini, les parties pq , PQ , terminées par les lignes AOq , qEP , seront toutes deux diminuées à l'infini ; mais la grandeur de l'angle en O , compris par pq ou par AC , continuera d'être finie pendant que l'angle compris par PQ en O est diminuée à l'infini, & ainsi la disproportion entre ces angles, c'est-à-dire, entre la grandeur apparente & la vraie grandeur de la particule PQ , fera infiniment grande. L'objet paroîtra aussi infiniment confus, la prunelle étant ouverte, par la raison que l'on verra dans les articles suivants.

La plus grande & la moindre.

115. Lorsqu'un homme se regarde dans un miroir plan, son image remplit la même partie du verre en quelque endroit qu'il soit ; la longueur & la largeur de cette partie du miroir est toujours la moitié de la longueur & de la largeur de la partie correspondante de son corps ; car lorsque O & Q se confondent, OC est la moitié de Oq ou Qq (art. 23), & par conséquent AC est la moitié de pq (art. 57) ou de PQ .

Grandeur d'un miroir suffisante pour qu'une personne voie tout son corps.

Fig. 59.

116. Jusqu'ici j'ai considéré la prunelle de l'œil comme n'étant pas plus grande qu'un point, & ne recevant qu'un seul rayon de chaque point de l'objet (art. 90.) ; par ce moyen la peinture sur la rétine sera distincte dans tous les cas. Mais lorsque la prunelle est ouverte, si l'image formée par le miroir est plus proche de l'œil que la moindre distance à laquelle nous pouvons voir les objets distinctement à la vue simple, l'apparence à travers le verre sera confuse, parce que les rayons sont trop divergents pour que l'œil puisse réduire une image si proche à une peinture distincte sur la rétine. D'un autre côté, lorsque les rayons sont convergents vers une image derrière l'œil, ils se réunissent à une peinture distincte avant que d'arriver à la rétine, parce que l'œil n'est pas accoutumé à se conformer à des rayons convergents, & ainsi la vision sera confuse dans ces deux cas ; mais on peut la rendre distincte en cette manière.

Vision confuse par les verres.

117. Les choses qui paroissent confuses lorsqu'on les regarde directement, peuvent devenir distinctes par des rayons rompus ou réfléchis en regardant à travers un petit trou dans

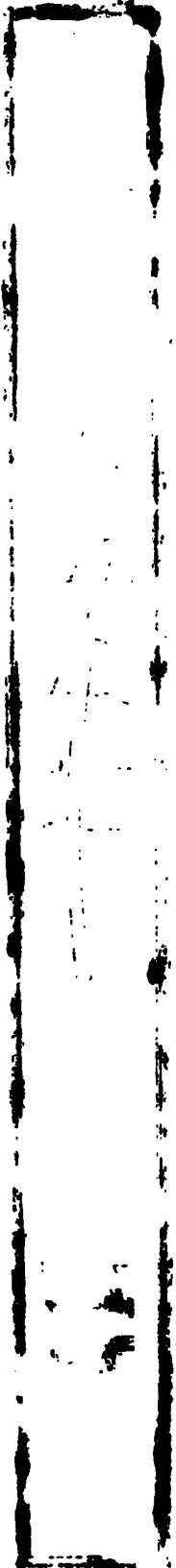
Comment on la rend distincte.

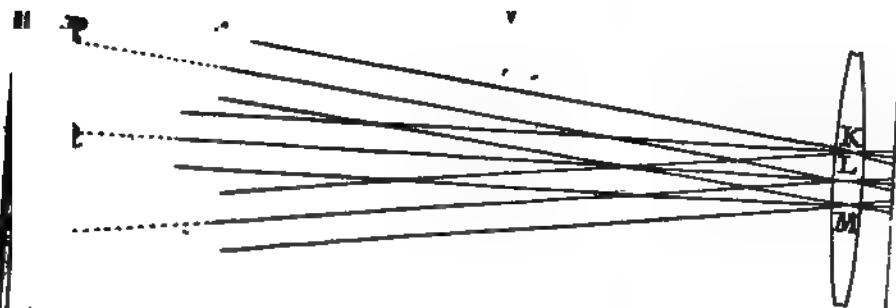
un morceau de papier, ou avec un verre convexe ou concave d'un degré convenable de convexité ou de concavité ; & pourvu que le trou ou le verre soient proches de l'œil, la grandeur apparente & la situation de l'objet sera la même dans les deux cas. Car si le trou est assez petit pour ne recevoir qu'un seul rayon de chaque point différent de l'objet, ces rayons tomberont sur la rétine en autant d'autres points différents, & produiront une image distincte ; & lorsque les pinceaux tombent sur une lentille mince, leurs axes la traversent en ligne droite par le milieu (art. 23), & par conséquent ils arrivent aux mêmes points sur la rétine où ils arrivoient en passant par le trou. Mais si l'on suppose que la lentille ait une figure telle que les rayons de chaque pinceau soient rompus en même tems par la lentille & par l'œil vers les points de leurs axes qui touchent la rétine, la peinture sera encore distincte, & sera la même en grandeur & en position qu'auparavant. La seule différence dans les effets du trou & de la lentille, sera le degré de clarté de la peinture sur la rétine.

Combien un
microscope
simple grossit.

Fig. 60.

118. Le microscope simple n'est qu'un fort petit globule de verre ou une petite lentille de verre double convexe, dont le foyer est fort court. Un petit objet $p q$, vu distinctement à travers un petit verre $A E$ par un œil joint au verre, paroît d'autant plus grand qu'il ne paroîtroit à l'œil nud placé à la moindre distance $q L$ d'où on le verroit assez distinct, que cette dernière distance est plus grande que la première $q E$. Car ayant appliqué votre œil immédiatement au verre $E A$ pour voir autant de parties de l'objet qu'il est possible d'en découvrir d'un seul coup d'œil (art. 114), éloignez ou approchez l'objet $p q$ jusqu'à ce qu'il vous paroisse aussi distinct qu'il est possible, par exemple, à la distance $E q$. Alors imaginant que le verre $A E$ soit enlevé & qu'on lui substitue une plaque mince avec un petit trou, l'objet paroîtra distinct & aussi grand qu'auparavant (art. 17) lorsqu'on le voyoit à travers le verre, seulement il ne fera pas si brillant ; & dans ce dernier cas, il paroît d'autant plus grand qu'il ne paroîsoit à l'œil nud, à la distance $q L$, soit avec le petit trou, soit sans le petit trou, que l'angle $p E q$ est plus grand que l'angle $p L q$ (art. 97.), ou que la dernière distance $q L$ est plus grande que la première $q E$ (art. 60).

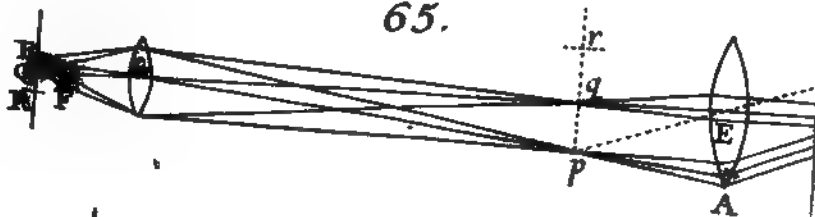




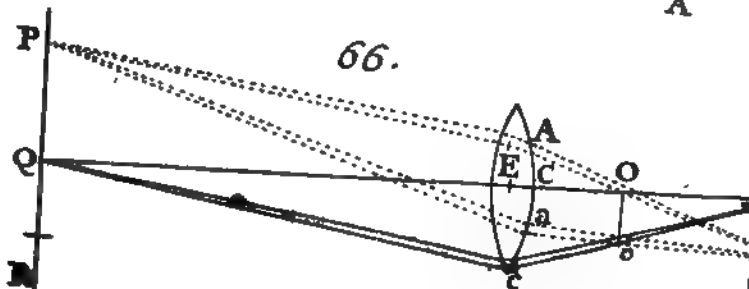
64.



65.



66.



119. Puisque l'interposition du verre n'a d'autre effet que de rendre l'apparence distincte, en aidant l'œil à augmenter la réfraction des rayons dans chaque pinceau, il est clair que l'augmentation de la grandeur apparente ne vient que de ce qu'on voit l'objet de plus près qu'on ne pourroit le faire avec l'œil nud. La distance Eq de l'objet au verre est celle du foyer. Si le verre est un petit globe dont le diamètre soit $\frac{1}{17}$ d'un pouce, la distance Eq de son foyer étant les $\frac{1}{4}$ de son diamètre (art. 61) sera $\frac{1}{10}$ d'un pouce, & si qL est de 8 pouces, distance ordinaire à laquelle on voit les petits objets, ce globule grossira à proportion de 8 à $\frac{1}{10}$ ou de 160 à 1.

Et en quelle
manière.

120. Le télescope astronomique est composé de deux verres convexes en cette manière. PQ représente le demi-diamètre d'un objet éloigné & pq la peinture formée par la lentille convexe L , laquelle étant du côté de l'objet, se nomme l'objectif. Dans l'axe prolongé QLq de ce verre, EA représente un autre verre plus convexe que L , tellement placé que comme qL est la distance du foyer du verre L , ainsi qE est celle du foyer du verre E , & EL la somme de ces distances. En cette situation des verres, je dis que l'objet paroîtra à l'œil dans un point O , distinct, renversé, & grossi en raison de qL à qE , c'est-à-dire, de la distance du foyer de l'objectif à celle du foyer de l'oculaire. Car les rayons qui sont divergents du point q de la peinture pq étant rompus par l'oculaire seront émergents sur l'œil en O par des lignes parallèles à l'axe qEO ; parce que l'on suppose que qE est la distance du foyer de l'oculaire; & par la même raison les rayons qui sont divergents de tout autre point collatéral p de la peinture pq , seront émergents de l'oculaire, après les réfractions en A , en lignes parallèles à la ligne ou rayon pE ; cette ligne étant l'axe d'un pinceau oblique de rayons dont une partie sont divergents de p sur le verre. Ainsi un œil qui peut voir distinctement par les pinceaux des rayons parallèles, étant placé quelque part en O , parmi les intersections de ces pinceaux, verra distinctement les points de l'objet. Mais à l'œil en O la grandeur apparente de la peinture pq ou de l'objet PQ , se mesure par l'angle EOA (art. 104) ou par l'angle qEp ; & à l'œil nud en L , si on ôtoit le verre, la grandeur

Comment
le télescope
astronomique
grossit.

Fig. 61.

apparente de l'objet seroit mesurée par l'angle QLP ou par son égal qLp , l'axe oblique PLp étant droit (art. 43). Donc la première grandeur apparente est à la seconde, comme l'angle qEp à l'angle qLp , & par conséquent comme la dernière distance qL à la première qE (art. 60).

Télescope
composé de
4 verres con-
vexes.

Fig. 62.

121. L'objet qui paroïssoit renversé dans le premier télescope (art. 103), paroîtra droit & distinct à travers deux autres oculaires convexes qu'on ajoutera, éloignés l'un de l'autre de la somme de leurs foyers; & lorsque leurs foyers seront égaux, ils grossiront précisément autant qu'auparavant. Car les pinceaux des rayons parallèles EOF , AOB , &c. qui sont continués jusqu'au verre FB , forment par le moyen de ce verre une seconde image $\bullet x$ & le foyer \bullet d'un pinceau oblique OB se déterminera par l'intersection de la ligne $\bullet x$ perpendiculaire à l'axe commun des verres & de l'axe oblique $F \bullet$ parallèle aux rayons incidents OB (par l'art. 55). Ce point \bullet étant le foyer des rayons incidents sur le dernier verre GC , les rayons émergents CD seront parallèles à leur axe oblique $\bullet G$, parce que les rayons qui viennent de x sont supposés sortir parallèles à l'axe direct. Donc l'objet paroîtra distinct & droit (art. 103) à l'œil en D où ces rayons émergents se croisent, & lorsque les verres F & G sont exactement égaux, l'image $\bullet x$ est exactement au milieu d'eux, & ainsi les triangles $\bullet Fx$, $\bullet Gx$ sont exactement égaux. Donc l'angle CDG qui mesure la grandeur apparente à l'œil en D sera égal à l'angle $\bullet Gx$, ou $\bullet Fx$, ou BOF ou AOE qui la mesure pour l'œil en O .

Combien ils
comprennent
d'objets d'un
coup d'œil.

Fig. 61, 62.

122. Dans un télescope d'une longueur donnée, la quantité des objets compris dans une seule vue, dépend de la largeur de l'oculaire. Car à mesure que AE est plus grand ou plus petit, l'angle ALE ou son égal PLQ est aussi plus grand ou plus petit, & cet angle comprend tous les objets que l'on peut voir d'une seule vue d'un côté de l'axe du télescope.

Télescope
de Galilée.

Fig. 63.

123. La différence entre le télescope astronomique & celui de *Galilée* est qu'au lieu de l'oculaire convexe placé derrière l'image pour rendre les rayons de chaque pinceau parallèles lorsqu'ils vont à l'œil, on y place un oculaire concave AE qui est autant devant l'image. Cet oculaire ouvre les rayons de chaque pinceau qui étoient convergents vers q & p , &

les fait sortir parallèles sur l'œil, comme il est évident si l'on imagine que les rayons reviennent à travers l'oculaire dont nous supposons la distance au foyer $E q$. L'œil doit être fort proche du verre pour recevoir autant de pinceaux qu'il est possible, & alors en supposant un rayon émergent d'un pinceau oblique prolongé en arrière le long de $A O$, la grandeur apparente de l'objet sera mesurée par l'angle $A O E$ (art. 104) ou par son égal $q E p$, qui est à l'angle $q L p$, ou $Q L P$ mesure de la vraie grandeur, comme $q L$ est à $q E$, ainsi que dans l'autre télescope. Il est évident par l'article 103 que les objets dans ce télescope paroîtront droits.

124. La quantité d'objets compris d'une seule vue dans ce télescope ne dépend pas de la largeur de l'oculaire, comme dans le télescope astronomique, mais de la largeur de la prunelle, parce que la prunelle est moindre que l'oculaire, & que les pinceaux latéraux ne sont plus convergents, mais divergents par rapport à l'axe des verres. C'est pour ce'a que la vue étant trop retrécie, ce télescope n'est pas aussi utile que le premier.

Il comprend
moins d'objets
que le pre-
mier.

125. Le télescope de réflexion de *Newton* grossit le diamètre d'un objet éloigné en raison de la distance du foyer du miroir concave à celle du foyer de l'oculaire convexe, & il le représente renversé. Soit ST l'image d'un objet éloigné PQ formée par la réflexion d'un grand miroir concave AC & terminée par les lignes $PESA$, $QETC$ menées par son centre E . Comme cette image ne peut pas être vûe par un oculaire placé directement au-devant, (car alors le spectateur interceptera les rayons qui vont au miroir concave) les divers pinceaux des rayons qui sont convergents vers cette image en venant du grand concave AC , sont réfléchis à côté par un petit plan poli, représenté par ac ; & alors la seconde image st formée par ce plan, sera égale à la première image ST (art. 24, 25). Soit rl la distance du foyer du petit oculaire convexe kl . Les rayons qui viennent de chaque point f feront rompus à travers ce verre jusqu'à l'œil en o par les lignes ko parallèles à l'axe oblique sl , & ainsi la grandeur apparente de l'objet PQ à l'œil en o , sera mesurée par l'angle kol ou slt (art. 104); mais à l'œil nud en E ,

Télescope de
réflexion de
Newton.

Fig. 64.

elle est mesurée par l'angle PEQ ou SET . Donc la première grandeur apparente est à la seconde, comme l'angle flt est à l'angle SET , ou (parce que leurs soutendantes ft , ST sont égales) comme ET ou CT est à lt (art. 60) lorsque l'objet est éloigné. (art. 26). On a représenté ici le plan acb de beaucoup trop grand en comparaison du concave ACB pour éviter la confusion. Il est évident par l'art. 103 que l'apparence de l'objet est renversée ou tournée de droite à gauche.

Beaucoup
plus court que
les autres.

126. Les télescopes dioptriques qui grossissent beaucoup, étant fort longs & difficiles à manier, Mr. *Newton* proposa une méthode pour les accourcir (*Opt. p. 95*), & elle a réussi parfaitement, comme on verra par une table dans le livre suivant, des deux sortes de télescopes qui grossissent également avec une distinction égale. La raison pourquoi les télescopes dioptriques ne peuvent pas être accourcis autant que ceux-ci, en grossissant autant par la diminution de la distance du foyer des oculaires (art. 120) est celle-ci. Les images formées par la réfraction à travers les objectifs étant beaucoup plus imparfaites que celles qui se font par la réflexion d'un miroir concave, ne sçauroient être autant grossies par de si petits oculaires (art. 118) sans paroître confuses; & la principale cause de ces imperfections dans les images est l'inégale réfrangibilité des rayons de différentes couleurs, comme on le fera voir plus au long dans la suite.

Double mi-
croscope.

Fig. 65.

127. Le microscope double est composé de deux verres convexes placés en E & L . Le verre L proche de l'objet PQ est fort petit & fort convexe. La distance LF de son foyer est très-courte; la distance LQ du petit objet PQ n'est qu'un peu plus grande que LF ; de sorte que l'image pq peut se former à une grande distance du verre (art. 48), & être par conséquent beaucoup plus grande que l'objet (art. 55). Cette peinture pq étant vûe par un oculaire convexe AE , dont le foyer est qE , paroît distincte comme dans un télescope. Or l'objet paroît grossi par deux chefs. 1°. Parce que si l'on voyoit sa peinture pq avec l'œil nud, elle paroîtroit d'autant plus grande que l'objet à la même distance, qu'elle est réellement plus grande que l'objet, ou d'autant plus que Lq est plus

plus grand que LQ (par l'art. 55) ; & en second lieu , parce que cette peinture paroît grossie à travers l'oculaire à proportion que la moindre distance où l'on peut la voir distinctement avec l'œil nud est plus grande que qE , distance du foyer de l'oculaire. (art. 118.) Par exemple , si cette dernière raison est de 5 à 1 , & la première de Lq à LQ de 20 à 1 , l'objet par ces deux chefs paroîtra 5 fois 20 , ou 100 fois plus grand qu'à l'œil nud.

128. Pour rendre ces télescopes & microscopes propres à ceux qui ont la vue courte , il faut approcher un peu les verres E & L l'un de l'autre , afin que les rayons de chaque pinceau n'en sortent pas parallèles , mais qu'ils soient divergents en tombant sur l'œil (art. 48) ; alors la grandeur apparente sera un peu altérée , mais la différence n'en sera presque pas sensible.

Adapter les
Télescopes &
Microscopes
aux vues cour-
tes.

129. La clarté de l'apparence par un télescope ou microscope donné est plus ou moins grande à proportion de l'ouverture de l'objectif. Car en le supposant tout couvert de papier , excepté un petit trou au milieu , les grandeurs des peintures pq dans le foyer des verres & sur la rétine , n'en seront pas altérées ; mais le trou en L étant plus petit qu'auparavant , il y aura moins de rayons dans chaque pinceau , & par conséquent dans chaque point de ces peintures , & ainsi elles paroîtront plus obscures. Si l'ouverture de l'objectif reste la même , les objets paroîtront plus clairs ou plus pales , selon que la distance du foyer de l'oculaire sera plus longue ou plus courte ; c'est-à-dire , selon que le télescope ou le microscope grossiront moins ou plus (art. 120 , 127) ; car la même quantité de lumière répandue sur une peinture plus petite ou plus grande , ou sur une partie moindre ou plus grande de la rétine , la rend plus claire ou plus obscure.

Clarté appa-
rente par ces
télescopes &
microscopes.

130. Jusqu'ici j'ai toujours supposé l'œil placé dans quelque point O de l'axe commun des surfaces réfringentes ou réfléchissantes. Supposons maintenant qu'il soit placé dans quelque point o de la ligne Oo , perpendiculaire à l'axe Qq . Je dis que toutes les apparences seront les mêmes qu'elles étoient ci-devant , ou qu'au moins elles n'en différeront pas sensiblement. Car soit pq la dernière image d'un objet , & PQ la pénultième ou

Les apparen-
ces sont les
mêmes lorf-
que l'œil est
hors de l'axe
des verres.

Fig. 66.

l'objet même; menez les droites po , qo , qui rencontrent la surface voisine en a & c ; les points P & Q paroîtront à l'œil en o dans les directions de ces lignes oa , oc . Donc en menant pO qui rencontre la surface en A , puisque les directions OA , oa , dans lesquelles on voit P , sont du même côté que les directions OC , oc , dans lesquelles on voit Q ; il est évident que la situation apparente des extrémités P , Q , est la même dans les deux positions de l'œil, & que la grandeur qui est mesurée par l'angle aoe (art. 104), ou poq ou pOq ou AOC est la même. Car les petits angles poq , pOq , étant soutenus par la même image pq , à fort peu près à égales distances po , qO de o & O , sont à fort peu près égaux. La clarté apparente de l'objet est aussi la même, parce que la densité des rayons qui entrent dans la prunelle, dans chaque partie du plan perpendiculaire représenté par Oo , est à fort peu près la même (art. 58); car les rayons viennent de la dernière image pq , ou vont vers elle, précisément comme si c'étoit un corps lumineux; & enfin le degré de distinction apparente ou de confusion est aussi le même, parce que les angles que la prunelle placée en O & o , comprend en p & q , ou les inclinaisons mutuelles des rayons dans chaque pinceau, sont à fort peu près égales.

Remarque
générale sur
la vision.

131. Voici une observation générale qui mérite attention. La distinction & la confusion apparente d'un objet, dépendant de l'inclinaison mutuelle des rayons dans chaque pinceau lorsqu'ils entrent dans l'œil (art. 116), la grandeur apparente dépend de l'inclinaison des rayons de différents pinceaux les uns à l'égard des autres, lorsqu'ils entrent dans l'œil (art. 104). La situation apparente dépend de la situation réelle des pinceaux extrêmes lorsqu'ils tombent sur l'œil. (art. 103) Enfin la clarté & l'obscurité apparentes dépendent de la quantité des rayons dans chaque pinceau, (art. 68).

R E M A R Q U E S.

Sur l'art. 118. 1. Mr. *Hughens* observe qu'une lentille convexe a quelque avantage sur un petit globule qui grossit autant; c'est que la distance entre l'objet & la lentille est trois fois aussi grande que celle entre l'objet & la partie voisine

du globe (*Diop. pr. 59*) & ainsi la lentille laisse plus d'espace pour faire passer à côté la lumière qui doit éclairer l'objet ; par où l'on peut observer les couleurs ; au lieu que s'il est transparent on ne peut le voir avec le globe que par la lumière qui le traverse. Il est vrai que c'est là un avantage dans les verres qui ne grossissent pas beaucoup ; mais dans les autres c'est peu de chose , parce que la distance à la lentille est très-petite. Il vaut mieux observer les objets opaques avec les microscopes doubles , qui les éloignent de l'œil & de l'objectif ; & c'est là certainement l'un de leurs plus grands avantages sur les microscopes simples , qui en général grossissent plus que ceux là.

Comparaison
des microscopes
simples & doubles.

2. Nous sommes redevables à Mr. *Hughens* de l'histoire critique qu'il nous a donnée de l'invention des télescopes & des microscopes. Je vais la traduire ici & y faire quelques additions (*Dioptrique p. 163*) : Le plus utile & le principal objet de la Dioptrique est le télescope. Car pour ne rien dire des autres usages , il nous a fourni le moyen de faire dans le Ciel des découvertes qu'on ne sauroit faire autrement , &c. Quelques-uns en attribuent la première invention (qui se fit par hasard) à *Jacques Metius* Hollandois & habitant d'*Alcmaer*. Mais je suis certain qu'un ouvrier avoit fait avant lui des télescopes à *Middelbourg* en *Zélande* vers l'an 1609. Il se nommoit *Jean Lippersheim* selon *Sartorius* , ou *Zacharie* selon *Borelli*, *de vero telescopii repertore*. Les télescopes que firent alors ces deux artistes n'avoient qu'un pied & demi de long. Il est pourtant certain que *Jean-Baptiste Porta* avoit donné des idées de cette science dans ses livres de *Dioptrique* & de *Magie naturelle* imprimés 15 ans avant 1609. Il parle dans ces Livres de certains Instruments qu'il avoit & qui lui faisoient voir les objets éloignés comme s'ils étoient fort proches , & de la combinaison des lentilles convexes & concaves (*Mag. natura l. 17, chap. 10*) ; mais ce qui prouve qu'il n'avoit pas fait de grands progrès dans cet art , c'est qu'on n'y fit pas grande attention & qu'il ne fit lui-même dans le Ciel aucune des découvertes qui ont été faites dans la suite. Ce qui fait croire que son invention ne venoit pas de son génie , mais de quelques expériences faites par hasard. Car quoiqu'il eut fait quelque progrès dans les Mathématiques , il ignoroit entièrement les principes fondamentaux de la Dioptrique , qui étoient nécessaires pour inventer par théorie les télescopes. Les artisans dont j'ai parlé les ignoroient encore plus. Mais il n'est pas surprenant que le hasard ait produit cette découverte après l'invention des verres convexes & concaves. Il est bien plus surprenant qu'on ait tant tardé à connoître les télescopes.

Sur les art.
120 , 121 ,
122 , 123.

Histoire de
l'invention des
Télescopes.

3. Dès que la nouvelle de ces télescopes hollandois se fut répandue en Europe , *Galilée* en fit d'autres de la même espèce , & bientôt après il en fit un beaucoup meilleur. Il lui servit à découvrir les montagnes & les vallées qui sont dans la Lune , les taches du Soleil & par-là sa rotation autour de son centre ; les satellites de Jupiter , les phases de Venus semblables à celles de la Lune & leurs variations apparentes ; la grande différence entre les diamètres apparents des planètes & des étoiles fixes & une multitude d'étoiles beaucoup plus grande que le nombre de celles qu'on avoit connu jusqu'alors. Il observa aussi les phénomènes de Saturne autant qu'il lui fut possible avec des télescopes aussi courts ; mais il ne pût pas découvrir sa vraie figure , ni aucun autre après lui pendant plusieurs années. Car quoiqu'ils eussent beaucoup allongé leurs tubes , ils n'avoient pas beaucoup augmenté leur

Observations
télescopiques
par *Galilée* &
Hughens.

force. Quant à moi je m'attachai à cette entreprise avec une plus grande espérance de succès ; je m'étudiai à bien pénétrer les loix de la réfraction, & je fis un télescope de 20 pieds de long, avec lequel je découvris la vraie figure de Saturne que personne n'avoit vûe avant moi & l'anneau qui l'environne, & qui ne se découvre dans aucune autre planete. Je découvris aussi un satelite qui faisoit sa révolution autour de lui en 16 jours, & je communiquai tout cela au Public 26 ans après dans mon *Systema saturnium*. Ces découvertes encouragerent les Astronomes & les ouvriers à faire de plus longs télescopes. Les meilleurs furent faits par *Campani* à Rome. C'est avec ceux-ci que dix ans après, *Cassini* eut le bonheur de découvrir deux autres satellites autour de Saturne. Il observa aussi quelques taches dans Jupiter & Mars, par où il détermina le temps de leurs rotations autour de leurs centres. J'ai ensuite trouvé la manière d'employer les plus longs télescopes de 100 ou 200 pieds, avec un tube seulement de dix pieds (art. 892,) & j'ai donné la manière de polir & de perfectionner les verres.

Leur force
pour grossir
n'étoit pas en-
core démon-
trée.

4. Venons aux causes & propriétés de cet œil artificiel que l'on n'a pas encore assez heureusement expliquées. L'objet principal & qu'on n'a pas encore démontré est celui-ci. La figure & la position des lentilles étant données, trouver de quelle manière & combien elles grossiront les objets ? Car *Kepler* n'a pas résolu ce problème, quoiqu'il soit bien louable par les découvertes qu'il a faites dans la Dioptrique. *Descartes* n'y a pas mieux réussi ; car il s'est beaucoup mépris dans sa méthode pour démontrer les effets des télescopes. Il est vrai que cela ne seroit pas croyable d'un si grand homme, à qui ces matières étoient si familières. Cependant il est à propos d'en faire mention, pour épargner à bien des gens des efforts inutiles pour comprendre ce qui n'a aucun sens. Et quoique plusieurs autres après lui se soient appliqués à résoudre le même problème qui est la base de tous les autres ; personne cependant n'a pu en venir à bout jusqu'ici. Telle est la narration de Mr. *Hughens*.

Examen des
prétentions
pour le Frere
Bacon.

5. Mr. *Guillaume Molineux* attribue l'invention des télescopes au F. *Bacon* qui mourut en 1292, & son fils *Samuel Molineux* dit que ce frere s'en étoit certainement servi. Pour examiner cette prétention, il faut transcrire ici tout le chapitre de cet Auteur sur la vision par réfraction. *Opus majus, Lond. 1733. p. 357. De visione fracta majora sunt. Nam de facili patet per canones supra dictos, quod maxima possunt apparere minima & e contra, & longè distantia videbuntur propinquissima & e converso. Nam possumus sic figurare perspicua, & taliter ea ordinare respectu nostri visus & rerum, quod frangentur radii & flectentur quorsumcumque voluerimus ; ut sub quocumque angulo voluerimus, videbimus rem prope vel longe. Et sic ex incredibili distantia legeremus litteras minutissimas ; & pulveres ac arenas numeraremus propter magnitudinem anguli sub quo videremus, & maxima corpora de prope vix videremus propter parvitatem anguli sub quo videremus. Nam distantia non facit ad hujusmodi visiones nisi per accidens, sed quantitas anguli. Et sic posset puer apparere gigas & unus homo videri mons & in quacumque quantitate ; secundum quod possemus hominem videre sub angulo tanto sicut montem & prope ut volumus. Et sic parvus exercitus videretur maximus & longe positus appareret prope & e contra. Sic etiam faceremus solem & lunam & stellas descendere secundum apparentiam hic inferius ; & similiter super capita inimicorum apparere ; & multa consimilia ; ut animus mortalis ignorans veritatem non posset sustinere. Dans le*

chapitre précédent sur la vision par réflexion il avoit dit qu'avec plusieurs miroirs bien disposés, un seul soldat pourroit paroître tellement multiplié, qu'on le prendroit pour une armée entière & une armée pour plusieurs armées; ce qui donneroit de la terreur aux infidèles & ennemis; qu'on pourroit placer des miroirs fort haut vis-à-vis des armées & Villes ennemies, de manière qu'on découvreroit toutes leurs manœuvres, & que tout cela peut s'exécuter dans toutes les distances. Parce que par le livre sur les miroirs, une même chose peut se voir par réflexion avec autant de miroirs que l'on veut s'ils sont bien placés, & que les uns peuvent être proches & les autres loin; de manière qu'on pourra voir l'objet à toutes les distances, *ut videremus rem quantum a longè vellemus*. J'ajoute cet extrait au premier passage pour faire voir que ses idées sur la manière d'exécuter ces projets par réflexion & par réfraction sont fort imparfaites; comme il est évident par le dernier passage, comparé avec celui-ci, *figurare perspicua & tractare ea ordinare respectu nostri visus & rerum, quod franguntur & flectuntur radii quorsumcumque voluerimus*; ranger les verres en telle forte par rapport à l'œil & à l'objet que les rayons soient rompus & pliés du côté que l'on voudra. Il paroît donc qu'il n'a pas prétendu résoudre ses problèmes avec un simple Instrument portatif tel qu'un télescope; mais en plaçant plusieurs verres à de grandes distances les uns des autres; ce qui certainement ne lui auroit pas réussi. Car on ne peut pas figurer & polir les surfaces assez parfaitement pour leur faire réfléchir & rompre la lumière à de grandes distances sans de grandes aberrations, ou écarts des rayons par rapport aux endroits où l'on veut les porter, & ces aberrations augmenteroient par l'interposition de plusieurs verres; pour ne rien dire de la perte de la lumière dans chaque surface & des couleurs produites par les réfractions à de si grandes distances; de sorte que l'objet paroîtroit à la fin si pale, si difforme & si confus qu'il n'exciteroit plus aucune idée. Par conséquent ce qu'il dit de *Jules César* (*ibid. p. 357*) qu'il avoit placé un miroir à une grande hauteur sur les côtes de France, pour découvrir la disposition des Villes & des champs en Angleterre, lorsqu'il vint pour s'en emparer, est tout-à-fait impraticable & vraisemblablement une pure fiction, si l'on ne s'est pas trompé dans la traduction du mot *specula*, qu'on a pris pour des miroirs, au lieu que ce sont des tours pour veiller sur les démarches des ennemis. Il en est de même de l'histoire que *Porta* raconte (*magia nat. l. 17, c. 11*) que *Proton* avec ses miroirs (*specula*) pouvoit distinguer les vaisseaux à la distance de six cent milles, ce que nos meilleurs télescopes ne sçauroient faire. *Mr. Waller* croit qu'il avoit des espions sur des tours (*specula*) placées à différentes distances, & qu'ils se donnoient des signes de la première à la dernière. Le Docteur *Hook* nous a donné à cette occasion des méthodes ingénieuses pour s'entretenir par signes à de grandes distances. (*Philos. exper. & obser. par Hook*).

6. Mais pour revenir à notre Auteur, si l'on fait attention aux fausses idées qu'il avoit puisées dans les anciens sur la vision distincte & confuse, au faux principe qu'il soutient que la grandeur apparente d'un objet est comme l'angle compris dans l'œil par son image & dans le même temps en raison réciproque de la distance de cette image; & enfin aux fausses conclusions qu'il a tirées de ces principes & qu'il ne pouvoit pas éviter d'en tirer; on conclura

Il n'a pas inventé par sa théorie les télescopes.

qu'il lui étoit impossible d'inventer par la théorie un Instrument aussi délicat & aussi composé que le télescope.

Ni par aucune expérience. 7. Outre cela j'ai fait voir ci-devant qu'il n'a jamais eu entre les mains un verre convexe avant que de composer son Traité, & sans un grand nombre de lentilles il ne pouvoit faire que peu d'expériences, & il n'étoit pas en état de trouver leur vraie combinaison pour un télescope.

Son imagination l'a porté trop loin. 8. En un mot cet Auteur ne parle que par hypothèse & se borne à dire qu'on pourroit figurer les verres & grossir les objets de telle & telle manière; sans assurer jamais qu'il en ait fait une seule expérience sur le Soleil, la Lune (ou toute autre chose) quoiqu'il fasse mention expresse de ces deux astres. D'un autre côté il attribue aux télescopes des effets dont ils sont incapables.

Comment est-il parvenu à ces notions. 9. Si l'on me demande comment est-ce qu'il a pu parvenir à toutes ces notions? Je réponds que c'est par la théorie commune des réfractions que l'on voit dans les canons & par les apparences communes de la réfraction & de la réflexion, sur-tout par le miroir concave dont il connoissoit bien les effets, tant par les relations des anciens que par sa propre expérience. Ce qui suffit à un homme de bon sens pour avancer tout ce qu'il a dit. Concluons donc que le tems de l'invention des télescopes ne remonte pas au delà du commencement du dix-septième siècle.

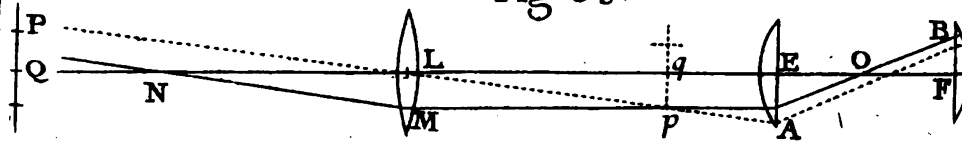
Histoire de l'invention des microscopes. *Hughens, Diop.* p. 221. 10. Je joins ici l'histoire de l'invention des microscopes écrite par *Hughens*. Il est probable, dit-il, que l'usage des microscopes simples pour grossir les objets avec un globule simple ou une petite lentille, fut connu bientôt après l'invention des télescopes; mais l'invention des microscopes composés, se présentant plus difficilement à l'esprit, paroit n'être venue que dix ans après. On ne voit pas que ces microscopes fussent connus en 1618; puisque *Syrthus* qui fit paroître un livre cette année là sur l'origine & la construction des télescopes, auroit eu bien de la peine à ne pas parler d'une invention aussi remarquable, si elle avoit été connue dans ce tems là. Il est vrai que *Fontana* prétend avoir fait cette découverte en 1618, & en parle dans son livre d'observations qu'il fit paroître en 1646; mais le témoignage qu'il cite de *Syrsalis* ne devance pas 1625. Cependant mon compatriote *Drebelius* fit des microscopes composés en 1621 à Londres, comme je l'ai appris de plusieurs témoins oculaires, & on le regardoit alors comme le premier inventeur de ces microscopes. Cependant rien n'empêche que ces deux personnes ayent eu la même idée en même-tems, en essayant différentes compositions de verres, sans avoir connoissance de la Géométrie & des causes de ces effets.

Autre démonstration des télescopes. 11. *Hughens* nous donne aussi la démonstration suivante des télescopes. Les verres L, E étant placés à l'ordinaire (art. 120, 123), prenez dans leur axe EL prolongé en avant, la partie LN égale à Lq, distance du foyer de l'objectif LM. Chaque rayon, comme PNM qui passe par N & tombe sur l'objectif LM sera rompu en le traversant par la ligne MA parallèle à l'axe LE & tombant sur l'oculaire AE, il sera rompu vers le principal foyer O; ou bien il s'en écartera si ce verre est concave. Et ainsi dans ces deux télescopes l'objet PQ paroitra sous l'angle AOE & à l'œil nud en N sous l'angle PNQ. Donc la grandeur apparente est à la vraie, comme l'angle AOE est à PNQ ou LNM, c'est-à-dire, puisque LM égale AE, comme la distance du foyer LN est à la distance du foyer EO (art. 60.)

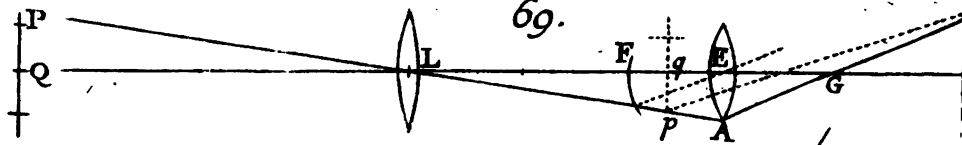
Fig. 67.



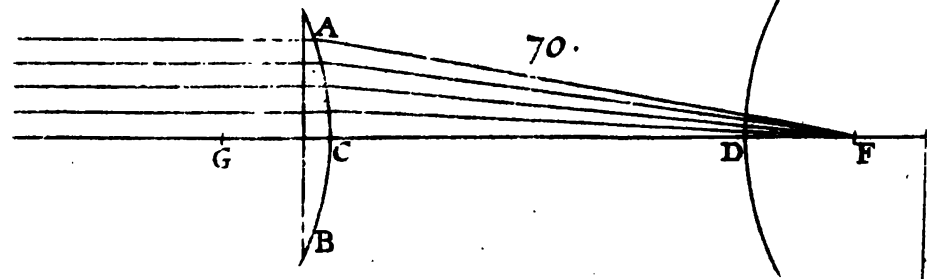
Fig. 68.



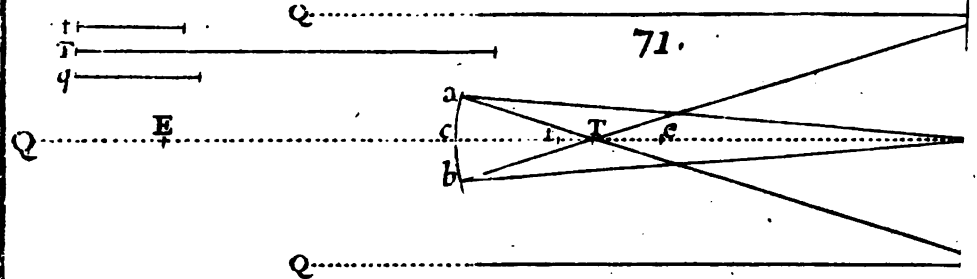
69.



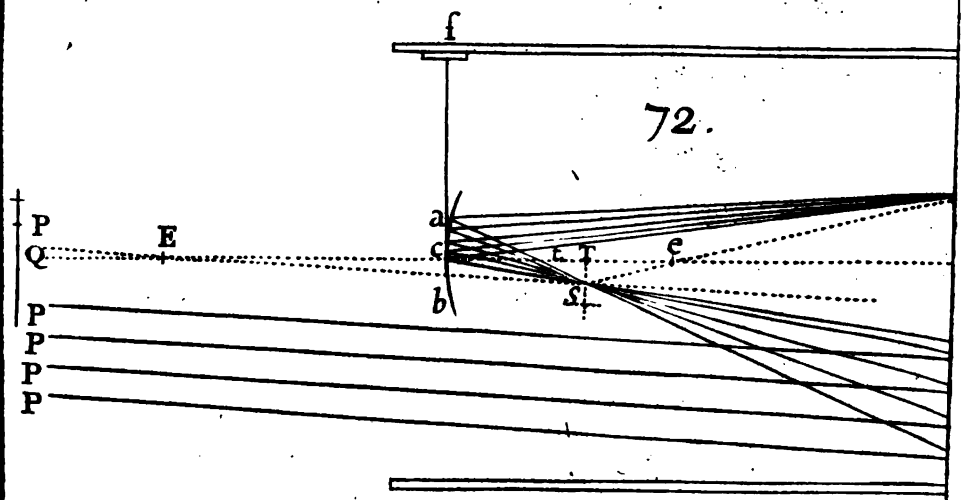
70.



71.



72.



Si l'on ajoute deux oculaires égaux BF, CG au télescope astronomique, comme dans l'art. 121, & que O soit le foyer commun des verres AE, BF; le rayon AOB sera de nouveau rompu selon la ligne BC parallèle à l'axe, & par conséquent il sera rompu dans le dernier oculaire à son principal foyer D, ou l'œil étant placé verra l'objet droit & grossi précisément autant qu'auparavant; parce que GD étant égal à FO, l'angle CDG est égal à BOF ou AOE.

Fig. 61.

12. Cette excellente composition des verres fut inventée à Rome, apparemment par *Campani*. Il est bon de mettre une platine avec une ouverture ronde dans le lieu de la première image en *q*, comme on le fait ordinairement; ou de la seconde en *x* pour borner la vue & chasser les couleurs des bords, quoiqu'elles ne paroissent pas plus dans ce télescope, avec trois oculaires qu'avec un seul, & qu'elles y paroissent même moins. Car quoiqu'il y ait plus de réfractions, cependant les couleurs produites par les réfractions aux deux premiers verres, se formant du même côté, sont un peu corrigées & resserrées par les réfractions qui se font aux deux autres verres, parce qu'elles se font du côté opposé, comme on le verra dans l'art. 172. Car le bord d'une lentille a le même effet que le bord d'un prisme.

Couleurs dans les télescopes.

13. Jusqu'ici nous avons supposé que l'intervalle LE des deux verres convexes étoit égal à la somme des distances de leurs foyers. Supposons maintenant cet intervalle plus grand ou plus petit, comme il est nécessaire pour les vues foibles (art. 128.) Et soit EF la distance du foyer de l'oculaire, & L*q* celle de l'objectif. Je dis que la grandeur apparente sera à la vraie comme LF à FE, c'est-à-dire, comme l'intervalle des verres diminué de la distance du foyer de l'oculaire est à la distance du foyer de l'oculaire. Car les axes de tous les pinceaux qui passent par L comme PLA seront rompus par l'oculaire au foyer G, où l'œil étant placé verra tout l'objet PQ, quelque petite que soit l'ouverture de la prunelle & de l'objectif, & l'objet PQ paroîtra sous l'angle AGE. Mais L étant un foyer des rayons incidents sur l'oculaire, nous avons LF : LE :: LE : LG (art. 239) & en divisant, LF : FE :: (LE : EG ::) l'angle EGA est à l'angle ELA (art. 60) ou PLQ (art. 43) :: la grandeur apparente est à la vraie.

Démonstration plus générale des télescopes.

Fig. 62.

14. Ainsi selon que l'intervalle des verres est plus grand ou plus petit que la somme de leurs foyers, la grandeur apparente est à la vraie en proportion plus ou moins grande que celle des foyers.

15. Lorsqu'on allonge le télescope, le lieu de l'image ou foyer *q* est plus loin de l'oculaire que la distance de son foyer, & par conséquent ce verre doit rendre convergents les rayons émergents & former une seconde image ou peinture *x* de l'objet PQ, sur une surface blanche placée à la distance *qx* qui est troisième proportionnelle après *qF* & *qE*, comme on verra dans l'art. 239. Et la grandeur apparente de cette peinture vûe par l'œil nud d'une distance égale à *xG* est la même que si on pouvoit la voir distinctement du point G au travers du télescope; les angles *Gx* & AGE étant égaux, & par conséquent elle est un peu plus grande que lorsque la longueur du télescope est ajustée pour la vision distincte. On peut appliquer les mêmes démonstrations au télescope de *Galilée*.

Préparer un télescope pour observer le éclipses & les taches du Soleil.

16. C'est de cette manière que quelques Astronomes observent les éclipses

Clarté de l'image du Soleil. & les taches du Soleil, que l'on peut aussi observer en regardant dans le télescope avec un verre obscur. Dans la première manière l'image du Soleil paroîtra plus brillante ; si l'on fait passer le bout du télescope dans le trou du volet d'une fenêtre d'une chambre obscure. Et alors si l'image ronde qui paroît sur le papier est égale à l'ouverture de l'objectif ; elle paroîtra aussi claire que si le papier étoit éclairé par la lumière directe du Soleil, en supposant qu'aucun rayon ne soit intercepté par les réflexions de la surface des verres. Et par conséquent à mesure que l'image sera plus grande que celle là, en raccourcissant un peu le télescope, elle en fera d'autant plus foible & non pas tout-à-fait si distincte. Mais l'expérience en cette matière est le meilleur guide.

Télescopes à trois verres. 17. Dans le livre suivant je donnerai la construction des télescopes à trois verres ; mais ceux qui sont à deux ou quatre sont les meilleurs, parce qu'ils représentent une plus grande partie de l'objet à la fois & qu'ils sont moins colorés dans leur circonférence, comme *Hughens* l'a remarqué (*diopt. prop. 54*). On peut voir un objet droit avec deux lentilles seulement, mais il ne sera pas distinct ni assez grossi & on en verra peu tout à la fois. Outre cela la distance des verres doit être beaucoup plus grande qu'à l'ordinaire.

Sur l'art. 125. Histoire des télescopes de réflexion. 18. Après qu'on eut découvert la vraie loi de la réfraction selon la raison donnée des sinus, *Descartes* & d'autres Mathématiciens trouverent bientôt que tous les rayons d'un grand pinceau ne pouvoient pas se réunir à un point distinct par le moyen d'un objectif composé de surfaces sphériques (art. 81) & que les aberrations des rayons à l'égard de ce point croissoient comme la largeur du verre. Ils crurent que c'étoit là la cause de la confusion apparente d'un objet vu dans un télescope, lorsque le foyer de l'oculaire est trop court. Car comme un oculaire plus court augmente l'aire de la peinture sur la rétine (art. 120), il faut nécessairement augmenter l'aire de l'objectif afin qu'il reçoive plus de lumière (art. 129), & cette augmentation fait croître les aberrations des rayons dans son foyer, & par conséquent dans la peinture qui se fait sur la rétine.

Comment on a introduit les lentilles hyperboliques & elliptiques. 19. Ces aberrations produites par les surfaces sphériques des verres furent alors regardées comme l'unique obstacle à la perfection des télescopes, & c'est ce qui porta les Mathématiciens à déterminer la figure qu'un verre doit avoir pour rompre tous les rayons d'un pinceau vers un point donné, & parmi tous les autres ils trouverent que les verres qui auroient la figure des surfaces décrites par le mouvement des sections coniques autour de leurs axes, auroient cet effet (*Diopt. de Descartes* ch. 8. Principes de *Newton* l. 1. pr. 97. *Hughens* de la lumière p. 101. *Dechales* tom. 3. p. 681). Par exemple, si F & G sont les foyers de deux hyperboles opposées, dont l'axe CD est à FG en raison des sinus d'incidence & de réfraction, comme de 2 à 3, & si l'une de ces hyperboles ACB tourne autour de son axe GCD, la portion du solide produit par ce mouvement & coupé par un plan AB perpendiculaire à l'axe, formera une lentille telle que tous les rayons qui tomberont perpendiculaires à ce plan seront rompus par la convexité ACB vers le foyer extérieur F.

Elles n'ont pas réussi. 20. Cette découverte engagea d'abord tous les Mathématiciens & machinistes à chercher des machines pour donner cette figure aux verres & pour les polir, & entr'autres *Newton* lui-même s'y appliqua au commencement de l'an 1666. Mais ayant en même-tems la curiosité d'éprouver le fameux phénomène

phénomène des couleurs produites par la réfraction des rayons du Soleil dans un prisme triangulaire, & en ayant découvert la véritable cause, il abandonna son travail sur la figure des verres. (*transf. philos. n° 80*). Car je m'aperçus, dit-il, que ce qui avoit arrêté jusqu'ici la perfection des télescopes, n'étoit pas le défaut de la figure des verres, comme on se l'étoit imaginé jusqu'à présent, mais que c'étoit plutôt le mélange hétérogène des rayons de différente réfrangibilité. De sorte que quand même on auroit un verre d'une figure assez exacte pour réunir une sorte de rayons en un seul point, il ne pourroit pas réunir les autres au même point, parce qu'ayant la même incidence sur le même milieu ils auroient une réfraction différente. C'est, ajoute-t-il, ce qui tourna mes vûes sur les réflexions; & voyant qu'elles étoient régulières de manière que l'angle de réflexion de toutes sortes de rayons étoit égal à leur angle d'incidence, je compris que par leur moyen on pourroit porter les Instruments optiques au plus haut degré de perfection imaginable; pourvu qu'on pût trouver un corps réfléchissant aussi poli que les glaces de miroir & qui pût réfléchir autant de lumière, & que l'on pût aussi donner à ce corps la figure parabolique.

21. Lorsqu'il étoit occupé, dit-il, de ces idées, la peste qui survint à Cambridge en 1666 l'obligea de se retirer, & il ne revint à son projet que deux ans après. Ayant alors imaginé une méthode pour polir le métal parfaitement, il acheva peu à peu un Instrument de 6 pouces de long, qui grossissoit de 30 à 40 fois, & il en donna la première description dans les *transf. phil. n° 80*. Et ensuite dans son Optique p. 91 in-8°. C'est là incontestablement la plus grande perfection qu'on ait donnée aux télescopes depuis leur première invention.

En quel tems le télescope de réflexion de Newton fut inventé.

22. Il faut Cependant avouer que Mr. Jacques Gregory d'Arberdeen fut le premier inventeur d'un télescope de réflexion. Mais son Instrument est tout différent de celui de Newton, & il n'est pas à beaucoup près aussi avantageux, comme Newton l'a fait voir dans les *transact. philos. n° 83*. Mr. Gregory décrit ce télescope à la fin de son *Optica promota* imprimée en 1663, & il fut conduit à cette découverte, non pas par la considération de la différente réfrangibilité des rayons, qui n'étoit pas alors connue, mais par un inconvénient qu'il prévoyoit dans les objectifs de figure hyperbolique. Car il remarque que s'ils sont assez larges pour recevoir la lumière qui est nécessaire pour grossir beaucoup, ils doivent être par conséquent fort épais & alors les verres les plus clairs intercepteroient trop de lumière qui ne feroit pas transmise. Il auroit pu ajouter un autre inconvénient, c'est qu'à la vérité ils réuniroient en un seul point les rayons parallèles à leurs axes, mais ils ne pourroient pas réunir aussi exactement les rayons d'un pinceau oblique comme le feroit un verre composé de surfaces sphériques & comme on l'a trouvé par expérience. (*Dichalles tom. 3 p. 686.*) Et par conséquent les lentilles sphériques pour cette raison & pour quelques autres sont plus propres aux usages Optiques que celles de toute autre figure. (*Newton principes l. 1. prop. 98. Scholie*).

Télescope de Gregory inventé auparavant.

23. Le génie & l'industrie de Mr. Jean Hadley a mis dans sa perfection vers l'an 1719 la pratique de ces deux télescopes de réflexion; il a commencé par celui de Newton & il en est bientôt venu à celui de Gregory, qui étant fort court a un grand effet & est très-commode. La description sui-

M. Hadley les a mis tous deux en vogue.

vante diffère de celle de l'Auteur, principalement en ce que l'Auteur donne une figure parabolique à son grand miroir concave & une figure elliptique au petit, au lieu qu'on n'emploie aujourd'hui que les surfaces sphériques, qui sont les seules figures que l'on puisse polir sans rencontrer des difficultés insurmontables.

Description
du Télescope
de Gregory.

Fig. 71.

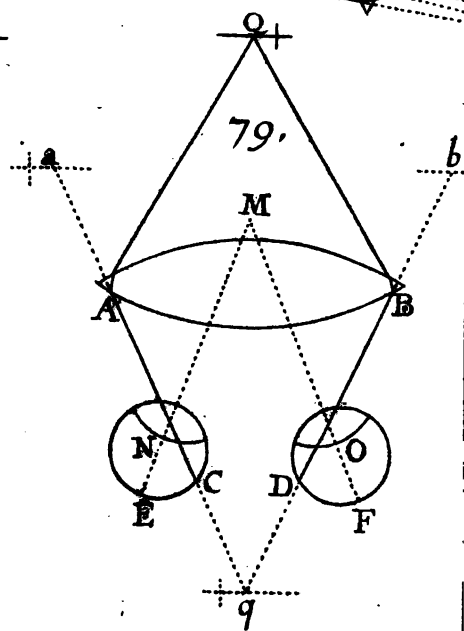
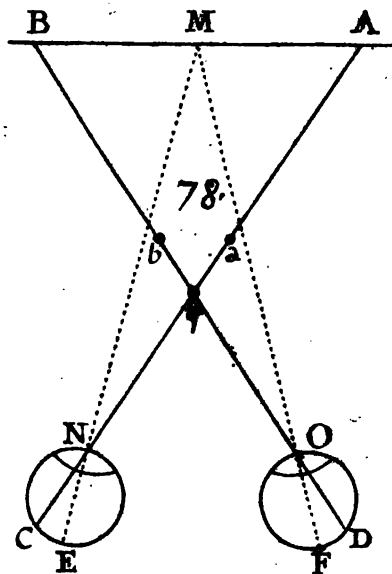
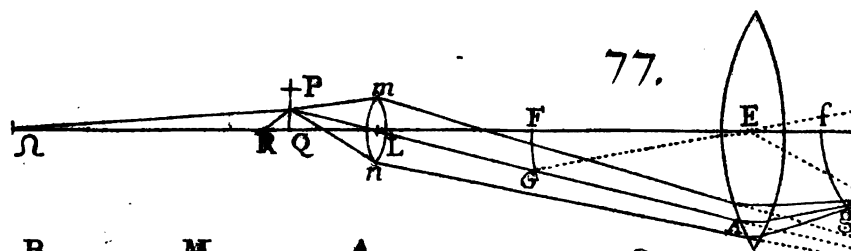
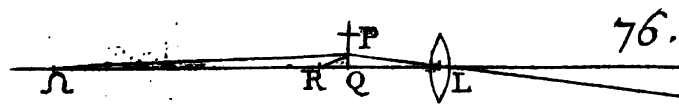
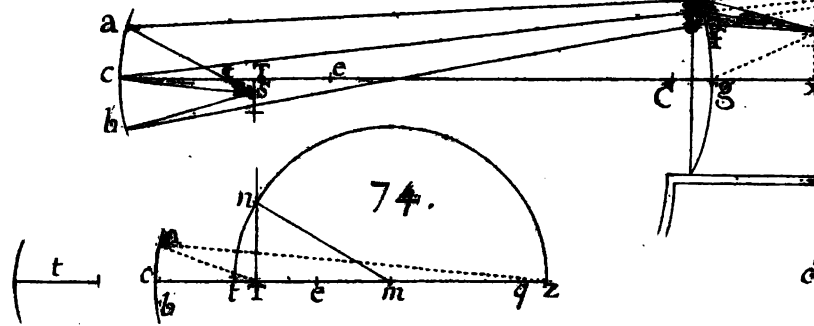
24. Si l'on veut donc faire un télescope de réflexion avec deux miroirs concaves de métal & un oculaire convexe, & en déterminer les effets; soient les distances des foyers du petit & du grand miroir concave & de l'oculaire convexe, égales respectivement aux lignes t , T & q & sur une ligne donnée $ctqCl$ destinée à être leur axe commun, prenez en même direction $ct = t$, $tq = T$, $qC = \frac{t \times T}{T}$ & $ql = q$. Placez l'oculaire en l , le petit concave en c & le grand en C , de sorte que leurs concavités se regardent l'une l'autre, & que les rayons incidents, comme QA , QB soient réfléchis du grand au petit concave, & de là une seconde fois vers le grand où ils passent à travers un petit trou pratiqué au milieu en C & où ils sont rompus par l'oculaire klm pour venir à l'œil en O . Je dis qu'un objet éloigné paroîtra distinct, droit & grossi en raison de $T \times T$ à $t \times q$, c'est-à-dire, du carré de la distance du foyer du grand concave au rectangle sous les distances des foyers du petit concave & de l'oculaire. Car un pinceau de rayons QA , QB qui viennent parallèles à l'axe commun, sera réfléchi du grand concave ACB à son foyer principal T où se croisant mutuellement & venant tomber sur le petit concave acb , ils se réfléchiront au point q . Car puisque la distance du foyer $TC = T = tq$ par la construction, si l'on retranche de part & d'autre Tq ; nous aurons $tT = qC = \frac{t \times T}{T}$ par la construction, c'est-à-dire, que nous aurons tT , tc , tq en proportion continue, comme on verra (art. 207) que ces lignes doivent être; & puisque ql est la distance du foyer de l'oculaire, les rayons qui viennent de q & qui tombent sur l'oculaire, en seront émergents par des lignes parallèles, & par conséquent produiront une apparence distincte du point éloigné Q d'où ils viennent.

Fig. 72.

25. Soit ST l'image d'un objet PQ formée par la réflexion du grand concave. Elle sera terminée par la ligne PES qui passe par E centre du concave, parallèlement aux rayons PA , PA &c. qui viennent de P . De plus les rayons qui viennent de cette image ST seront réfléchis par le petit concave & formeront une seconde image pq qui sera terminée par la ligne $Se p$ menée par le centre e de ce concave & les rayons qui sont divergents de p seront émergents de l'oculaire kl par des lignes kO parallèles à la ligne pl menée par le centre l de l'oculaire (art. 46). Donc l'objet PQ paroîtra droit, puisque les rayons kO sont du même côté de l'axe commun Q/O que le point P d'où ils viennent. Dans la seconde image pq prenez une ligne qs égale à la première image TS . Si l'image pq étoit égale à qs , l'objet paroîtroit au travers de l'oculaire sous un angle égal à qls (art. 107 & 111) qui est à l'angle PEQ ou SET , sous lequel il paroît à l'œil nud en E , comme TE ou TC est à ql (art. 60); & ainsi l'objet seroit grossi en même raison que dans le télescope de *Newton*. Mais comme les triangles epq , eST sont semblables, & que nous avons tq à te (comme te à tT par l'art. précédent & en divisant, comme eq



Fig. 73.



à eT , c'est-à-dire), comme pq à ST ou qs ; on voit que pq est plus grand que qs & l'angle visuel kOl ou plq plus grand que qls en même raison de sq à se . Et ainsi l'objet étant encore grossi en cette raison de sq à se ou, par la contraction, de TC à sc ou de T à s , sera grossi en raison composée de TC à sc & de TC à ql , c'est-à-dire, en raison du carré de TC au rectangle sous sc & ql . On peut aussi démontrer la même chose à la manière de Mr. *Hughens*, c'est-à-dire, en considérant un rayon d'un pinceau oblique, parallèle à l'axe entre le petit concave & l'oculaire & en déterminant le rapport des angles où il coupe l'axe après les réflexions & réfractions.

26. Pour voir les objets proches il faut éloigner un peu le petit concave du grand par la méthode dont on parlera dans l'art. 924, parce que lorsqu'un objet éloigné s'approche, son image TS s'approche aussi de s ; & pendant que Ts diminue, son réciproque sq doit augmenter.

Pour l'appliquer aux objets proches.

27. Ainsi pour ceux qui ont la vue courte, comme l'oculaire est ordinairement fixe, il faut un peu approcher le petit miroir du grand. Car alors on doit aussi diminuer l'intervalle sT & augmenter son réciproque sq afin que les rayons tombent sur l'oculaire divergents d'un point plus proche que son foyer & qu'ils en sortent par conséquent en divergeant de ce point sur l'œil.

Et aux vues courtes.

28. En resserrant davantage l'intervalle entre les concaves, l'image pq peut passer par le trou du grand concave dans un lieu donné par derrière & en écartant l'oculaire à la même distance de l'image que ci-devant, la vision sera encore distincte & l'objet sera encore plus grossi qu'auparavant à proportion que la raison de sq à se ou sc deviendra plus grande que celle de TC à sc , comme on voit par la démonstration précédente. Mais en grossissant l'image pq , elle devient plus obscure & imparfaite, comme on le verra dans la suite, & par conséquent l'apparence de l'objet moins brillante & moins distincte. Outre cela plus l'image devient grande & moins on en voit par le même oculaire d'un seul coup d'œil.

Règle plus générale pour la grandeur apparente.

29. Chaque chose étant en sa place, le diamètre de l'objet vu d'un coup d'œil est proportionnel à la largeur de l'oculaire, à moins qu'il ne soit borné par le trou du grand concave. Car l'angle de réflexion pce au milieu du petit concave, étant égal à l'angle d'incidence ecS , on voit que pendant que pq & kl croissent ou diminuent en raison quelconque, l'image ST & l'objet PQ doivent aussi croître ou diminuer en même raison.

L'aire visible est comme la largeur de l'oculaire.

30. Mais si l'on faisoit un oculaire d'une convexité donnée fort large, il deviendrait trop épais, & ainsi les rayons tomberaient trop obliquement sur les bords de ses surfaces, & cette obliquité en feroit réfléchir un trop grand nombre, & les autres qui seroient transmis seroient trop rompus en comparaison des pinceaux qui passeroient par le milieu de cette lentille (art. 73); ainsi pour augmenter l'aire visible de l'objet il est nécessaire de faire passer l'image pq à deux ou trois pouces au delà de l'ouverture du grand concave & d'intercepter les rayons qui tendent vers ce miroir par un verre convexe fg qui joigne la partie postérieure de ce grand concave. Ce verre fera converger les rayons plus vite qu'auparavant, & formera une image vx plus proche & plus petite que pq étant toutes deux terminées par une ligne pvg menée par le centre de ce verre (art. 55), alors les rayons de chaque pinceau étant divergents de cette nouvelle image

Elle est aggrandie par deux oculaires.

Fig. 73.

vx , seront reçus par un autre verre convexe hi qui les fera sortir vers l'œil en lignes parallèles. Un Ménisque dont le côté convexe est placé vers les pinceaux convergents sub est plus propre à ce dessein ; parce que les rayons passeront moins obliquement à travers ses bords qu'à travers un verre d'une autre figure.

Comparaison
de ce téléscop
pe avec le pre-
mier.

31. Ayant la place & le foyer de ces oculaires on peut aisément donner une règle pour déterminer la grandeur apparente, comme on le verra dans la suite de ces remarques ; mais les mesures de ces petites distances étant sujettes à erreur, il vaut mieux trouver par expérience cette grandeur apparente, soit par la méthode de *Galilée* en regardant deux cercles inégaux, l'un avec l'œil nud & l'autre par le télescope, soit en comparant ce télescope avec un télescope dioptrique dont on connoît la force ou que l'on peut connoître aisément (art. 120). On a trouvé que l'un de ces télescopes de 16 pouces de long grossissoit autant qu'une lunette ordinaire de 15 ou 16 pieds.

Diaphragmes.

32. Pour arrêter les rayons collatéraux qui passent par les côtés du petit concave à travers l'ouverture du grand, aussi bien que ceux qui sont réfléchis par les bords imparfaits des deux miroirs & les empêcher d'entrer dans l'œil, il est nécessaire de placer en x une platine mince avec une ouverture convenable au milieu pour borner l'image, & un autre petit trou en O où tous les pinceaux se coupent mutuellement avant que d'entrer dans l'œil. La largeur de ce dernier trou ne doit pas être plus grande que celle du pinceau principal en O , & il faut placer exactement ces deux ouvertures, sans quoi le télescope ne fera pas un bon effet.

Solution de
quelques pro-
blèmes.

Fig. 74.

33. Si la distance du foyer du petit concave est une ligne donnée t , & s'il faut le placer de manière que les rayons soient réfléchis du foyer donné T à un point donné q , divisez également Tq en m & à m T élevez la perpendiculaire Tn , égale à la ligne t , & joignant mn , coupez vers T , mt égal à mn , t sera le point où il faut placer le foyer du petit concave. Car soit un demi-cercle décrit du centre m avec le demi-diamètre mn ou mt qui coupe encore l'axe en z ; nous aurons $qz = Tt$, & par conséquent $Tz = tq$; nous avons aussi Tn moyenne proportionnelle entre les segments tT , Tz du diamètre tz , c'est-à-dire, que la distance t ou tc du foyer est moyenne proportionnelle entre tT & tq , & par conséquent les rayons qui viennent de T seront réfléchis par le petit concave au point q .

De même si l'on veut trouver la distance du foyer du petit concave, telle que son foyer étant placé dans un point donné t , il fasse réfléchir les rayons du point donné T à un point donné q ; divisez également Tq en m , & du centre m avec le demi-diamètre mt , décrivez un cercle qui coupe la perpendiculaire indéfinie élevée en T au point n , vous aurez la distance requise Tn du foyer.

Fig. 72.

Le grand concave, l'oculaire convexe & l'intervalle Tq entre les deux images d'un objet éloigné étant donnés, on demande la distance du foyer & la place du petit concave, telle que le télescope grossisse l'objet en raison donnée de TC à ql & de tq à tc ; cette dernière raison étant aussi donnée, & prenant à sa place celle de n à i , prenez tT à Tq comme 1 à $nn-1$, & vous aurez tT ; prenez ensuite $tc : tT :: n : 1$, & vous aurez la position & la grandeur de tc . Car puisque les lignes inconnues tT , tc , tq sont en

proportion continue dans la raison donnée de 1 à n , nous aurons tT à tq , comme 1 à nn , & en divisant tT à Tq , comme 1 à $nn-1$.

34. On fait quelquefois les télescopes de cette espèce avec un petit miroir convexe à la place du concave. Si les distances de leurs foyers sont égales, & que le sommet du convexe soit placé en e où étoit le centre du concave, le télescope grossira en même raison qu'auparavant, mais il fera paroître les objets renversés, à moins qu'on ne les redresse par trois oculaires, comme dans le télescope dioptrique. Car un pinceau de rayons convergents du grand concave vers son foyer T , étant intercepté par le petit convexe en e , en sera réfléchi au même point q qu'auparavant, parce que le point t étant le principal foyer des deux petits miroirs, nous avons tT , te (ou te) & tq en proportion continue comme auparavant. Imaginez par le point S de la première image ST & par le centre e du petit convexe, une droite Seq qui termine l'image pq , formée par ce concave. De même par le centre c du petit convexe en e , & par le même point S , imaginez une ligne cSr qui terminera l'image qr , formée par ce convexe. Ces images pq , qr sont des deux côtés de l'axe, & ainsi l'objet paroît dans des positions contraires; mais elles sont égales, & ainsi l'objet est également grossi. Car nous avons $tq : te :: te : tT :: tq + te : te + tT$; c'est-à-dire $eq : eT :: eq : eT$; & les triangles neq , TeS étant semblables, aussi bien que qcr , TcS , nous avons $pq : ST :: eq : eT :: eq : eT :: qr : ST$; donc $pq = qr$.

On peut changer le petit concave en convexe.

Fig. 75.

35. On peut sur cela calculer la force d'un microscope double en cette manière. Lorsque l'objet paroît distinct, mesurez les distances LQ & LE , avec Eq , distance du foyer de l'oculaire; ensuite en retranchant Eq de EL , vous aurez Lq & le quotient de Lq par LQ . Ensuite en divisant la mesure de la moindre distance d'où l'on peut voir communément les petits objets qui est de 6 ou 8 pouces, par la mesure de la distance du foyer Eq , vous aurez un autre quotient, lequel étant multiplié par le premier exprime combien de fois le diamètre de l'objet est grossi, comme on le dit dans cet article. Car les triangles pLq , PLQ étant semblables; l'objet PQ est compris dans son image pq aussi souvent que LQ est contenu dans Lq . Mais la règle étant plus générale que cette démonstration, qui suppose que les rayons de chaque pinceau sortent parallèles de l'oculaire, ou que l'image pq tombe sur son foyer principal, je vais ajouter une autre démonstration.

Sur l'art. 127. Calcul de la force d'un microscope double.

Fig. 65.

36. Soit l'image pq qui tombe à une distance quelconque de l'oculaire AE ; soit EF la distance de son foyer. Du centre E avec le demi-diamètre EF , décrivez l'arc FG qui coupe l'axe PLA d'un pinceau oblique en G . Menez GE & sa parallèle AO , le rayon PLA sera rompu en AO . (art. 51.) Menez PR parallèle à AO ou à GE ; & supposant l'œil nud placé en quelque point n dans l'axe LQR prolongé, joignez Pn . Puisque l'angle PLQ ou FLG (art. 43) est fort petit, on peut prendre l'arc FG pour une ligne droite perpendiculaire à l'axe LE , & par conséquent les figures $LPQR$, $LGFE$ sont semblables. Nous avons donc $QR : QL :: FE : FL$. Donc $QR = \frac{QL \cdot FE}{FL}$; mais la grandeur apparente d'un objet vû en O est

Autre démonstration du double microscope.

Fig. 76.

à sa grandeur apparente vû en n , comme l'angle AOE ou PRQ est à l'an-

gle $P \Omega Q$, c'est-à-dire, comme $Q \Omega$ est à QR (art. 60), ou $\frac{QL}{F} \cdot \frac{FE}{L}$,

ou comme $Q \Omega \times FL : QL \times FE$ ou comme $\frac{Q \Omega}{FE} \times \frac{FL}{QL}$ à 1.

Aire visible.

37. On voit par là que la grandeur apparente de l'objet peut croître, soit en l'approchant davantage de l'objectif, ce qui rend son image plus grande, ou en regardant par un oculaire plus petit; mais il y a dans ce procédé deux limitations. La première est que l'ouverture de l'objectif doit être augmentée pour recevoir plus de lumière (art. 129), ce qui augmente l'imperfection de l'image (art. 81). La seconde est que l'aire visible de l'objet diminue, soit par l'augmentation de l'image, soit qu'on la voie par un oculaire plus petit & plus étroit. On parlera de la première limitation dans le livre suivant, & l'on pourra éloigner la seconde en cette manière.

Microscope
à deux ocu-
laires.

Fig. 77.

38. Lorsqu'on veut voir une grande partie de l'objet tout d'un coup, on interpose ordinairement un verre convexe AE fort large entre l'objectif L & l'image qu'il produit $p q$; car ce verre AE réduit l'image $p q$ à une autre plus courte ex terminée par la ligne $p E$ (art. 55), & alors les rayons qui sont divergents par rapport à cette image ex peuvent tous entrer dans un oculaire plus petit ee , & être rompus vers l'œil en o , soit en lignes parallèles ou divergentes comme ee . Lorsque tous ces verres sont placés aux intervalles qui leur conviennent, & que l'on trouve par expérience, on peut se procurer la vision distincte en altérant par degrés la distance LQ ; alors on mesurera toutes les distances LQ , LE , Ee , & les distances des foyers EF , ef des deux oculaires par l'art. 63, & en disant comme LF est à LE , ainsi LE est à Ll , on aura la ligne Ll ; si l'on en retranche Lf on aura fl ; & la grandeur apparente de l'objet vû par le microscope, sera à sa grandeur apparente vû par l'œil nud à la distance $Q \Omega$, comme $\frac{Q \Omega}{QL} \times \frac{FL}{FE} \times \frac{fl}{fe}$ est à 1. Car des centres E, e , avec les demi-diamètres FF, ef , décrivez les arcs FG, fg , & que l'axe $PLGA$ d'un pinceau oblique coupe FG en G : & joignant GE , le rayon LA sera premièrement rompu dans la ligne Al , parallèle à GE (art. 51), & par conséquent puisque les triangles LGE, LAI sont équiangles, nous aurons LF à LE (ou LG à LA) comme LE est à Ll . Si le rayon Al coupe l'arc fg en g , & l'oculaire ee en e , il sera rompu par la ligne ee , parallèle à ge ; & ainsi l'œil placé en o verra l'objet PQ sous l'angle aoe . Mais aoe ou feg est à l'angle flg comme fl est à fe (art. 60), & cet angle flg ou FEG est à FLG comme FL est à FE (art. 60), & enfin cet angle FLG ou PLQ est à $P \Omega Q$ comme $Q \Omega$ est à QL (art. 60); & en composant ces raisons, l'angle aoe est à $P \Omega Q$, comme $Q \Omega \times FL \times fl$ est à $QL \times FE \times fe$, ou comme $\frac{Q \Omega}{QL} \cdot \frac{FL}{FE} \cdot \frac{fl}{fe}$ est à 1.

Ce verre moyen n'est utile que pour voir une plus grande partie de l'objet tout à la fois; car plus on emploie de verres & plus on perd de lumière par les réflexions à leurs surfaces; & un oculaire simple grossit plus, & est plus distinct que deux.

CHAPITRE V.

Des idées qui nous viennent par la vue.

132. **P**Our rendre raison de plusieurs apparences dans la vision, il faut examiner de quelle manière les idées nous viennent par la vue. M. *Molineux* proposa cette question à M. *Locke* : si l'on donne la vue à un aveugle de naissance, pourra-t-il par la vue seule distinguer un globe d'un cube, qu'il distingue fort bien par le toucher ? Ces deux Philosophes ont prononcé pour la négative. (*Essai de Locke sur l'entendement humain*, l. 2, ch. 9.) Leur opinion a été confirmée par l'expérience de plusieurs aveugles de naissance à qui on a abattu la cataracte, & qui n'ont pas pu distinguer une chose d'une autre, quoique d'une figure & d'une grandeur différente. M. *Cheffelden* nous ayant donné un détail fort curieux de quelques observations faites par un jeune Gentilhomme à qui il avoit abatu la cataracte dans la troisième année de son âge ; je vais le joindre ici mot à mot. (*Transf. philos.* n°. 402).

Cas d'un
aveugle de
naissance.

133. Quoique ce Gentilhomme fut aveugle de naissance, comme tous ceux qui naissent avec la cataracte, ils ne sont pas pourtant tellement aveugles qu'ils ne puissent distinguer le jour de la nuit, & la plupart, dans une grande lumière, distinguent le noir, le blanc & le rouge ; mais il ne peuvent pas voir la figure des objets, parce que la lumière qui produit ces sensations tombant obliquement dans l'humeur aqueuse ou dans la surface antérieure du crystallin (par où les rayons ne peuvent pas se réunir en un foyer sur la rétine) ils ne peuvent pas plus distinguer les objets, qu'un œil sain au travers d'un verre très-grossier, où la grande variété des surfaces rompent la lumière si différemment, que les divers pinceaux des rayons ne peuvent se réunir dans leurs foyers ; & ainsi l'on ne sçauroit dans ce dernier cas discerner en aucune manière la figure d'un objet, quoiqu'on en distingue la couleur. Tel étoit le cas de ce jeune Gentilhomme qui distinguoit assez les couleurs en plein jour ; mais lorsqu'il les vit après qu'on lui

Rélation
des aveugles
de naissance
guéris par M.
Cheffelden.

eut abattu la cataracte, les idées foibles qu'il en avoit auparavant ne furent pas suffisantes pour les lui faire connoître alors, & ainsi il crut que ce n'étoient plus les mêmes couleurs qu'il avoit connu auparavant sous les mêmes noms. Il trouva que le rouge étoit la plus belle de toutes les couleurs; & parmi les autres, les plus gaies lui parurent les plus agréables; mais la première fois qu'il vit le noir il en fut effrayé; cependant peu de tems après il s'y accoutuma: au bout de quelques mois ayant vu par accident un negre; il fut saisi d'horreur à cet aspect.

La première fois qu'il jouit de la vue, il s'en falloit bien qu'il pût porter aucun jugement sur les distances; il croyoit que tous les objets touchoient ses yeux, comme auparavant tout ce qu'il touchoit étoit contigu à sa peau, ainsi qu'il s'exprimoit. Il croyoit qu'il n'y avoit point d'objets aussi agréables que ceux qui étoient polis & réguliers, quoiqu'il ne pût former aucun jugement sur leur figure, ni conjecturer ce qu'il y avoit dans ces objets qui lui faisoit plaisir. Il ne connoissoit aucune figure, & il ne pouvoit pas distinguer un corps d'un autre, quoiqu'ils fussent différents en figure ou en grandeur; mais lorsqu'on lui disoit quels étoient les objets dont il avoit auparavant connu la figure par le toucher, il se flâtoit de pouvoir les reconnoître une autre fois; cependant comme il avoit trop d'objets à apprendre, il en oublioit plusieurs, & comme il le disoit, il apprit au commencement à connoître, & il oublioit mille choses dans un jour. Je n'en donnerai qu'un exemple, quoique la chose paroisse peu considérable: ayant souvent oublié la différence entre le chat & le chien; il n'osa pas le demander; mais en prenant le chat (qu'il connoissoit par le toucher), on vit qu'il le regardoit fort attentivement; & ensuite le laissant, il dit le chat étoit ainsi fait, je le connoîtrai une autre fois. Il étoit fort surpris que les choses qui lui avoient paru les meilleures ne lui parussent pas les plus agréables aux yeux, s'attendant que les personnes qu'il avoit le plus aimé lui paroîtroient les plus belles; & que les choses qu'il avoit trouvé les plus agréables au toucher, le seroient aussi à la vue. Nous pensions qu'il connût bientôt ce que représentoient les peintures qu'on lui montroit, mais nous vîmes dans la suite
que

que nous nous étions trompés ; car environ deux mois après qu'on lui eut abattu la cataracte , il découvrit tout à coup qu'elles représentoient des corps solides. Jusqu'alors il les avoit regardées uniquement comme des plans colorés en parties , ou comme des surfaces diversifiées par différentes couleurs ; mais alors il ne fut pas moins surpris de voir que ces peintures n'étoient pas sensibles comme les choses qu'elles représentoient, & il fut encore plus étonné lorsqu'il vit que les parties qui par le mélange de l'ombre & de la lumière lui paroissoient rondes & inégales , étoient cependant au toucher aussi planes que les autres , & il demanda quel étoit le vrai sens , celui du toucher ou de la vue. Ayant vu le portrait de son pere en miniature sur la montre de sa mere , il voulut sçavoir ce que c'étoit ; il reconnut la ressemblance ; mais il en fut étrangement surpris , ne pouvant pas comprendre comment une grande face pouvoit être exprimée dans un espace aussi petit , disant que cela lui paroissoit aussi impossible que de faire entrer un tonneau de quelque liqueur dans une pinte.

Au commencement il ne pouvoit supporter que peu de lumière , & ce qu'il voyoit lui paroissoit extrêmement grand ; mais en voyant des objets plus grands , il conçut que les premiers qu'il avoit vûs étoient moindres , n'étant pas capable d'imaginer une ligne au delà des limites de ce qu'il voyoit. Il sçavoit , disoit-il , que la chambre où il étoit n'étoit qu'une partie de la maison , cependant il ne pouvoit pas concevoir que toute la maison dût lui paroître plus grande. Avant qu'on lui eût abattu la cataracte , il croyoit que la vue ne lui procureroit pas un avantage assez considérable pour entreprendre cette opération , excepté qu'elle lui donneroit le moyen de lire & d'écrire ; car il croyoit qu'il n'auroit pas plus de plaisir à se promener dehors que dans le jardin où il pouvoit le faire commodément & aisément ; & il observoit qu'étant aveugle on avoit l'avantage de pouvoir aller par-tout pendant la nuit , ce que ne pouvoient pas faire ceux qui jouissoient de la vue. Après qu'il eut été guéri il ne perdit pas sitôt cet avantage , & il n'avoit pas besoin de lumière pour marcher dans sa maison pendant la nuit. Il disoit que chaque nouvel objet étoit un nouveau plaisir pour lui ; & que ce plaisir étoit si grand , qu'il

ne pouvoit pas l'exprimer ; mais il ne pouvoit pas cacher sa reconnoissance pour son Opérateur. Pendant quelque tems il ne pouvoit pas le voir sans verser des larmes de joie , & sans lui donner d'autres marques d'affection ; & lorsqu'il manquoit de venir au tems où il étoit attendu , le jeune homme en étoit si fâché qu'il ne pouvoit s'empêcher de s'en plaindre. Un an après sa guérison il fut conduit à la ville d'*Epsom* d'où il découvrit une vaste campagne qui lui fit un grand plaisir , & il dit que c'étoit là une nouvelle maniere de voir. Peu de tems après qu'on lui eut abattu la cataracte à l'autre œil , il dit que les objets lui parurent d'abord grands à cet œil , mais non pas aussi grands qu'ils lui avoient paru au commencement à l'autre œil. En regardant le même objet des deux yeux , il lui paroissoit double de ce qu'il lui avoit paru d'un seul œil , mais l'objet ne lui parut pas répété , autant que nous pûmes en juger.

Quelques additions à cette Relation.

134. M. *Cheffelden* ajoute dans un autre écrit qu'il a fait imprimer , qu'il a donné la vue à plusieurs autres qui ne se souvenoient pas d'avoir jamais vu , & qu'ils rendoient tous le même compte de la manière dont ils avoient appris à voir , ainsi qu'ils s'exprimoient ; quoiqu'ils n'entraissent pas dans un si grand détail que ce jeune Gentilhomme , & que ce qui leur étoit commun à tous , c'est que n'ayant jamais eu occasion de mouvoir leurs yeux , ils ne sçavoient comment s'y prendre , & qu'au commencement ils ne pouvoient du tout point les diriger à un objet particulier , mais avec le tems cette facilité leur vint quoique fort lentement & par degrés.

Par quelles démarches régulières ils ont pu apprendre à connoître les objets.

135. Considérons maintenant par quelles démarches régulières & par quelles observations un homme qui est dans ce cas peut apprendre à connoître le lieu , la grandeur , la figure & la distance des objets. Puisqu'il ne peut pas diriger son œil pour voir aucun objet en particulier (art. 134) , dont il connoit le lieu par le toucher ; il faut supposer au commencement son œil en repos , & lorsqu'il aura appris à connoître sa main ou le bout de ses doigts , supposons qu'il la fasse mouvoir doucement en haut & en bas ; durant ce mouvement il ne pourra s'empêcher d'appercevoir quelque espece d'altération dans l'apparence visible qui sera occasionnée par le mouvement correspondant de la peinture de son doigt sur différentes parties de la

rétine. Ensuite observant avec soin & se ressouvenant de l'espece de sensation qu'il avoit eue lorsque son doigt étoit dans un lieu particulier, par exemple, au dessus de son œil; toutes les fois qu'une sensation semblable sera de nouveau excitée dans son ame par une autre peinture du même objet ou d'un autre objet qui tombera sur le même endroit de la rétine, il conclura que cet objet dont il ne connoit pas la place est au dessus de son œil, & dans l'endroit où il avoit auparavant tenu son doigt. Par de semblables observations faites avec sa main & souvent répétées, il peut connoître par la vue, le mouvement d'un corps & la direction de ce mouvement par rapport à son propre corps, & par conséquent connoître l'étendue & la situation de l'étendue, & par conséquent aussi la figure des corps, qui n'est composée que de différentes étendues placées différemment. Il peut la connoître en faisant mouvoir son doigt tout autour des extrémités des corps, & observant les différentes inclinaisons de son mouvement visible, ou en se promenant tout autour de sa chambre; & en général en comparant les idées que la vue & le toucher fournissent à son esprit. En observant que l'apparence du même corps varie continuellement pendant que l'œil s'en approche ou s'en éloigne, il apprendra par cette variété de grandeur apparente à connoître les distances des objets à son œil & entr'eux. Enfin comme il ne peut pas s'empêcher d'appercevoir plus distinctement les objets qui sont les plus proches de l'axe de l'œil prolongé, & plus confusément ceux qui en sont éloignés, comme il arrive aux autres hommes; lorsqu'il verra qu'un objet qu'il avoit apperçu distinctement devient tout à coup confus par un mouvement accidentel de sa tête ou de son œil; la mémoire de cette perception plus distincte qu'il vient de perdre l'engagera à travailler pour la recouvrer par un mouvement volontaire de sa tête ou de son œil, jusqu'à ce que par des expériences fréquentes il ait appris à diriger son œil vers l'objet requis. On voit par là que nos perceptions des objets par la vue ne consistent qu'en ceci. Par la mémoire des premières perceptions des objets par la vue & par les autres sens comparés ensemble, nous concluons dans un instant que l'objet que nous n'appercevons que par la vue, affecteroit nos autres sens de telle manière par l'expérience

que nous en avons faite auparavant. Je dis dans un instant, ce qui ne doit pas nous surprendre si nous considérons avec quelle rapidité les caractères ou les sons des paroles, dont nous pouvions à peine nous rappeler le son au commencement, excitent dans nos esprits les idées des choses qu'ils signifient constamment; tant est grande la force des habitudes qui lient ensemble nos idées; & ainsi l'on voit que la manière dont les objets parviennent à notre esprit par les sensations de la lumière & des couleurs, est la même que celle des langues & des signes, qui ne nous donnent pas lieu de croire que leurs objets soient signifiés par aucune ressemblance ou identité de nature, mais seulement par une connexion habituelle que l'expérience constante nous a fait observer entr'eux. (*Voyez l'Essai de Berkeley sur la vision.*)

Effet de la
peinture ren-
versée sur la
rétine.

136. Si c'est la mémoire des mêmes sensations excitées dans les mêmes endroits, quoiqu'inconnus de la rétine, qui occasionne le même jugement du lieu d'un objet (ce qui sera mieux confirmé dans les articles suivants), les peintures renversées sur la rétine serviront autant à exciter les mêmes idées que si elles avoient été constamment droites ou obliques. Il faut seulement que l'objet & la peinture changent de place en même-tems par une règle constante quelconque. Par exemple, si un homme avoit eu en naissant un œil où les peintures des objets fussent droites, il auroit appris à juger, à connoître les objets & en parler tout comme les autres hommes; & qui peut sçavoir avec certitude si son œil n'est pas différent de ceux des autres hommes?

Quand est-ce
que la vision
des deux yeux
est simple ou
double.

137. L'axe de l'œil est une ligne menée par le milieu de la prunelle & du crySTALLIN, & qui tombe par conséquent sur le milieu de la rétine; & les axes des deux yeux prolongés se nomment les axes optiques. Lorsque les axes optiques sont parallèles ou se rencontrent en un point, les deux milieux des rétines ou deux autres points quelconques également éloignés des milieux & du même côté à droite ou à gauche, en haut ou en bas, ou dans une direction oblique, se nomment points correspondants. Or on trouve par expérience qu'un objet ou un point d'un objet paroît simple, lorsque ses peintures tombent sur les points correspondants des rétines,

& double, lorsqu'elles n'y tombent pas. Car lorsque nous regardons un objet fixément, nous prenons l'habitude de diriger les axes optiques au point que nous considérons; parce que les peintures tombant au milieu de chaque rétine sont alors plus distinctes que si elles tomboient en tout autre point; & comme les peintures de tout l'objet sont égales ensemble & toutes deux renversées par rapport aux axes optiques, il s'ensuit que les images de tous les points collatéraux de l'objet sont peintes sur les points correspondants des rétines. Cette habitude de diriger les axes optiques au point de vûe est si forte qu'il est difficile de faire autrement; tellement que lorsqu'un œil est fermé & l'autre en mouvement, on sent en appliquant les doigts sur la paupière, que l'œil fermé suit toujours les mouvements de l'œil ouvert. Mais si en pressant ou en abaissant un œil avec le doigt, on fait ensorte que les axes optiques ne soient pas dirigés au même point; l'objet dans ce cas paroîtra double: & alors il est clair que les images ne sont pas peintes sur des endroits correspondants des rétines. Par la même raison, si les axes optiques NM , OM étant dirigés vers une marque M , nous sommes attentifs à un objet ou image q , placée quelque part au-dedans de l'angle NMO ou de son opposé formé par les axes optiques prolongés, l'objet q paroîtra en deux endroits a & b dans les directions des rayons visuels Nq , Oq (art. 101). Car les peintures de l'objet q qui est entre les axes optiques, étant toutes deux renversées par rapport aux axes, doivent tomber sur les rétines en des côtés opposés des axes, & par conséquent sur des endroits qui ne sont pas correspondants. Et c'est là la raison de cette double apparence. Car cette situation des peintures n'arrive jamais dans l'usage ordinaire & constant de nos yeux, excepté pour deux objets A & B placés à des côtés opposés de la marque M . Chacun de ces objets étant du même côté des deux axes doit avoir ses peintures sur les points correspondants des rétines & par conséquent paroître simple. Ajoutez à cela que d'un seul coup d'œil communément nous ne regardons point d'autre objet que ceux qui sont tout autour de la marque M , à égales distances des yeux à peu-près, & non pas ceux qui sont dans la longueur

Fig. 78.

Fig. 79.

de la ligne qui vient de notre œil. Parce que ces objets étant placés à différentes distances de l'œil, ne sçauroient être vus distinctement tout à la fois; étant nécessaire pour cela de changer, tant les distances du point de concours des axes optiques, que la configuration de l'œil; afin que les peintures formées par les rayons qui viennent de différentes distances, puissent être distinctes successivement. De même si l'image q d'un objet Q se forme en quelque endroit derrière les yeux, soit par des rayons rompus ou réfléchis; & que le verre AB soit assez large pour porter les rayons dans les deux yeux; l'objet Q paroîtra toujours double. Car pour nous procurer la vision distincte, nous sommes accoutumés à diriger les axes optiques au même point M qui est en devant. Mais les rayons visuels ANq , BOq par où nous voyons l'objet, tendent à se réunir en q derrière les yeux, & par conséquent ils doivent tomber en C & D sur l'intérieur de leurs axes, qui ne sont pas des points correspondants. Je trouve par expérience que la distance apparente entre les deux lieux apparents de l'objet, est à fort peu près proportionnelle à la somme des arcs CE , DF sur les rétines, ou à la somme des angles aNM , bOM formés par chacun des axes optiques avec son rayon visuel, pourvu que les arcs soient tous deux en dedans ou tous deux en dehors des axes optiques: mais si l'un est en dedans & l'autre en dehors, la distance apparente des lieux apparents de l'objet se mesurera par la différence de ces arcs. Car quoique j'aie supposé jusqu'ici que l'objet étoit en dedans des angles formés par les axes optiques, afin de rendre plus sensible l'effet de la double apparence, elle sera pourtant toujours double, quoique l'objet soit placé dans l'un des deux axes ou en dehors des deux, soit plus près ou plus proche que leur point de concours. Je trouve aussi que dans toutes les situations, l'intervalle apparent entre les deux lieux apparents, continuera d'être le même pendant que les yeux rouleront tout autour, en sorte qu'ils regardent toujours des objets placés à peu-près à égales distances; & que chaque image a ou b paroîtra vis-à-vis du même objet A ou B lorsque les deux yeux seront ouverts, comme elle paroît lorsque l'autre œil est fermé. Je trouve encore que si l'objet ou son image q

Fig. 78.

formée par le verre est entre les yeux & la marque où nous visons, l'œil gauche voit l'image qui paroît à main droite, & l'œil droit celle qui paroît à gauche; ce qui paroît évidemment si l'on ouvre & si l'on ferme les yeux tour-à-tour. Mais si l'objet ou son image est en delà de la marque ou derrière les yeux, l'œil droit verra l'image qui paroît à droite, & l'œil gauche celle qui paroît à gauche. Delà il suit évidemment que les deux lieux apparents *a* & *b* de l'objet *q* ne sont ni l'un ni l'autre les mêmes que leur lieu réel, & qu'ils sont entre ce lieu réel & la marque où nous visons, mais peu éloignés du lieu réel. On voit aussi une double apparence lorsqu'on place l'extrémité d'une règle entre les sourcils contre le front, & qu'on l'étend directement en avant avec ses deux côtés plats à droite & à gauche; car si l'on dirige l'œil à un objet éloigné, le côté droit de la règle vû par l'œil droit, paroîtra à main gauche & le côté gauche à main droite, comme on le voit dans la figure 80, où PQ représente la règle, *pq* & *•x* ses images vûes respectivement par les yeux N, O.

Fig. 79.

Fig. 80.

Si l'on demande maintenant d'où vient qu'en voyant des deux yeux nous ne voyons pas toujours double, en conséquence de la double sensation; je crois qu'il suffit de dire que dans l'usage ordinaire de nos yeux, où les images d'un objet sont peintes constamment sur des points correspondants des rétines, le sens prédominant du toucher nous a informés originairement & constamment que l'objet est simple. Par ce moyen notre idée de son lieu extérieur est liée avec ces deux sensations, comme il est évident par son apparence en deux endroits lorsque ses images ne sont pas peintes sur les endroits correspondants des rétines dans les circonstances extraordinaires dont on a parlé ci-devant; ce qui est la seule conséquence directe que nous pouvons tirer de notre habitude générale de vision. Outre cela, toute réponse qui satisfait à cette question, doit être bonne également, selon les règles de la philosophie, pour satisfaire à toutes les autres de la même espèce: par exemple, d'où vient qu'en entendant des deux oreilles nous n'entendons pas double; qu'en touchant des deux pieds, des deux mains ou de deux doigts, nous ne

touchons pas double ; comme nous le faisons réellement dans l'obscurité , lorsque nous pressons un bouton avec les deux côtés opposés de deux doigts contigus que nous tenons croisés ; c'est par la raison que l'on ne s'est jamais servi de ces côtés opposés des deux doigts pour toucher une seule chose , mais toujours pour en toucher deux dans le même tems. Nous avons donc appris par l'expérience des deux sens comparés à faire accorder leurs rapports & les idées qu'ils nous donnent. Mr. *Cheffelden* fait mention d'un Gentilhomme qui ayant eu l'un de ses yeux dérangé par un coup qu'il reçut à la tête , vit tous les objets doubles ; mais que peu à peu ceux qui lui étoient plus familiers lui parurent simples , & qu'à la fin tous les objets lui parurent aussi simples , quoique le dérangement de l'œil fut toujours le même (*Anatomie p. 324 3^e édition*) ce qui appuie extrêmement notre principe , que le jugement que nous portons du nombre & du lieu des objets extérieurs est totalement l'effet de l'expérience , par laquelle nos idées de leur nombre & de leurs situations sont constamment liées avec certaines sensations dans les lieux correspondants des rétines : tellement que si un animal avoit cent yeux , chaque objet lui paroîtroit simple par l'usage ordinaire & constant de ses yeux & centuple dans les cas extraordinaires , tels que ceux dont nous avons parlé.

Comment
on perçoit la
distance appa-
rente d'un ob-
jet.

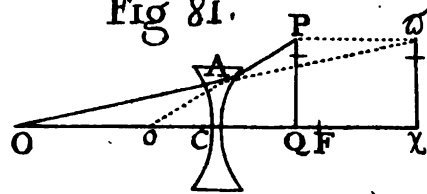
138. La distance apparente d'un objet que l'on perçoit par la vue , est l'idée de la distance réelle que l'on a coutume de mesurer par le toucher , comme par le mouvement du corps en marchant , ou autrement ; & elle se réveille dans notre ame par la grandeur apparente de l'objet que nous voyons , si nous le voyons seul (comme un oiseau dans l'air ou un objet dans le télescope ou dans le microscope) ; mais si on le voit avec d'autres objets , comme il arrive ordinairement , l'idée de sa distance nous vient tant de sa grandeur apparente que de celle des autres objets qui s'étendent obliquement entre l'œil & l'objet que nous voyons ; telle que la surface du terrain , des rivières , des promenades , des grands chemins , des champs , des fossés , ou des maisons dans une rue , des murailles & du plancher dans une chambre , ou du ciel sur notre tête. Car qu'est-ce que la grandeur ou l'étendue
apparente

apparente d'un objet, si ce n'est la distance apparente de ses extrémités entr'elles ? Et qu'est-ce que la distance apparente entre deux objets dans une situation quelconque, ou entre l'objet & le spectateur, sinon l'étendue apparente des objets intermédiaires ? Et comme on les voit rarement seuls, excepté à travers les verres, on ne peut pas douter que nous n'estimions leurs distances mutuelles & par rapport à nous par les idées que nous avons de la grandeur des objets intermédiaires. Tout le monde sçait que les géomètres, les canoniers, les voyageurs & tous les ouvriers qui sont accoutumés à mesurer les distances, sont plus capables d'estimer à l'œil les vraies distances, que ceux qui n'ont pas autant d'expérience. Quelquefois à la vérité sans faire attention à ces surfaces obliques, nous nous appercevons de l'approche d'un corps par l'augmentation de sa grandeur apparente & au contraire. Et quelquefois nous nous appercevons aussi lorsqu'il est en repos, pourvu qu'il nous soit connu & familier. Car nous distinguons les corps principalement par leurs figures & leurs couleurs, & nous les regardons comme petits ou grands, non pas en les comparant avec les corps d'une autre espèce, mais en les comparant ensemble ; & ayant trouvé par expérience que certaines quantités de grandeur apparente d'un corps connu sont constamment accompagnées de certaines quantités de distance ; la sensation de la grandeur du corps excite d'abord l'idée ordinaire de sa distance ; ce qui est aussi évident dans les surfaces obliques que dans celles qui sont perpendiculaires à l'œil. Car les idées des distances variables doivent être excitées ou médiatement ou immédiatement dans notre ame par de certaines sensations variables, produites par certaines variations dans les peintures sur la rétine. Mais pendant que la distance de l'objet varie, rien ne varie dans la peinture que sa grandeur ; la figure, la couleur, la clarté (art. 93) & la distinction ne reçoivent dans la plupart des cas aucune variation sensible : & tout le monde sçait que pour qu'une idée en excite une autre, il suffit qu'on les ait constamment observées marcher ensemble, comme dans le langage & dans une infinité d'autres choses. Enfin j'ai trouvé, par un grand nombre d'expériences que j'ai faites avec toutes sortes de verres,

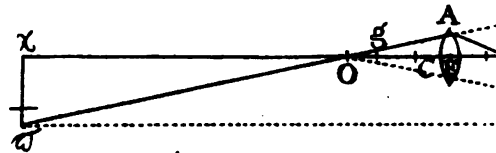
qu'en faisant croître la grandeur apparente d'un objet, par le mouvement du verre, de l'œil ou de l'objet, il m'a paru toujours s'approcher, & qu'en la diminuant il m'a paru toujours s'éloigner, excepté un ou deux cas particuliers dont nous parlerons dans la suite. Il me paroît que ces expériences résolvent parfaitement la question. Car en regardant au travers des verres seulement d'un œil & un seul objet, lorsqu'on ne voit rien dans l'espace interpolé, comment se peut-il faire que les différentes grandeurs apparentes de l'objet nous donnent les idées des différentes quantités de cet espace invisible, selon une certaine règle que nous donnerons dans la suite, si ces idées n'ont pas été communément jointes ensemble avant que de regarder dans les verres ? Je trouve aussi qu'en altérant les degrés de la clarté apparente & de la distinction d'un objet, soit en le regardant par de petits trous, ou par des lentilles de différentes figures placées fort proche de l'œil, ou par les deux ensemble, la grandeur apparente (art. 109, 117) ni la distance apparente ne changent pas sensiblement. La raison en est que nous n'avons eu aucune expérience dans cette vision confuse à l'œil nud, & par conséquent quoiqu'on apperçoive clairement les différents degrés de confusion & de distinction dans les verres, il en est d'eux comme des mots d'une langue inconnue, leur signification de distance ou de toute autre chose nous est totalement inconnue. On peut dire la même chose des degrés de clarté & d'obscurité. Pendant le jour les objets nous paroissent également clairs dans toutes les distances médiocres de l'œil (art. 93), & nous retenons les mêmes idées de leurs distances pendant la nuit, lorsque nous les voyons plus obscurément. Les couleurs permanentes & les ombres des corps servent principalement à distinguer leurs figures apparentes ; & leurs couleurs & figures sont les distinctions manifestes de leurs différentes espèces, mais lorsqu'elles sont permanentes, elles ne distinguent pas leurs distances apparentes de l'œil. Lorsque l'œil est arrêté & qu'une ligne fixe s'étend de l'œil à l'objet, la divergence des rayons qui viennent des différents points de cette ligne ne sçauroit se distinguer ni s'apercevoir par les sens d'un homme qui voit distinctement. C'est une conclusion raisonnable que nous tirons



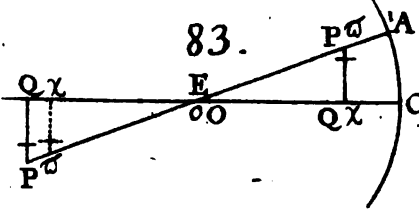
Fig 81.



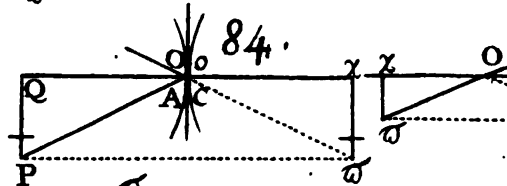
82.



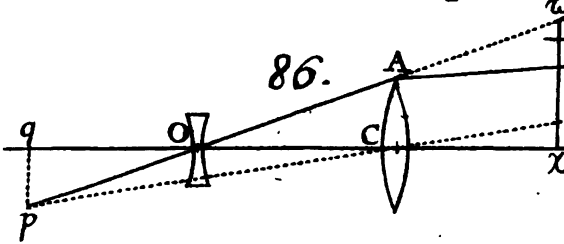
83.



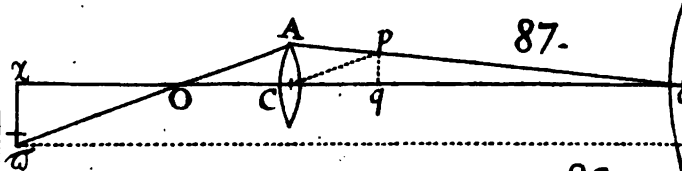
84.



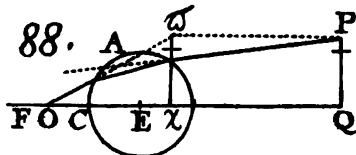
86.



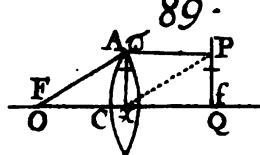
87.



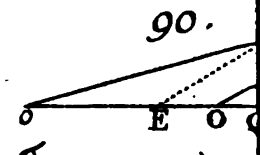
88.



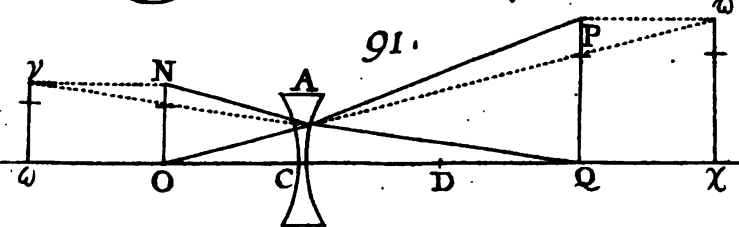
89.



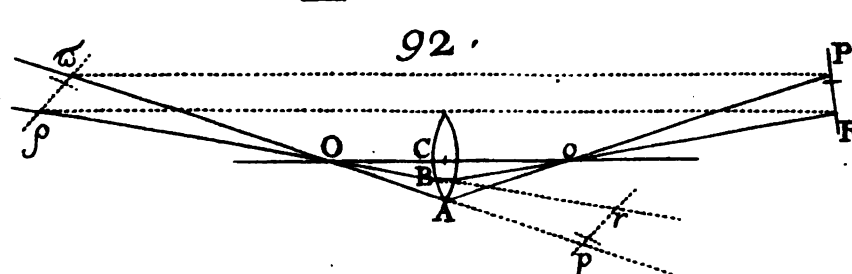
90.



91.



92.



du
ger
ign
ph
de
di
di
d
d
c

du sentiment, & qui nous apprend que les rayons sont divergents de chaque point d'un objet. La plupart des hommes ignorent totalement cette conclusion, & les anciens Philosophes qui croyoient qu'il sortoit de nos yeux quelque chose de semblable aux rayons qui alloit vers l'objet, pouvoient distinguer les distances aussi bien que nous. Par conséquent la divergence des rayons dans les points qui sont à différentes distances n'est pas ce qui introduit dans notre ame les idées des distances. Il est vrai que quelquefois il y a des degrés de distinction & de confusion qui viennent en conséquence des distances, mais nous n'appercevons pas, comme j'ai dit ci-devant, leurs relations aux distances. Outre cela dans la vision au travers des verres, nous avons des idées d'autant de différents degrés de distance, tant lorsque les rayons viennent convergents vers certains points derrière l'œil, que lorsqu'ils viennent divergents de certains points en devant de l'œil, comme on le verra dans la suite. La divergence des rayons par rapport au lieu d'un objet, n'est donc pas la cause qui nous le fait paroître dans ce lieu. C'est aussi un fait dans la peinture & dans la perspective, que nos idées sensibles du lieu des objets dans la peinture sont tout-à-fait différentes des idées raisonnables que nous avons des endroits d'où les rayons sont divergents : & la différence de ces idées vient des différentes grandeurs apparentes des objets représentés dans la peinture. Il est aussi évident que nos idées sensibles de la situation des parties éloignées d'une longue allée ou galerie, des nuages qui sont sur nos têtes, & de tous les corps célestes, sont tout-à-fait différentes des idées raisonnables que nous avons des endroits d'où les rayons sont divergents, comme on le verra mieux dans la suite. L'idée de la distance ne nous vient pas non plus de la grandeur des angles d'un triangle formé par les axes optiques & par l'intervalle entre les deux yeux. Car ces angles varient tous en détournant la tête lorsque nous regardons un objet, jusqu'à ce qu'à la fin nous le voyons à la même distance d'un seul œil aussi bien qu'avec les deux yeux. Ce qui fait voir aussi que l'apparence foible & confuse des objets collatéraux n'altère pas les idées que nous avons de leurs distances. L'idée de la distance ne vient pas aussi

du sentiment que nous avons des changements qui se font dans nos yeux en augmentant ou resserrant l'intervalle entre les prunelles, lorsque nous les dirigeons à différents points. Car on apperçoit communément le lieu d'un objet en le voyant de côté, avant que de diriger les yeux pour le voir plus distinctement. Il suit de tout cela que les idées des distances sont excitées dans notre ame par les idées de la grandeur des objets.

Détermination de la distance apparente dans les verres,

Fig. 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87.

139. Delà il suit qu'un objet vû par réfraction ou par réflexion, paroît à la même distance de l'œil, qu'il paroît ordinairement à l'œil nud, lorsqu'il a la même grandeur apparente que dans les verres. Pour déterminer cette distance dans tous les cas, j'imagine un rayon OA qui part de l'œil en O & qui après sa dernière réflexion ou réfraction a pour foyer le point o dans l'axe commun OCQ de toutes les surfaces; s'il rencontre en P un objet PQ perpendiculaire à OQ ; & si l'on mène une ligne $P\alpha$ parallèle à l'axe OQ & qui rencontre le rayon prolongé, en α ; je dis qu'en supposant que l'objet PQ soit porté au lieu αx , & qu'il y soit vû par l'œil nud; comme il y paroîtra sous le même angle $\alpha O x$ ou AOC sous lequel il paroît dans les verres, lorsqu'il est en PQ , il paroîtra aussi de la même grandeur, & par conséquent à la même distance de l'œil dans l'un & l'autre cas. (art. 138) Par conséquent si un objet étant placé en αx , sa distance apparente à l'œil nud est représentée par sa distance réelle Ox , la même distance Ox représentera sa distance apparente dans le verre, lorsqu'il étoit en PQ . J'appellerai donc Ox la distance apparente de l'objet PQ & αx sa grandeur apparente. Lorsque le point P & le rayon OA par lequel on le voit sont de différents côtés de l'axe OQ , le point α & la ligne αx sont derrière l'œil, & par conséquent on doit les voir renversés à l'œil nud. Mais si l'on aime mieux que αx soit toujours devant l'œil, il faut en ce cas renverser l'objet PQ & le faire ensuite glisser le long de l'axe; alors son extrémité P touchera le rayon visuel OA prolongé à la même distance qu'auparavant; parce que les angles opposés AOC , $\alpha O x$ seront égaux.

140. Donc pendant que l'œil, l'objet ou les verres sont

en mouvement, la distance apparente de l'objet croît en même proportion que sa grandeur apparente décroît & au contraire. Car la même distance apparente du même objet vû en πx par l'œil nud varie en cette proportion de la même grandeur apparente. (art. 99.)

Elle varie réciproquement comme la grandeur apparente varie.

141. Donc aussi la distance apparente Ox d'un objet PQ , vû par les verres, est à sa distance apparente OQ , vû par l'œil nud, comme sa grandeur apparente à l'œil nud est à sa grandeur apparente dans les verres. Car en imaginant OP , puisque PQ & πx sont égales, la première distance Ox , est à la seconde OQ , comme le dernier angle POQ est au premier πOx (art. 60). La raison des grandeurs vraie & apparente des objets étant déterminée pour la plupart des cas dans le chap. précédent, leurs distances apparentes sont aussi déterminées par cette règle. Mais comme ce sujet de la distance apparente n'a été traité jusqu'à présent que fort imparfaitement par tous ceux qui ont écrit sur l'Optique, plusieurs Lecteurs seront bien aises de le voir ici un peu plus au long. Je vais donc déduire tous les cas de la distance apparente immédiatement de sa définition (art. 139) sans le secours de ces premières démonstrations.

Distances vraies & apparentes comparées en général.

142. Les distances vraie & apparente OQ & Ox sont égales

1°. Lorsque l'objet touche une lentille mince, ou une surface simple; car alors les points P, A, π se confondent. 2°. Lorsque l'œil touche une lentille mince ou une surface réfléchissante; car lorsque les points O, A, C , se confondent dans une lentille, le rayon visuel passe à fort peu près par son milieu, & par conséquent ses parties incidentes & émergentes prolongées sont à fort peu près parallèles & coïncidentes (art. 42) & ainsi les points P, π coïncident presque: & lorsque les points O, A, C se confondent dans une surface réfléchissante, les rayons incidents & réfléchis prolongés, forment des angles égaux avec la perpendiculaire QCx & ainsi les triangles $PCQ, \pi Cx$ sont égaux. 3°. Lorsque l'œil est au centre d'un concave de réflexion. Car alors les rayons incidents & réfléchis, & par conséquent πx & PQ se confondent. 4°. Lorsqu'un rayon PO venant directement à l'œil, fait un angle POQ égal à AOC ou πOx . Car alors les triangles $POQ, \pi Ox$ sont égaux. Cela

Cas où elles sont égales.

Fig. 84.

Fig. 83.

Fig. 82.

Fig. 85.

arrive dans un concave de réflexion lorsque l'objet est fort proche de son centre. Car prolongeant l'objet PQ jusqu'à ce qu'il coupe le rayon réfléchi en p , puisque les angles POQ , $\angle O$ ou pOQ sont supposés égaux, les lignes PQ , pQ seront aussi égales, & par conséquent la ligne QA coupera à fort peu près en deux également l'angle PAp , lorsque A est fort proche de C , (art. 59) comme le feroit une ligne menée du centre E (art. 8), & ainsi les points Q, E seront presque coïncidents.

Les distances
vraie & appa-
rente compa-
rées dans les
téléscopes &
microscopes.

Fig. 86.

143. La distance apparente d'un objet vû dans un télescope ou dans un microscope est à sa distance apparente par l'œil nud, comme sa grandeur apparente à l'œil nud est à sa grandeur apparente dans le télescope ou microscope. Car si AC est l'objectif & que l'œil touche l'oculaire en O , le rayon visuel AO le traversera presque en ligne droite (art. 42), & ainsi la grandeur apparente & la distance apparente de l'objet seront les mêmes qu'il n'y avoit point d'oculaire; & comme, lorsque la vision est distincte, les rayons dans chaque pinceau sortent parallèles de l'oculaire, la grandeur apparente & par conséquent la distance apparente resteront les mêmes qu'auparavant lorsque l'œil reculera. (art. 107). Par conséquent la distance apparente dans un télescope est à la distance apparente à l'œil, comme la distance du foyer de l'oculaire est à la distance du foyer de l'objectif; par les art. 120 & 141. Ce qui peut encore se démontrer ainsi indépendamment de l'art. 120. Soit pq l'image d'un objet éloigné, terminée par la ligne PCp , en sorte que qC & qO soient les distances des foyers de l'objectif & de l'oculaire; supposant ensuite l'objet vû par l'œil nud en C , puisque les angles $\angle O$, PCQ ont des soutendantes égales $\angle x$ & PQ , la distance apparente Ox , dans le télescope, est à la distance apparente CQ à l'œil nud en C , comme le dernier angle PCQ est au premier $\angle O$ (art. 60) ou comme l'angle opposé pCq est à l'angle opposé pOq , ou parce que pq est leur soutendante commune, comme la distance au foyer qO est à la première qC . (art. 60).

Fig. 87.

On prouvera la même proportion lorsque AC représente l'oculaire d'un télescope ou microscope & que l'objectif est placé

en o , foyer conjugué de O . Car soit pq l'image de l'objet éloigné PQ terminée par la ligne $P o A$ & lorsque $q o$ & $q C$ sont les distances des foyers des verres en o & C , le rayon AO est parallèle à pC (art. 50). Or la distance apparente Ox est à la distance apparente oQ vûe par l'œil nud en o , comme le dernier angle $P o Q$ est au premier $\pi O x$, ou comme l'angle opposé $p o q$ est à l'angle opposé $A O C$ ou son égal $p C q$, ou comme la dernière distance $q C$ est à la première $q o$.

144. Un objet vû dans un verre paroîtra derrière le verre, ou dans le verre ou par devant, selon que πx ou PQ , grandeur réelle de l'objet est plus grande, égale ou plus petite que la partie AC du verre où il paroît. Car puisque πx & AC soutendent le même angle ou des angles égaux dans l'œil, Ox distance apparente sera plus grande, égale ou plus petite que OC , selon que πx ou PQ sera plus grand, égal ou plus petit que AC . De là il suit qu'un objet paroît toujours derrière une surface ou un verre qui ne peut pas rendre parallèles les rayons qui sont divergents de l'œil. Car alors PQ ou πx est toujours plus grand que AC . La règle est vraie dans un globe ou dans un nombre quelconque de surfaces, en prenant A pour le concours des parties incidentes & émergentes du rayon visuel prolongé & une perpendiculaire de A sur l'axe pour l'ouverture du verre simple.

Comparaison
des distances
apparentes de
l'objet & du
verre.

145. On voit par la ressemblance constante dans les figures des triangles $A \pi P$, $A O o$ que la raison de $A \pi$ à AP , c'est-à-dire des distances du verre aux objets apparent & réel, est la même que celle de AO à AO ou des distances du verre à l'œil & à son foyer conjugué. Par conséquent dans les réfractions par une surface plane cette raison est la même que celle du sinus d'incidence au sinus de réfraction (art. 31) d'un rayon qui vient de l'objet à l'œil; laquelle dans les réfractions de l'eau dans l'air est celle de 3 à 4, & dans les réflexions sur un plan est une raison d'égalité.

Comparaison
des distances
du verre aux
objets réel &
apparent.

146. Donc dans ces deux cas l'objet paroît dans le lieu de son image; non pas parce que les rayons sont divergents de cet endroit à l'œil, ce que les sens n'aperçoivent pas; mais parce que l'objet est égal à l'image, & que par conséquent sa distance & sa grandeur apparente sont les mêmes que s'il étoit à la

Quelquefois
un objet pa-
roît dans le
lieu de son
image.

place de l'image vû par l'œil nud. Mais si l'on met un objet à la place de son image moindre qu'il n'est, il paroîtra plus grand (art. 105), & par conséquent plus proche de l'œil nud que dans le verre (art. 138); c'est-à-dire, que l'objet dans le verre paroîtra plus éloigné que le lieu de son image, & au contraire. En général, la distance apparente d'un objet, est à la distance réelle de sa dernière image, comme la grandeur réelle de l'objet est à la grandeur réelle de cette image, parce que l'objet apparent \propto & la dernière image, soutendent le même angle. à l'œil.

Comment
la distance ap-
parente varie
pendant que
le verre &
l'œil étant
fixes l'objet
se meut.

147. Pendant que le verre & l'œil sont fixes & que l'objet s'éloigne peu à peu du verre, on peut supposer que les lignes OA , Ao sont fixes & que seulement la parallèle $P\propto$ se meut. Par où il est évident, sur-tout à cause de la ressemblance constante du triangle variable $PA\propto$ avec le triangle fixe oAO , que dans tous les verres qui ne peuvent pas rendre le rayon AP parallèle à l'axe, pendant que AP croît, $A\propto$ & $O\propto$ croissent aussi continuellement, en quelque endroit que l'œil soit placé, & que $O\propto$ croît aussi continuellement dans tout autre verre qui peut rendre le rayon AP parallèle à l'axe, lorsque l'œil est fixe entre ce verre & son principal foyer. Mais si l'œil est arrêté dans ce foyer, $A\propto$ étant alors zero, $O\propto$ sera constamment égal à la distance du foyer, & lorsque l'œil est arrêté du côté où est le foyer, $O\propto$ décroît jusqu'à ce que P arrive en o , & lorsqu'il a passé sur o , $O\propto$ croît continuellement jusqu'à ce qu'il soit égal à OA , & alors oP égale OA & encore jusqu'à ce qu'il égale OP , lorsque l'angle PoQ devient égal à $\propto O\propto$ ou AOC ; c'est-à-dire, lorsque les grandeurs vraie & apparente de l'objet deviennent égales.

Comment
elle varie lors-
que le verre
& l'objet sont
fixes, & que
l'œil se meut.

Fig. 81.

Fig. 90.

148. Il y aura de semblables variations de distance apparente pendant que le verre & l'objet seront fixes & que l'œil s'éloignera peu à peu du verre, c'est-à-dire, que dans toutes sortes de verres & de surfaces qui ne peuvent pas rendre parallèles les rayons divergents, pendant que AO croît, $O\propto$ croît aussi continuellement en quelque endroit que l'objet soit arrêté; & dans tout autre verre qui peut rendre les rayons parallèles, $O\propto$ croît aussi lorsque l'objet est arrêté entre ce verre & son principal foyer. Mais si l'objet est fixe à ce foyer, $O\propto$ sera constamment

constamment égal à la distance du foyer, & lorsque l'objet est fixe du côté où est le foyer, $O\sigma$ décroît jusqu'à ce que σ arrive en Q ; mais après qu'il a passé Q , $O\sigma$ croît continuellement jusqu'à ce qu'il devienne égal à OA , & alors OP égale OA comme dans l'art. précédent. Car le verre & l'objet étant fixes, l'image de l'objet l'est aussi dans sa distance & dans sa grandeur; & étant au delà du verre dans les deux premiers cas, l'angle qu'il comprend dans l'œil décroîtra continuellement tant que l'œil s'éloignera de l'objet & du verre; & par conséquent l'objet donné σx sera compris sous cet angle décroissant à des distances toujours plus grandes de l'œil. Mais lorsque l'objet est dans le principal foyer, l'angle qui mesure sa grandeur apparente est invariable, & par conséquent $O\sigma$ est aussi invariable & égal à la longueur du foyer; & lorsque l'objet est plus loin du verre que son foyer, son image est aussi de ce côté du verre, & l'œil en s'éloignant du verre s'approche d'abord de l'image fixe jusqu'à ce qu'il l'ait rencontrée, & ensuite il s'en éloigne; de sorte que la grandeur apparente croît d'abord & ensuite décroît; & par conséquent la distance apparente diminue d'abord jusqu'à zero & ensuite croît continuellement. (art. 140).

149. Deux personnes NO , PQ qui se regardent mutuellement au travers d'une lentille donnée AC , paroissent à égales distances l'une de l'autre. Car soient deux rayons PAO , NAQ qui se coupent mutuellement dans un point quelconque de la lentille, & que les rayons visuels OA , QA prolongés rencontrent les parallèles $P\sigma$, $N\nu$ en σ & ν , les perpendiculaires σx , νy seront les objets apparents (art. 139). Mais puisque les inclinaisons des rayons NAQ , PAO sont égales (art. 45) les angles NAO , PAQ seront aussi égaux; & étant fort petits, NO est à PQ (comme AO est à AQ , art. 57), ou comme l'angle AQC est à l'angle AOC (art. 60), c'est-à-dire, les objets apparents σx , νy sont proportionnels aux angles qu'ils soutendent aux yeux Q , O & par conséquent leurs distances à ces yeux seront égales, comme dans tous les cas de la vision avec l'œil nud.

150. Donc lorsque le verre est dans deux endroits quelconques C , D , équidistants des extrémités de l'intervalle donné

Deux personnes qui se regardent mutuellement à travers une lentille paroissent à la même distance l'une de l'autre.

Fig. 91.

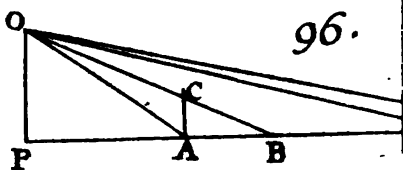
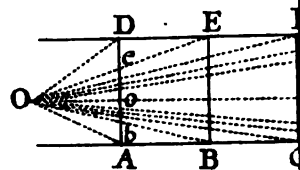
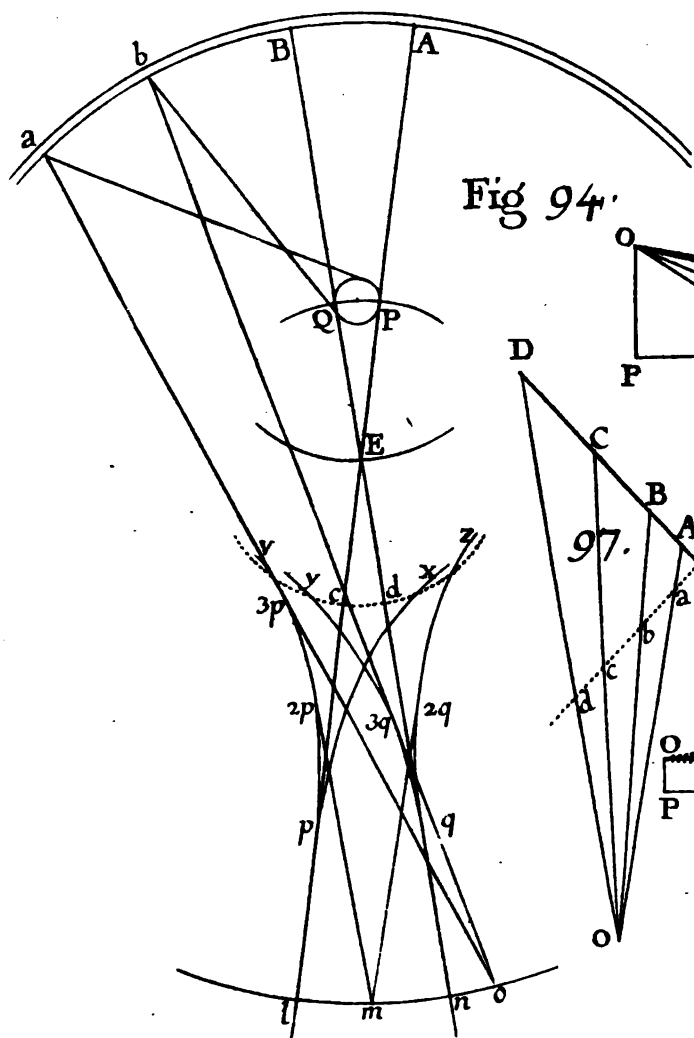
A deux lieux quelconques équidistants des personnes.

OQ, l'objet paroîtra à la même distance au même œil. Car O \times distance apparente de l'objet PQ étant égale à Q \circ , distance apparente de l'objet NO vû à travers le verre à la distance QC, sera aussi égale à la distance apparente de l'objet PQ, vû à travers le verre placé à la distance OD égale à QC.

Comment la distance apparente varie pendant que l'œil & l'objet sont fixes & que le verre se meut.

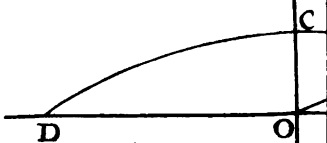
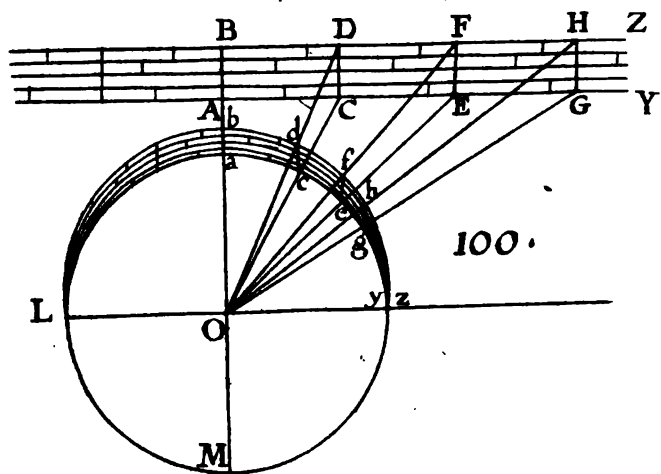
151. Lorsque l'intervalle entre l'œil & l'objet est fixe & qu'on fait mouvoir peu à peu une lentille concave d'un bout à l'autre, la distance apparente de l'objet croît au commencement & ensuite décroît, & la plus grande de toutes se trouve lorsque le verre est exactement au milieu de cet intervalle. Mais lorsqu'on porte une lentille convexe d'un bout à l'autre, la distance apparente de l'objet décroît au commencement & ensuite croît, & la moindre de toutes arrive lorsque la lentille est exactement au milieu de cet intervalle, pourvû qu'il soit moindre que 4 fois la distance du foyer de la lentille; s'il est égal à 4 fois cette distance, l'objet apparent paroîtra toucher l'œil, étant infiniment grand & infiniment confus lorsque le verre est au milieu. Et lorsque l'intervalle entre l'œil & l'objet est plus grand que 4 longueurs du foyer, l'objet paroît infiniment grand & confus, & par conséquent infiniment proche de l'œil, lorsque la lentille est en deux endroits comme C & D équidistante de l'œil & de l'objet; de sorte que pendant qu'on porte la lentille d'un bout à l'autre, la distance apparente commence à décroître & ensuite elle croît jusqu'à ce que la lentille arrive au milieu, & alors elle décroît & croît de nouveau, jusqu'à ce que la lentille soit à l'autre bout. Lorsque la lentille est au milieu, la distance apparente de l'objet est moindre, égale ou plus grande que sa vraie distance, selon que tout l'intervalle est moindre, égal ou plus grand que 8 fois la distance du foyer de la lentille; & par conséquent s'il est plus grand que 8, la distance apparente sera égale à la vraie distance, lorsque la lentille sera en deux endroits entre C & D également distants des deux & du milieu; & tout cela arrivera pendant que la grandeur apparente de l'objet croît, sa distance apparente décroissant & au contraire, (art. 140) comme on peut s'en convaincre si l'on en fait l'expérience. Nous donnerons dans le livre suivant la raison de toutes ces apparences par une règle facile.





98.

99.



E

152. Lorsqu'un objet PR est incliné à l'axe d'un verre, on peut déterminer son inclinaison apparente, comme ci-devant (art. 139) en menant les lignes P σ , R ρ parallèles à l'axe ou au rayon non rompu OC, jusqu'à leur rencontre avec les rayons OA, OB par où l'on voit les points P & R, en σ & ρ ; & menant la ligne $\sigma\rho$, qui sera l'objet apparent, parce que ses extrémités σ , ρ vûes de l'œil nud, sont les lieux apparents dans le verre, des extrémités de deux autres objets qui toucheroient celles de l'objet incliné PR & qui seroient perpendiculaires à l'axe du verre (art. 139) : en observant, comme ci-devant, que lorsque PR & AB sont de différents côtés de l'axe, l'œil nud doit être renversé pour voir l'inclinaison de $\sigma\rho$, ou bien qu'on doit prendre deux autres distances Op & Or égales à O σ & O ρ dans les parties opposées des mêmes rayons prolongés; & alors si l'on éloigne le verre, la ligne pr paroîtra au même endroit & dans la même position où l'objet PR paroîssoit dans le verre.

Détermination des apparences des objets inclinés.

Fig. 92.

153. Donc si un objet PR est parallèle à l'axe du verre, on le prolongera jusqu'à ce qu'il coupe les rayons visuels OA, OB en σ & ρ , & la ligne $\sigma\rho$ paroîtra à l'œil nud dans la même place & position que PR paroît dans le verre. On doit observer que les places réelles des lignes PR, $\sigma\rho$ ne paroissent pas à l'œil nud parallèles à l'axe quoiqu'elles le soient réellement; mais qu'elles paroissent convergentes vers les parties les plus éloignées de l'axe, par la raison que nous en donnerons dans l'art. 156.

Et des objets parallèles à l'axe.

Par la description des caustiques dans les art. 69 &c. on comprendra aisément que le bord d'une platine mince peut se courber d'une telle manière & avec un tel degré de convexité, que lorsqu'elle est appliquée en dedans de la concavité d'une branche d'une caustique donnée, elle touche chaque rayon dans un point différent de sa convexité (comme on le verra mieux dans les art. 445, 446). On peut aussi appeller ce bord convexe branche de la caustique & il est représenté dans les figures suivantes par la courbe p ρ ou q ρ , &c.

Définition.

Fig. 93, 94.

154. Donc lorsque l'œil est arrêté en quelque point o & placé en quelque point de la courbe d'une caustique donnée, formée par les réfractions ou réflexions de tous les rayons qui

Les rayons visuels touchent la branche d'une caustique.

O ij

viennent de P , le rayon visuel (art. 90) par lequel il voit P , peut se trouver en menant une ligne de l'œil o qui soit tangente à la branche de la caustique dans un point $3p$, sans couper cette branche. Et si l'on conçoit un fil délié qui soit attaché au bout de cette branche le plus éloigné de l'œil & qui soit roulé sur une partie de sa convexité, s'étendant ensuite en ligne droite $3po$, le point P paroîtra toujours dans les directions successives de ce fil pendant que l'œil ou la caustique seront mus par côté.

Comment la grandeur apparente d'un objet varie par le mouvement de l'œil, de l'objet ou du verre de côté. 155. Si l'on voit un petit objet rond au travers d'une sphère ou dans une partie si grande d'un miroir concave qu'il se forme une caustique, il paroîtra plus grand & plus proche de l'œil lorsque l'œil sera placé dans une ligne menée par l'objet & par le centre de la sphère ou du miroir concave : & l'objet paroîtra toujours plus petit & plus éloigné pendant que l'œil ou la sphère ou l'objet même seront mus de côté : les apparences contraires arriveront dans un moindre degré lorsqu'on verra l'objet droit ; ce qu'on peut démontrer ainsi. Par le centre E de la sphère ou du miroir, menez deux lignes EP , EQ qui touchent les côtés opposés du petit objet rond PQ & soient p & q les pointes des caustiques formées par les pinceaux des rayons qui viennent de P & de Q & pv , px , qy , qz leurs branches qui seront toujours convexes vers les axes PEp , QEq de ces pinceaux (art. 69, &c.). Menez du centre E avec un demi-diamètre El , un arc $lmno$ qui coupe les axes prolongés Pp , Qq en l & n & de l'œil placé d'abord en m en dedans de l'angle lEn sous les axes, menez les lignes $m2p$, $m2q$ qui touchent une branche de chaque caustique ; l'objet PQ paroîtra sous l'angle visuel $2p m 2q$ (art. 154). Ensuite de l'œil arrivé en un point quelconque o hors de l'angle lEn sous les axes, menez deux autres lignes $o3p$, $o3q$, qui touchent une branche de chaque caustique en $3p$ & $3q$ & l'objet PQ paroîtra sous l'angle visuel $3p o 3q$ (art. 154). Or pendant que l'œil se meut de côté dans l'arc mno , l'un des points d'attouchement $2p$, se meut continuellement dans la même branche depuis $2p$ jusqu'à $3p$, mais l'autre point $2q$ se meut d'abord depuis $2q$ jusqu'à q dans la même branche & ensuite il revient le long de l'autre branche

de la même caustique depuis la pointe q jusqu'à $3q$ & ainsi les rayons visuels $3po$, $3qo$ vont à l'œil en o par les branches des deux caustiques, qui sont toutes deux du même côté de leurs axes Ep , Eq . Soit un cercle décrit du centre E qui coupe ces deux dernières branches $3pp$, $3qq$ aux points v & y , & leurs axes respectifs Ep , Eq en c & d . Puisque les deux caustiques, à cause des distances égales EP , EQ , qui viennent de la rondeur de l'objet PQ , sont égales entr'elles, on comprend aisément que l'arc cv est égal à dy , & que par conséquent l'arc vy entre ces deux branches est égal à l'arc correspondant cd entre leurs axes. Et cette propriété étant la même dans tous les cercles décrits du centre E , il suit que ces branches s'approchent l'une de l'autre en s'approchant du centre E . Donc lorsque l'objet paroît renversé à l'œil en quelque endroit que ce soit de l'arc mno (art. 103), il paroîtra plus grand lorsque l'œil sera entre les axes Ep , Eq , & toujours plus petit, & par conséquent plus éloigné (art. 138) lorsque l'œil sera mû de côté, parce que l'angle visuel décroît. Et l'on comprend aisément par la Fig. 93 que le contraire doit arriver, lorsque l'objet paroîtra droit. On voit qu'il y a une variété semblable d'apparences lorsque l'œil est fixe & que l'objet se meut de côté dans l'arc PQ dont le centre est E & aussi lorsque le centre E de la sphère ou du miroir se meut de côté dans un cercle dont le centre est dans l'objet.

Fig. 94.

156. Les lignes paralleles vûes obliquement comme ABC , DEF paroissent toujours plus convergentes à mesure qu'elles s'éloignent de l'œil. Parce que les grandeurs apparentes de leurs intervalles perpendiculaires AD , BE , CF &c. diminuent continuellement & c'est par la même raison qu'elles paroissent convergentes vers une ligne imaginaire OG menée de l'œil parallèlement aux deux lignes AC , DF . C'est par la même raison que les parties les plus éloignées d'une allée ou d'un pavé paroissent monter peu à peu, & que le plancher paroît descendre vers la ligne horizontale OG . C'est pour cela que la surface de la mer vûe d'un lieu élevé paroît monter insensiblement depuis la côte, & que les parties supérieures des batiments fort élevés paroissent penchées au-dessus de l'œil

Les lignes
paralleles vues
obliquement
paroissent con-
vergentes.

Fig. 95.

qui est en bas, parce qu'elles paroissent s'approcher de la ligne verticale OG.

Variation de
la grandeur
apparente
d'un objet
oblique.

Fig. 96.

157. La grandeur apparente d'une ligne donnée AB, vûe fort obliquement à une distance donnée OA, croît & décroît à proportion de la ligne OP distance perpendiculaire de l'œil à cette ligne AB prolongée; pourvû que la distance AO soit fort grande en comparaison de AB. Car soit le rayon BO qui coupe une ligne AC perpendiculaire à AB en C; pendant que l'œil s'élève ou s'abaisse dans la perpendiculaire OP, la ligne AC croît ou décroît avec OP, aussi bien que l'angle AOC compris par AC (art. 59) & cet angle mesure la grandeur apparente de AB (art. 98). Ainsi les grandeurs apparentes des parties égales AB, $\alpha\beta$ d'une ligne PA vûe fort obliquement à de grandes distances de l'œil sont en raison réciproque doublée de ces distances. Par exemple, soit O β double de OB, l'angle OBP sera double de O β P (art. 60) & par conséquent puisque AB & $\alpha\beta$ sont égales, la perpendiculaire AC sera double de $\alpha\gamma$, & étant vûe deux fois aussi proche que $\alpha\gamma$, elle paroitra quatre fois plus grande que $\alpha\gamma$. De même si O β est triple de OB, la ligne AC sera triple de $\alpha\gamma$ & étant vûe trois fois plus proche que $\alpha\gamma$, elle paroitra neuf fois plus grande & ainsi de suite. Donc les intervalles apparents entre une rangée de colonnes diminuent en plus grande proportion que leurs hauteurs apparentes.

D'où vient
que les distan-
ces inégales
paroissent
égales.

158. Cette prompte diminution des grandeurs apparentes des parties les plus éloignées des longues lignes ou distances, est cause de la grande difficulté & de l'incertitude où l'on est lorsqu'on veut estimer leurs quantités. Car les différences de diverses distances ou hauteurs quelque grandes qu'elles soient en elles-mêmes, deviennent à la fin invisibles à cause de la petitesse des angles qu'elles forment dans l'œil, & qui est occasionnée par leur obliquité, & alors ces hauteurs & distances inégales paroissent égales.

Et quelque-
fois plus cour-
tes d'autres
fois plus lon-
gues.

159. Les distances à l'œil vûes sur une surface raboteuse & inégale paroissent plus courtes que si elles étoient parfaitement planes; car les inégalités de la surface, comme sont les montagnes, les vallées & les rivières qui sont en bas & hors de la

vue , ou ne paroissent pas , ou empêchent les parties qui sont par derrière de paroître. On observe communément que les deux bords d'une rivière paroissent contigus à un œil éloigné , lorsque la rivière est basse & qu'on ne la voit pas ; tellement que ceux qui voyagent dans un pays étranger sont souvent incertains du côté où la rivière coule , & si les objets qu'ils ont devant les yeux sont en deçà ou en delà de la rivière ; & lorsqu'on voit un drapeau ou une girouette au-dessus d'un bâtiment élevé , on ne peut distinguer à la vue que dans une distance modérée si ce drapeau appartient à ce bâtiment ou à quelque autre par derrière. De même , le Soleil , la Lune , les nuages , le haut des montagnes & tous les objets qui sont vûs dans l'horizon , étant vûs dans la même direction , paroissent tous à la même distance.

160. Les quatre derniers articles nous donnent la solution de diverses tromperies dans la vision , dont voici quelques-unes. Comme les distances obliques nous paroissent plus longues à proportion que l'œil est plus élevé pour les mieux voir , il s'ensuit que l'œil étant placé à quelque distance d'une montée douce comme celle d'un théâtre de comédie , ou d'une montagne qui s'élève à l'extrémité de allée , nous devons trouver ces montées beaucoup plus longues que si elles étoient de niveau , sur-tout si on les a renversées avec art dans les parties les plus éloignées ; car en ne faisant pas attention à la réalité de ces montées , nous nous en formons la même idée que si c'étoit une longue allée de niveau dont les côtés seroient paralleles. Or comme l'élévation du terrain avec la diminution insensible de sa largeur n'étant pas observée , nous le fait paroître plus long & par conséquent moins diminué dans sa largeur , que si la même étendue étoit de niveau , & que ses côtés fussent paralleles ; il s'ensuit qu'une douce montée seule , dont les côtés sont paralleles , aggrandira toujours l'apparence de leurs parties les plus éloignées , jusqu'à faire paroître paralleles ou même divergents les côtés qui réellement sont paralleles ; ce qui est contraire à l'apparence commune des côtés paralleles. On peut voir une tromperie de cette espece dans la vue de deux rangs paralleles d'arbres , lorsqu'on les regarde du devant de la maison de M. North à Roughton en

Tromperies
dans la vision.

Norfolk, ainsi que je l'ai appris de son voisin *Martin Folkes*; Ecuyer, à qui les grandes connoissances & sa curiosité ne laissent rien échapper. *M. North* l'ayant assuré que les deux rangs d'arbres étoient parallèles, quoiqu'ils lui parussent divergents, il fut fort surpris de cette apparence extraordinaire; mais après quelques réflexions, il s'aperçut que la cause de cette tromperie étoit une montée douce du terrain où les arbres étoient plantés, & une pente douce de la longueur d'un demi-mille, depuis la maison jusqu'au commencement de la plantation.

Fig. 97.

Il me dit aussi qu'en marchant pendant une nuit obscure dans une rue où il n'y avoit qu'un rang de lampes, il s'est souvent mépris sur le côté où étoient les lampes; ce qu'il explique en cette manière. Soit O le spectateur; A, B, C, D , les lampes à sa main droite, AaO ; BbO , CcO , DdO , les rayons qui viennent à son œil. S'il s'imagine que la lampe la plus proche A est la plus éloignée, par exemple en a , il s'imaginera aussi que toutes les autres sont en b, c, d , dans une position contraire sur la ligne qui s'étend à sa main gauche.

L'idée de la situation oblique d'un objet qu'on voit seul, est excitée dans notre ame par plus de grandeur apparente ou par plus de distinction dans la vue des parties les plus proches que des parties les plus éloignées; & par conséquent si l'objet est si éloigné ou si uniforme que nous ne soyons pas affectés d'une différence sensible dans ces perceptions, nous sommes exposés à nous méprendre sur sa position; car le même objet peut paroître sous le même angle AOD dans les deux positions obliques AD & ad .

Fig. 98.

Delà vient que nous nous trompons quelquefois sur la position d'un drapeau ou d'une girouette; & qu'en prenant le bout le plus proche de la voile d'un moulin à vent pour le plus éloigné, nous nous trompons quelquefois sur le cours de son mouvement circulaire. Car si un spectateur en O , placé à peu près dans le plan des voiles prolongées, s'imagine que le bout A le plus éloigné d'une voile AE est le plus proche, & que le mouvement réel des voiles soit dans la direction des lettres $ABCDE$, lorsque A se meut en B , & que la ligne BO coupe le
cerclé

cercle ABCDE en D ; puisqu'il s'est d'abord imaginé que l'extrémité A étoit en E , il ne l'imaginera pas maintenant en B mais en D ; & ainsi il croira que le mouvement se fait de E en D , tout au contraire du mouvement réel de A en B. L'incertitude où l'on est quelquefois de la direction du mouvement de l'anneau que forme une chandelle allumée en tournant autour d'un point à quelque distance , vient de la même cause. Delà vient aussi que nous prenons souvent pour convexe ce qui est concave avec l'œil nud , mais encore plus souvent en considérant des cachets & des impressions avec un verre convexe ou avec un double microscope , & des montagnes pour des vallées dans la Lune avec des télescopes , surtout lorsqu'ils renversent les objets. Ce qui nous jette dans ces méprises , c'est un jugement imparfait que nous formons des distances des parties d'un objet , & qui est appuyé par une position contraire des ombres formées par la lumière latérale.

Nous sommes souvent trompés dans notre estime des distances par la grandeur des objets que nous voyons au bout de ces distances ; ainsi en voyageant vers une grande ville , ou un château , ou une Eglise cathédrale , ou une montagne plus grande que les autres , nous croyons que ces objets sont plus proches que nous ne les trouvons ensuite par expérience. Car comme les idées de certaines quantités à des distances connues sont ordinairement liées avec les grandeurs apparentes des objets ordinaires qui nous sont connus ; & comme les grandeurs apparentes de ces grands objets à de plus grandes distances sont les mêmes que celles des petits objets à de petites distances , il n'est pas surprenant qu'ils éveillent dans nous l'idée ordinaire d'une petite distance attachée à celle des objets les plus communs. Cela est encore plus évident si l'on fait attention que le voyageur ignore la nature du pays & l'inégalité du terrain interposé. Les animaux & les petits objets que l'on voit dans les vallées , contigus à de grandes montagnes , nous paroissent extraordinairement petits , parce que nous croyons que la montagne est plus proche de nous que si elle étoit plus petite ; & nous ne serions pas surpris de la petitesse des animaux voisins , si nous pensions qu'ils fussent p'us éloignés. De même lorsqu'ils sont placés en haut de la mon-

tagne ou sur un grand bâtiment, & qu'on les voit d'en bas, on croit par la même raison qu'ils sont extraordinairement petits, & aussi parce qu'on juge que la montagne ou le bâtiment est plus bas à proportion que s'il étoit plus petit, tant à cause de sa grandeur extraordinaire que de la plus grande obliquité de ses parties les plus élevées par rapport aux rayons visuels. *Dechalles* nous dit (*Cursus mathem. t. 3, p. 435 2^e. édit.*) qu'étant au bas d'une montagne il vit une fois des corbeaux qui voloient pour la traverser; il crut au commencement qu'ils étoient plus hauts que la montagne, parce qu'apparemment ils lui paroissoient très-petits en comparaison, mais il remarqua qu'il resta une demi-heure à monter. J'ai oui dire que la partie d'un monument élevé au-dessus des maisons voisines, étoit 5 fois plus haute que ces maisons, & que cependant d'en bas elle ne paroissoit que deux ou trois fois plus haute, à cause de sa grandeur extraordinaire & de l'obliquité de la vue.

Aguilonius (*Optique, p. 223*) parle d'une tromperie dans la distance qu'il a souvent observée & admirée. Dans les grandes chaleurs d'été, le matin lorsque les vapeurs s'exhalent des terrains humides, on les voit souvent fort proches dans des lieux connus; mais aussi-tôt qu'elles se sont séparées de la terre & qu'elles commencent à s'élever, elles paroissent si éloignées que je n'aurois jamais cru, dit-il, qu'elles fussent suspendues sur le même endroit, si je ne les y avois pas vûes un moment auparavant. La raison de cette apparence est qu'on les voit alors de la même manière & dans la même direction que les autres nuages éloignés qui sont dans l'horizon & qu'on ne peut pas en distinguer la différence, parce qu'on ne voit aucune surface entre les deux, comme étoit la surface du terrain lorsque la vapeur commençoit à s'élever au dessus.

On dit que les voyageurs observent communément pendant la nuit ou vers le soir dans l'obscurité que les objets voisins, comme les arbres & les maisons, leur paroissent fort grands & fort éloignés. La raison en est, que ne pouvant pas discerner la quantité du terrain interposé, ils rapportent les objets à la lueur du Ciel qui paroît encore dans l'horizon, & qu'ainsi ils pensent qu'ils sont plus éloignés & par conséquent plus grands. Ainsi je me souviens que je pris une côte d'armes rouge, qui étoit au

haut d'une porte de fer au bout d'une allée, pour une maison de brique qui étoit dans les champs au-delà.

161. Si la surface de la terre étoit un plan parfait, la distance de l'horizon visible à l'œil surpasseroit à peine 5000 fois la hauteur de l'œil au-dessus du terrain ou la distance de 5 milles, en supposant l'œil élevé de 5 à 6 pieds ; & tous les objets placés au-delà de cette distance paroîtroient dans l'horizon visible. Car soit OP la hauteur de l'œil au-dessus de la ligne PA menée sur le terrain. Si un objet AB égal en hauteur à PO est porté à la distance PA égale à 5000 fois cette hauteur, il sera à peine visible à cause de la petitesse de l'angle AOB (art. 97). Par conséquent toute distance AC , quelque grande qu'elle soit au-delà de A , sera invisible. Car puisque AC & BO sont parallèles, le rayon CO coupera toujours AB en quelque point D entre A & B , & par conséquent l'angle AOC ou AOD sera toujours moindre que AOB . Donc AD ou AC seront invisibles. Donc tous les objets & nuages, comme CE & FG , placés dans toutes les distances au-delà de A , s'ils sont assez hauts pour être visibles ou compris dans l'œil par un angle plus grand que AOB paroîtront dans l'horizon AB , parce que la distance AC est invisible.

Détermination de la plus grande quantité de distance apparente.

Fig. 99.

162. Donc si l'on suppose une très-longue suite d'objets ou une muraille très-longue $ABZY$ construite sur ce grand plan & que la distance perpendiculaire OA de l'œil en O , soit égale à la distance Oa de l'horizon visible ou plus grande ; elle ne paroîtra pas droite mais circulaire, comme si elle étoit bâtie sur la circonférence de l'horizon $acegy$; & si la muraille étoit prolongée à une distance immense, ses extrémités YZ paroîtroient à l'horizon dans l'endroit yz où il est coupé par une ligne Oy parallèle à la muraille. Car supposant un rayon YO , l'angle YOy ne seroit pas sensible. Imaginons que ce plan infini $OAYy$ avec la muraille qui est au-dessus, tourne autour de la ligne horizontale Oy comme le couvercle d'une boîte, jusqu'à devenir perpendiculaire à l'autre moitié du plan horizontal LMy & que la muraille lui soit parallèle comme un grand plancher au-dessus de la tête ; alors la muraille paroîtra comme la figure concave des nuages qui sont au-dessus de la

Explication de la concavité apparente du Ciel.

Fig. 100.

terre. Mais quoique la muraille dans l'horizon paroisse avoir la figure d'un demi-cercle, le plancher n'aura pas la même apparence, mais il paroîtra beaucoup plus applati. Parce que le plan horizontal étoit une surface visible, qui nous donnoit l'idée des mêmes distances tout autour de l'œil; mais dans le plan vertical qui s'étend entre l'œil & le plancher, il n'y a rien qui affecte les sens & qui donne une idée de ses parties, si ce n'est la ligne commune Oy : par conséquent les distances apparentes des parties plus élevées du plancher, diminueront peu à peu en s'élevant depuis cette ligne. Mais lorsque le Ciel est entièrement couvert de nuages de pesanteurs égales, ils flottent tous dans l'air à hauteurs égales au-dessus de la terre, & par conséquent ils forment une surface qui ressemble à un grand plancher & qui est aussi plate que la surface visible de la terre. Sa concavité n'est donc pas réelle mais apparente, & lorsque les hauteurs des nuages sont inégales, comme leurs figures réelles & leurs grandeurs sont toutes inconnues, l'œil ne peut gueres distinguer les distances inégales de ceux qui paroissent dans les mêmes directions, à moins qu'ils ne soient fort proches de nous ou qu'ils ne soient poussés par des vents contraires. De sorte que la figure visible de toute la surface reste la même dans l'un & l'autre cas. Et lorsque le Ciel n'est couvert qu'en partie ou qu'il est entièrement délivré des nuages, c'est un fait qu'il nous reste la même idée de sa concavité que nous avions lorsqu'il étoit totalement couvert. Mais si l'on veut que la réflexion de la lumière produite par l'air pur suffit pour nous fournir cette idée, je ne le contesterai pas.

Détermination de la concavité apparente du Ciel.

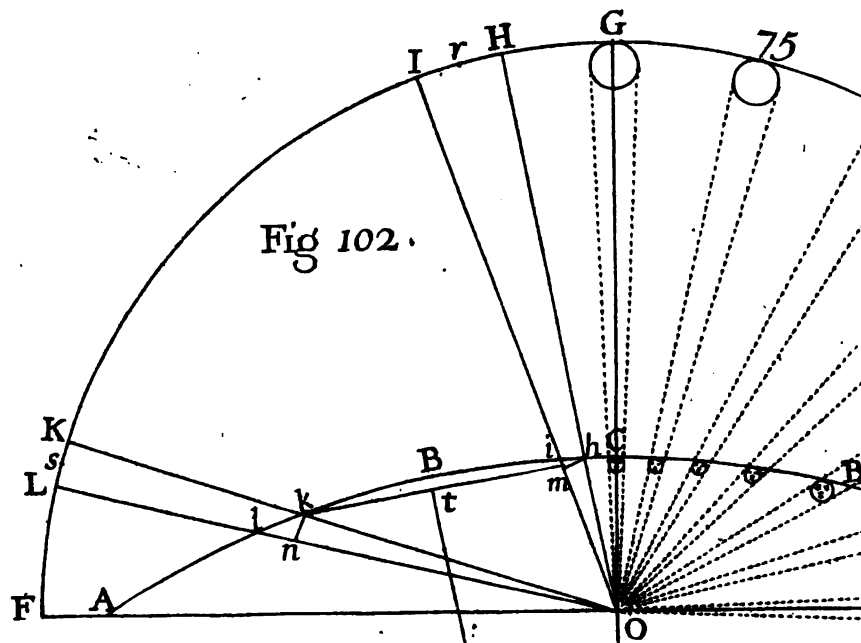
Fig. 101.

163. La concavité du Ciel paroît à l'œil qui est le seul juge de la figure apparente, comme une portion d'une surface sphérique moindre que l'hémisphère, c'est-à-dire, que le centre de cette concavité est beaucoup au-dessous de l'œil; & prenant un milieu entre plusieurs observations, je trouve que la distance apparente de ses parties à l'horizon est communément de 3 à 4 fois plus grande que la distance apparente de ses parties vers le zénith. Car si l'arc $ABCD$ représente la concavité apparente du Ciel, O la position de l'œil, OA & OC , les distances apparentes horizontale & verticale, dont on cherche la position; cherchez première-



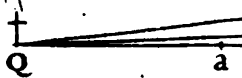
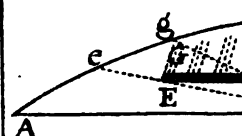
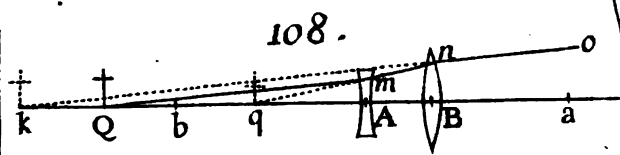
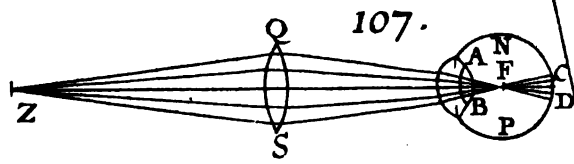
Planche 12.

Fig 102.



65° (3.) de hauteur

8
Lune horizon-
tale.



ment en quel tems le Soleil, la Lune, un nuage ou une étoile est dans telle position B, que les arcs apparents BA, BC qui s'étendent de part & d'autre de cet objet vers l'horizon & le zénith, paroissent égaux à l'œil. Ensuite prenant la hauteur de l'objet B avec un quart de cercle ou une arbalestrille, ou la trouvant par le calcul astronomique pour le tems donné, vous aurez l'angle AOB. Menant donc la ligne OB dans cette position & y déterminant un point B à volonté, on cherchera en bas dans la ligne CO prolongée le centre E d'un cercle ABC, dont les arcs BA, BC interceptés entre B & les côtés de l'angle droit AOC soient égaux entr'eux; cet arc ABCD donnera la figure apparente du Ciel. Car à l'œil nous estimons la distance entre deux objets quelconques dans le Ciel par la quantité du Ciel qui paroît entre l'un & l'autre, comme sur la terre par la quantité de terrain qui paroît entre deux objets. On peut trouver géométriquement le centre E par la construction d'une équation cubique ou aussi promptement & aussi exactement en essayant si les cordes BA, BC de l'arc ABC tracé par conjecture sont égales & en altérant son rayon BE jusqu'à ce qu'elles le soient. Or en faisant diverses observations sur le Soleil & d'autres sur la Lune & les étoiles, il m'a paru que l'arc ABC étoit coupé également en B, lorsque leurs hauteurs apparentes ou l'angle AOB étoit d'environ 23 degrés; ce qui donne la proportion de OC à OA comme 3 à 10 ou comme 1 à $3\frac{1}{3}$ à fort peu près. Lorsque le Soleil n'étoit qu'à 30 degrés de hauteur, l'arc supérieur paroissoit toujours être moindre que l'arc inférieur & je crois qu'il étoit toujours plus grand lorsque le Soleil étoit environ à 18 ou 20 degrés de hauteur.

164. Je me suis plus étendu sur la figure apparente du Ciel, parce que je ne vois pas qu'on l'ait jamais déterminée, quoiqu'elle soit nécessaire à l'explication de diverses apparences remarquables dans le Ciel. Par exemple, si l'arc ABC représente cette convexité apparente, je trouve que le diamètre du Soleil ou de la Lune paroîtra plus grand à l'horizon que dans toute hauteur, mesurée par l'angle AOB, en raison de ses distances apparentes OA, OB. Les nombres qui expriment

D'où vient
que le Soleil
& la Lune pa-
roissent plus
grands à l'ho-
rizon qu'au
dessus de
l'horizon.

Fig. 102.

ces proportions sont marqués dans la Table ci-jointe vis-à-vis des hauteurs correspondantes du Soleil & de

la Lune, & elles sont aussi exactement représentées à l'œil par la figure 102, où les Lunes placées dans le quart du cercle FG décrit du centre O, sont toutes égales & représentent le corps de la Lune aux hauteurs marquées ici, & les Lunes inégales dans la concavité ABC sont terminées par les rayons visuels qui viennent de la circonférence de la Lune réelle dans ces hauteurs à l'œil en O.

Hauteurs du Soleil & de la Lune en degrés.	Diamètres apparents ou distances.
0.	100.
15.	68.
30.	50.
45.	40.
60.	34.
75.	31.
90.	30.

Les diamètres de ces Lunes inégales en A & B ont donc la même proportion entr'elles que leurs distances apparentes OA, OB (art. 57,) & elles doivent paroître dans la même proportion qu'elles ont réellement dans cette concavité, parce que nous jugeons que tous les objets du Ciel sont dans cette surface (art. 161, 162); & ainsi l'apparence à l'œil est exactement la même que si différentes Lunes étoient peintes sur une surface réelle ABC dans les proportions marquées, auquel cas nous jugerions certainement que les grandeurs réelles des plus grandes peintures des Lunes inférieures sont réellement plus grandes, quoique les grandeurs visibles de toutes ces Lunes correspondantes à leurs images égales sur la rétine, fussent exactement égales. Quiconque regarde la Lune doit avouer qu'elle lui paroît un corps réel & palpable aussi bien que tous les autres objets qu'il voit.

Cette explication confirmée par les observations des Etoiles.

165. C'est par la même raison que tous les autres objets & distances des étoiles dans le Ciel, aussi bien que le Soleil & la Lune doivent paroître plus grands à l'horizon qu'au dessus de l'horizon & tout le monde le sçait. Delà je tire une preuve d'expérience que les proportions que j'ai données des grandeurs apparentes de la Lune sont exactes. Dans une nuit bien éclairée par les étoiles, observez la distance de deux étoiles qui soient fort proches l'une de l'autre & aussi hautes qu'il est possible, & en même tems celle de deux autres étoiles aussi basses qu'il est possible & qui vous paroissent aussi éloignées entr'elles que les deux premières les plus élevées. Ensuite avec un globe,

une carte ou par le calcul, cherchez les distances réelles de ces deux paires d'étoiles en degrés & en minutes & les hauteurs des points moyens de ces distances. Prenez les arcs Fr , Fs égaux à ces hauteurs & coupez les arcs rH , rI égaux chacun à la demi-distance des étoiles plus élevées, & de même sK & sL à la demi-distance de celles qui sont plus basses. Ensuite menez du point O aux points H , I , K , L , des lignes qui coupent l'arc ABC déjà déterminé par la méthode de bisection (art. 163) aux points h , i , k , l . Ces points, si chaque paire d'étoiles étoit dans un cercle vertical, seroient leurs lieux apparents, & si leur situation n'étoit pas verticale, les soutendantes perpendiculaires hm , kn (des angles hOi , kOl) qui dans les étoiles fort proches sont les mesures de leurs distances apparentes, ne seront pas altérées par leur situation oblique. Or j'ai trouvé par diverses observations & constructions que les soutendantes hm , kn sont à fort peu près égales entr'elles; & puisqu'elles le paroissent ainsi dans le Ciel, il s'ensuit que la concavité ABC a été bien déterminée. Donc si HI & KL sont les diamètres réels de deux Lunes inégales, elles paroîtront égales en h & k , & par conséquent si l'on augmente le plus bas diamètre KL jusqu'à ce qu'il égale le plus haut HI , les angles kOn , hOm étant égaux, la soutendante kn sera plus grande que hm en raison de leurs distances apparentes Ok & Oh (art. 57) qui est la proportion avancée sur la Lune.

166. Cela nous fournit une autre méthode pour trouver la figure apparente du Ciel par les observations précédentes des étoiles. Prenez l'une des distances à l'œil, comme Ok , de la longueur qu'il vous plaira & prenez l'autre Oh qui soit à Ok comme KL est à HI . Joignez hk que vous diviserez en deux parties égales & menez la ligne tE par le point t du milieu, perpendiculaire à hk , jusqu'au point E de rencontre avec CO prolongée; le point E sera le centre de la concavité apparente; ce qui n'a pas besoin de démonstration. Dans les distances HI , KL , sur-tout dans la dernière, si les deux étoiles sont dans un cercle vertical ou fort approchant, on doit avoir égard à la réfraction.

Autre manière de déterminer la figure du Ciel

167. Cette concavité apparente étant moindre que la demi-sphère, est aussi cause que les largeurs des couleurs dans l'arc-

Explication
des apparen-
ces sembla-
bles dans
l'arc-en-Ciel
& dans les
halos.

en-ciel intérieur & extérieur & l'intervalle entre les arcs , paroissent moindres en haut qu'en bas , & qu'en descendant du plus haut à la base elles croissent peu à peu , quoique les angles formés à l'œil par toutes ces largeurs soient les mêmes dans chaque partie de l'arc ; & par une estime des largeurs apparentes de l'arc-en-ciel intérieur faite par un de mes amis à deux hauteurs différentes , j'ai déterminé la concavité apparente du Ciel la même que j'avois trouvée par mes méthodes précédentes. Je crois que c'est par la même raison que le halo autour du Soleil & de la Lune ne paroît pas circulaire & concentrique au Soleil ou à la Lune , mais ovale & excentrique , & que son grand diamètre est perpendiculaire à l'horizon & plus étendu depuis la Lune en bas qu'en haut , comme *Newton* l'a remarqué dans son Optique p. 290. Car il paroît par la théorie qu'*Hughens* nous a donnée des halos & que nous rapporterons dans la suite , que les rayons qui produisent leur apparence visible , forment la surface d'un cône , dont la section faite par un plan perpendiculaire au rayon qui vient du centre du Soleil ou de la Lune à notre œil , est circulaire & concentrique au Soleil ou à la Lune , & par conséquent la section oblique qui en est faite , pour ainsi dire , par la concavité apparente du Ciel , qui est la même que la projection en perspective sur ce concave , doit être une figure ovale telle que *Newton* l'a représentée. Mr. *Whiston* a aussi observé cette figure ovale du halo (*transact. philos. n^o. 369 , p. 214*) & le Dr. *Halley* en a observé l'excentricité (*ibid. p. 211*). J'ai observé moi-même la même chose depuis peu lorsque la Lune étoit fort haute (le 21 Décembre 1729 à 7 heures après midi). Or puisqu'on a toujours trouvé l'angle compris dans l'œil par le diamètre du halo de 45 à 46 degrés , je compte que lorsque l'en bas du halo est proche de l'horizon , & que par conséquent la figure est plus ovale , son diamètre vertical apparent est divisé par la Lune en raison environ de 2 à 3 ou 4 & qu'il est au diamètre horizontal qui passe par la Lune comme 4 est à 3 à fort peu près. On peut en tracer la figure selon ces proportions pour la comparer à l'apparence du premier halo que l'on observera.

168. Ce que l'on a dit de la projection ovale d'un halo , doit s'appliquer au Soleil ou à la Lune , dont les projections sont aussi ovales sur-tout auprès de l'horizon ; mais il est difficile d'en juger , parce que cette projection est si petite & si éloignée , qu'on ne peut pas bien distinguer une différence sensible dans les distances de ses bords supérieur & inférieur à notre œil , & par conséquent on ne peut juger de sa figure par aucune autre perception que par la figure de sa peinture sur la rétine. Au contraire on a souvent trouvé que le Soleil dans l'horizon paroïsoit ovale dans une position opposée (*Voyez Scheiner , refractiones cœlestes sive solis elliptici phaenomenon*) & par les tables que nous avons des réfractions l'angle compris par son diamètre horizontal est à celui du vertical comme 5 est à 4 ou environ ; parce que le rayon le plus bas est plus rompu que celui d'en haut. Par ce moyen la peinture du Soleil sur la rétine devient ovale & produit cette apparence ovale.

Examen de
la figure du
Soleil & de
la Lune.

169. Cette théorie est aussi appuyée par l'apparence des queues des comètes , qui paroissent toujours courbées , comme la concavité du Ciel , quelle que soit leur figure réelle , leur grandeur & leur situation dans l'espace absolu. Au surplus il me paroît clair que les jugements que nous formons du lieu apparent , de la grandeur , de la figure & de la position de tous les objets éloignés dans le Ciel , comme du Soleil , de la Lune , des comètes , des constellations , de l'arc-en-ciel , des halos & de tous les autres météores , sont les mêmes qu'ils auroient été si l'on avoit vû leur perspective tracée par les rayons visuels dans le lieu & dans la figure de la concavité apparente du Ciel. Et pour la confirmer je conclurai par la relation que Mr. Cotes nous a donnée d'un météore remarquable (qui parut le 6 Mars 1716 vieux stile) en réponse à une lettre qu'il avoit reçue du Dr. Danye pour lors Recteur de *Spofforth* en *Yorkshire*.

Appuyée par
l'apparence
des queues
des comètes
& des météo-
res.

170. L'apparence du météore fut à fort peu près la même par rapport à nous qui étions à *Cambridge* , que par rapport à vous , excepté que les couches triangulaires de lumière n'étoient pas aussi permanentes que vous paroissez les représenter ,

Apparence
d'un météore
remarquable
expliquée par
M. Cotes.

& que le point où elles paroissoient toutes être convergentes étoit éloigné du zénith d'environ 20 degrés, son azymuth étant entre le Sud & l'Est à environ 10 degrés du Sud, qui étoit le rumb de la boussole où le vent portoit. On peut déterminer plus exactement la position de ce point de convergence, s'il est nécessaire; car à 7 heures & $\frac{1}{4}$ lorsque cette apparence étoit par rapport à nous dans sa plus grande perfection, il étoit à fort peu près au milieu entre les deux étoiles brillantes dans la tête de Castor & Pollux. J'ai oui dire qu'on avoit vû quelques courants de lumière qui s'élançerent immédiatement après le coucher du Soleil & qu'ils ne cessèrent parfaitement que vers les 3 ou 4 heures du matin.

Ce ne fut qu'après 7 heures que j'eus connoissance de ce rare phénomène. Au commencement je ne vis que deux ou trois courants triangulaires vers le Nord & le Nord-Ouest: ils ne furent pas de longue durée, mais ils furent suivis par d'autres qui parurent & disparurent tour à tour, s'élevant à des parties du Ciel de différentes hauteurs au dessus de l'horizon. Depuis le tems que je commençai à les observer, ils continuerent à monter toujours plus abondamment, étant poussés toujours plus avant du Nord à l'Ouest & à l'Est & toujours dirigés vers les têtes des Gemeaux, jusqu'à ce qu'à la fin lorsqu'ils paroissent presque se rencontrer au point de convergence, ils commencerent à monter aussi vers ce point des parties du Sud & à l'environner, tellement qu'à sept heures & un quart, nous fumes parfaitement couverts de rayons au-dessus de notre tête comme par un parasol; l'embas de ce parasol de rayons ne s'étendoit pas jusqu'à l'horizon, car auprès du Nord où il descendoit plus bas, sa hauteur étoit de 10 à 15 degrés, & auprès du Sud où il descendoit le moins, sa hauteur étoit d'environ 40 degrés. Il resta dans cet état environ deux minutes & pendant ce tems-là nous y vîmes différentes couleurs, les unes plus pales & plus permanentes, & d'autres plus vives & qui disparoissent promptement. Ainsi à l'Ouest j'observai que ces rayons furent teints pendant un tems considérable d'un rouge obscur & pesant, & dans l'un des courants les plus brillants dans un autre tems, il en sortit un rouge très-vif qui étoit à l'instant & peu à peu succédé par

les autres couleurs du prisme, qui disparoissoient toutes dans environ une seconde de tems. Ces couleurs affectoient les sens si fortement que je les crus plus intenses que celles du plus brillant arc-en-ciel que j'aie jamais vû. Un peu avant que ce phénomène eut perdu sa perfection, nous fumes surpris de voir les élancements & les tremblements des courants de lumière surtout dans leurs parties supérieures, & pendant ce tems là leur convergence fut confondue & tout le Ciel paroissoit être en convulsion. En même tems nous apperçumes des ondulations de lumière vers le Nord qui se portoient en haut & qui dans leur mouvement croisoient les courants paralleles à l'horizon. Ces ondulations étoient différentes de ces ondes larges dont vous parlez & que j'ai observées; leur largeur me parut être environ d'un degré & leur longueur d'environ 90 degrés; je ne puis pas les mieux comparer qu'à ces vagues déliées qu'on voit sur la surface d'une eau dormante, lorsqu'on y fait courir une petite pierre.

Il y a sept ou huit ans que je vis un météore qu'il est à propos de vous représenter ici. Le long de l'horizon vers le Nord il y avoit une matière blanche & lumineuse & qui paroissoit dense comme un nuage, *abcd*; sa longueur *ab* étoit de 10 ou 15 degrés. Delà s'élevoient directement en haut des courants d'une matière semblable, blanche & lumineuse, qui cependant ne paroissoient nulle part aussi denses que la première & qui devenoient toujours plus rares en montant, jusqu'à disparoître insensiblement à leurs pointes. Il y avoit quelque petite différence dans la hauteur de ces courants, mais ils s'élevoient communément à 4 degrés environ sur l'horizon. Ils étoient en fort grand nombre & contigus les uns aux autres & ils paroissoient composés de filaments ou rayons paralleles fort déliés. La seule chose remarquable que j'observai de plus, c'est que de tems en tems il sortoit un feu ou une flamme du nuage *abcd* & qu'elle se mouvoit tout le long dans une direction parallele à l'horizon. Durant ce mouvement, un courant de lumière directement au-dessus de ce feu paroissoit rouler avec lui & traverser les autres plus fixes conservant toujours son parallélisme avec eux.

Fig. 103.

Je suis persuadé que le dernier phénomène étoit de la même

Fig. 104.

espèce que celui que je viens de décrire. Car soit AB le plan de l'horizon, C le lieu du spectateur, EF un fond de vapeurs ou d'exhalaisons à une hauteur considérable au-dessus de nous, répandues de toutes parts dans un vaste plan parallèle à l'horizon. Ce fond de matière mêlée par la fermentation, lancera des courants de lumière par elle-même, tels que EG , FH &c. qui monteront perpendiculairement en haut si le tems est parfaitement calme; & si le vent est violent & irrégulier ils se mêleront & se confondront ensemble; s'il est doux & uniforme, comme il l'étoit au tems de notre phénomène, ils s'inclineront vers le point de l'horizon opposé à celui d'où le vent souffle. Or si ADB représente la concavité du Ciel & si l'on mène une ligne CD parallèle aux colonnes EG , FH &c. il est certain par les règles de la perspective, que les colonnes paroîtront sur cette concavité convergentes tout autour vers le point D , & ainsi la colonne EG paroîtra s'élever du point e & monter en g pour occuper la place eg , & de même l'arc fh sera la projection de la colonne FH . D'où il suit évidemment que la raison pour laquelle les courants triangulaires s'élèvent au commencement des parties Nord du Ciel, est que le fond de la lumière EF n'est pas encore arrivé par son mouvement à la ligne CD . Après qu'il a passé cette ligne, il est clair que les courants doivent paroître monter de tous les côtés. Un grand nombre de colonnes étant donc disposées à lancer la lumière dans le même tems, est cause de ce parfait parasol que j'ai décrit ci-devant. La raison pour laquelle ce parasol descend plus bas dans le Nord que dans le Sud, est que les colonnes de lumière qui n'ont pas encore passé la ligne CD sont plus nombreuses & plus éloignées de cette ligne que celles qui l'ont passée; car si le point E est plus éloigné de CD que le point F , l'arc Ae sera nécessairement plus petit que l'arc Bf . Un souffle de vent irrégulier qui agite les colonnes, est, je crois, la cause de ce tremblement qui paroît dans les courants triangulaires, & c'est aussi la cause qui détruit cette apparence parfaite d'un parasol. Les vagues déliées & circulaires que l'on voit dans le même tems peuvent aussi s'expliquer par la même cause. Il n'est pas nécessaire de vous arrêter plus long-tems pour tâcher d'expliquer

quelques particularités de ce rare phénomène. Je crains de vous avoir trop ennuyé. Néanmoins je ne puis pas me dispenser de vous parler d'une invention fort aisée par laquelle on peut représenter la chose passablement bien. Prenez un rond & attachez-y tout autour plusieurs bâtons droits & parallèles entr'eux, mais inclinés au plan du rond; tenez ce plan parallèle à l'horizon & dans cette situation faites-le mouvoir avec les bâtons au-dessus d'une chandelle; l'ombre des bâtons sur le plancher de votre chambre sera convergente à un point, non pas directement au dessus de la chandelle, comme elle l'auroit été si les bâtons avoient été perpendiculaires au plan du rond, mais au point où une ligne menée par la chandelle parallèlement aux bâtons, coupe le plan du plancher.

R E M A R Q U E S.

Les Remarques suivantes ont été faites à ma prière par le Docteur Jurin sur les articles 132, 135, 137, 160. Je les indiquerai à la marge.

1. Tout le monde sçait que lorsque diverses idées ont été habituellement jointes & liées ensemble, s'il s'en présente par hasard une ou deux à l'esprit, les autres de la même classe qui ont été communément jointes avec celles-ci, se réveillent à l'instant dans notre ame. En été la vue des rayons du Soleil est à l'instant accompagnée des idées de chaleur & d'incommodité; & la vue d'une forêt d'arbres verts, réveille l'idée de l'ombre & de la fraîcheur. En hyver la vue du Soleil ou du feu dans la chambre où nous entrons, est au même moment suivie des idées de chaleur & de plaisir. Mais cette liaison ou association des idées n'est jamais plus constante, qu'en ce qui concerne les idées différentes de la vue & du toucher; quoique la plupart des hommes ne s'en apperçoivent pas. Lorsqu'un corps solide se présente à notre vue, l'idée qui se réveille immédiatement après dans notre esprit est celle d'une différente complication d'ombre & de lumière, laquelle excite d'abord dans notre ame les autres idées qui suivent celle-là & qui ont rapport au toucher, comme celles de la solidité, convexité ou angularité, lesquelles accompagnent ordinairement le sentiment de la vue, ou, pour parler le langage de l'auteur judicieux & subtil du livre intitulé, *Théorie de la Vision*, l'idée *visible* excite dans notre ame les idées *tangibles* qui marchent ordinairement avec elle, & cela se fait si subitement & si imperceptiblement, qu'il est difficile de ne pas regarder comme une pure sensation de la vue, ce qui n'est qu'un acte de notre mémoire & de notre jugement; la plupart des hommes s'imaginent de voir qu'un globe est convexe & qu'un cube est angulaire, tandis qu'ils jugent seulement que cela est ainsi. La vérité de ce principe a été si bien démontrée par M. Locke & par l'auteur ingénieux dont

Sur l'art. 132.

Solution du problème de M. Molyneux par le Docteur Jurin.

on vient de parler, & elle est confirmée avec tant d'évidence dans le chapitre 5^e, sur-tout par les observations curieuses de M. *Cheffelden*, que la chose est tout-à-fait hors de doute. Mais j'avoue que je ne vois pas que la fameuse question de M. *Molyneux*, telle qu'il l'a proposée au sujet du globe & du cube placés devant les yeux d'un aveugle de naissance à qui on vient de donner la vue, je ne vois pas, dis-je, que cette question soit d'aucun usage pour établir cette théorie, & je ne puis pas me persuader qu'il ait bien résolu lui-même son problème. Je ne crains pas de le dire, quoique M. *Locke* lui-même ait bien voulu déclarer qu'il est du même sentiment que cet habile homme; car malgré cette complaisance, la détermination de M. *Locke* me paroît exprimée d'une manière & avec de telles limitations qui ne se trouvent pas dans le problème proposé par M. *Molyneux*, que je suis entièrement convaincu que la pensée de ce grand métaphysicien est totalement différente de celle de son ami. Pour rendre cela plus évident, je vais donner ici le problème de M. *Molyneux*, tel qu'il l'a proposé avec la solution qu'il en a donnée, & celle de M. *Locke*.

*On suppose un aveugle de naissance, qui étant devenu adulte, a appris par le toucher à distinguer un cube d'une sphère de même métal & presque de la même grosseur, en sorte qu'il peut dire en les touchant, voilà le cube, voilà la sphère. On suppose ensuite le cube & la sphère placés sur une table, & qu'on a donné la vue à cet aveugle. On demande si par la vue seule avant que de les toucher, il peut distinguer l'un de l'autre, & dire voilà le cube, voilà le globe. A cela l'Auteur subtil & judicieux qui a proposé ce problème répond: non il ne le pourra pas; car quoique l'expérience lui ait appris de quelle manière un globe & un cube affectent son toucher, il n'a pas encore appris par expérience que ce qui affecte son toucher de telle ou telle manière doive affecter sa vue de telle ou telle manière, ou qu'un angle prouubérant dans le cube qui presse sa main inégalement doive paroître à ses yeux tel qu'il paroît dans le cube. Je suis du sentiment de cet habile homme, que j'ose appeler mon ami, dans cette solution qu'il donne de son problème, & je crois qu'un aveugle de naissance ne seroit pas capable au premier coup d'œil de dire avec certitude, voilà le globe, voilà le cube, lorsqu'il ne fait que les regarder, quoiqu'il puisse sans craindre de se tromper les distinguer par la différence de leurs figures qu'il apperçoit en les touchant. Ainsi parle M. *Locke* dans son *Essai sur l'entendement humain*, liv. 1, chap. 9, sect. 8.*

On doit observer ici que selon M. *Molyneux* l'aveugle de naissance à qui on a donné la vue, n'est privé d'aucun autre secours pour distinguer le globe du cube, que de celui de toucher ces deux corps. Il est en pleine liberté de faire l'usage qu'il veut de sa vue, de les bien considérer, d'examiner leurs différents côtés en marchant tout autour; & de faire même usage de sa mémoire & de sa raison, si elles peuvent lui être en cela de quelque utilité. Il est si vrai que M. *Molyneux* n'a pas exclu ces dernières conditions, qu'on les trouve clairement renfermées dans la manière dont le problème est exprimé & dont il est résolu. Car on suppose que l'aveugle de naissance est maintenant adulte, & qu'il a appris par le toucher à distinguer un globe d'un cube, quoique l'Auteur pense que cette connoissance expérimentale ne lui est d'aucune utilité dans l'occasion présente. Mais M. *Locke* donne-t-il à l'aveugle de naissance tous ces avantages? Non, il veut qu'aussitôt qu'il a l'usage de la vue, il puisse dire avec certitude, voilà le globe, voilà le cube, sans lui donner

la liberté de les considérer plus attentivement par un *second coup d'œil*, & encore moins de rentrer en lui-même, & de raisonner sur ce qu'il voit. Ainsi, la question déterminée pour la négative par M. *Locke* est totalement différente de celle qui a été proposée par M. *Molyneux*; & nous n'aurions pas lieu de croire qu'un Ecrivain aussi exact eût fait un changement aussi essentiel aux conditions du problème, s'il avoit pu sans cela souscrire à la détermination de son ami.

Laisant donc à part l'autorité de M. *Locke*, ou plutôt la faisant valoir pour appuyer mon sentiment, je vais prouver contre M. *Molyneux* que l'aveugle-né à qui l'on donne la vue, est capable de distinguer le globe du cube sans les toucher, & dire, voilà le globe, voilà le cube.

Mais pour prévenir toute équivoque je dois observer qu'il n'est pas question de savoir si cet homme, en voyant ces deux corps, peut de lui-même connoître que l'un est un globe & l'autre un cube; ce qui lui est absolument impossible s'il ne les touche pas. Tout ce que demande M. *Molyneux* est de savoir s'il pourra distinguer l'un de l'autre, & dire voilà le globe, voilà le cube. Or cette question renferme manifestement les deux conditions suivantes. 1°. Que cet aveugle-né puisse par la seule vue distinguer le globe comme un corps différent du cube & de tous les autres corps, & qu'il puisse de même distinguer le cube comme un corps différent du globe & de tous les autres corps. 2°. Qu'on lui ait dit que les deux corps qu'il voit sont le globe & le cube, sans quoi il seroit ridicule de lui demander lequel des deux est le globe ou le cube.

Cela étant, je suppose qu'il considère avec attention par la seule vue répétée plusieurs fois ces deux corps en plein jour, & qu'il se promène tout autour de la table où ils sont placés pour les mieux connoître, après quoi il sera en état de faire ce raisonnement. On m'a dit que les deux corps que je vois sont le globe & le cube, leur figure est donc différente. Les sensations que j'en reçois sont aussi différentes entr'elles. Je connois donc par le peu d'expérience que j'ai eu déjà de ce nouveau sens de la vue, qu'il est différemment affecté par la diversité des corps, & ma raison me dit que cela doit être ainsi; car si deux corps ont des figures semblables, je dois être affecté de la même manière par l'un & par l'autre; & au contraire si je suis affecté différemment par deux corps ou par plusieurs corps, je dois conclure que cette diversité de sensations est occasionnée par la diversité des figures de ces corps.

De plus je trouve mon sens diversément affecté par l'un de ces corps, lorsque je considère ses différents côtés & ses différentes parties; il faut donc que ces parties soient en elles-mêmes différentes les unes des autres par la raison précédente, & que par conséquent le corps qui en est composé ne soit pas semblable de tous les côtés. L'autre corps au contraire de quelque manière & de quelque côté que je le regarde, me donne toujours la même sensation; il est donc semblable dans tous les sens.

Or je me rappelle que lorsqu'on me donnoit un globe ou un cube à manier avant que de recevoir l'usage de la vue, en raisonnant de la même manière sur ce que je touchois, comme je le fais à présent sur les objets que je vois, je découvrois non-seulement que le globe & le cube étoient des corps de différente espèce, mais que le globe étoit le même de tous les côtés, & que le cube étoit composé de parties fort différentes les unes des autres.

Donc le corps qui paroît à mes yeux semblable de tous les côtés, est indubitablement le globe, & l'autre est par conséquent le cube.

C'est ainsi, à mon avis, que l'aveugle peut distinguer, sans craindre de se tromper, ces deux corps l'un de l'autre, & cela par l'usage de ce principe simple, que ses sens ne lui ont pas été donnés pour le tromper; mais que les sensations différentes que les corps différents excitent dans son ame, viennent de la différence de ces corps, sans quoi nos sens seroient non-seulement trompeurs, mais totalement inutiles.

Je ne dois pas oublier qu'en parlant, il n'y a pas long-tems, de ce problème, avec mon ami l'Auteur de ce traité d'Optique, j'ai eu la satisfaction d'apprendre de lui que le plus grand Philosophe aveugle qui ait jamais existé, le Docteur *Sanderson* est du même sentiment que moi, & raisonne sur ce problème de la même manière, & je dois observer que ce sçavant Auteur lui-même, en se servant de cette expression, *par la vue seule*, qui semble exclure l'usage de la raison, comme l'expression de *M. Locke*, *au premier coup d'œil*, paroît n'être pas du même sentiment que *M. Molyneux*.

Sur l'art. 135.

Remarque du
Dr. Jurin sur
l'association
des idées.

2. Quoique ceci ne soit pas renfermé dans ce que l'Auteur se propose, il est bon de remarquer ici que lorsque les idées de la vue excitent dans nous les idées tangibles qui les accompagnent ordinairement, cela ne vient pas d'aucune vertu ou propriété particulière qui se trouve dans les idées de la vue pour représenter les autres idées, mais uniquement de la faculté générale de notre mémoire, laquelle, à mesure qu'une idée se présente à l'esprit, lui suggère promptement d'autres idées, soit du même sens ou d'un sens différent, qui ont ordinairement suivi celle-là. Il est évident par l'usage des langues que cela est ainsi par rapport aux idées de l'ouïe; car les différents sons de chaque mot réveillent dans nous des idées du sentiment de la vue ou du toucher ou de tout autre sens avec lesquelles on s'est accoutumé à lier ces sons; & tout homme qui est tant soit peu attentif à ce qui se passe dans son ame, trouvera que la même chose a lieu pour chacun de nos sens. Par exemple, lorsque je vais chez moi pendant la nuit, je trouve par le toucher différents objets dans ma route; je ne touche qu'une partie de ces objets, & d'abord les idées visibles de tout l'objet se réveillent dans mon ame. Je connois que l'un est une porte, le second un homme, & le troisième une maison. J'entends un certain bruit derrière moi, & à l'instant l'idée visible d'un carrosse & des chevaux s'élève dans mon esprit avec les idées tangibles correspondantes, & je me mets à l'écart pour éviter le danger. Je passe dans deux endroits différents, où je trouve des odeurs fort différentes, qui excitent dans mon ame les idées visibles, ici des fleurs qui naissent dans un parterre, & là d'un fumier. Je vais chez moi, & j'entre dans une chambre où je trouve par le seul toucher une table couverte de différentes sortes de fruits, j'en goûte un & je vois que c'est une poire bergamote; je trouve que l'autre est une orange, les idées visibles de chacun se réveillent alors par leur goût.

Si l'on ne trouve pas que ces exemples fussent ou qu'ils soient assez clairs, l'imagination de tout homme qui pense peut aisément lui en fournir une infinité d'autres, qui prouvent clairement que les idées qui nous viennent par l'un de nos sens, excitent promptement d'autres idées du même sens ou de quelqu'autre, qui ont été habituellement liées avec les premières. De sorte que si nous voulons supposer avec l'Ecrivain ingénieux dont nous avons parlé, que les idées de la vue forment un langage visuel, parce qu'elles nous sug-
gerent

gerent promptement les idées correspondantes du toucher, comme les termes d'une langue nous suggerent les idées qui leur répondent ; je ne vois pas pourquoi nous ne pourrions pas par la même raison supposer un langage du toucher, de l'ouïe, de l'odorat & du goût : quoique l'on doive avouer que comme la vue est sans difficulté le sens le plus étendu, le langage visuel est aussi beaucoup plus abondant qu'aucun des autres.

3. Un homme a les yeux louches, lorsque les axes de ses deux yeux ne se portent pas vers le même objet. Je crois que le commun des Physiciens attribue ce défaut au peu de correspondance qui se trouve dans les muscles des yeux, qui n'agissant pas de concert l'un avec l'autre, comme dans les autres hommes, ne sont pas capables de diriger les deux yeux à un même objet. Mais le fameux M. de la Hire est d'une opinion contraire, & il a été suivi depuis par un sçavant Professeur en Médecine, dont les sentimens sont reçus plus communément par les Médecins d'Europe que ne l'ont peut-être été ceux d'aucun autre Médecin depuis le tems de Galien, & il croit que cette difformité ne vient pas d'aucune mauvaise habitude, ou du défaut de correspondance dans les deux muscles des yeux, mais d'un défaut de l'œil même qu'il explique en cette manière. (Des accidents de la vue, art. 10.)

Sur l'art. 137.
Dissertation
du Dr. Jurin
sur les yeux
louches.

4. Il suppose que le commun des hommes ont un endroit de la rétine qui est le plus sensible de tous pour être touché plus finement par les objets, & soit que ce soit par la délicatesse de cet endroit de l'organe, ou par le concours des esprits qui s'y portent plus facilement que dans les autres, lorsque la pointe des pinceaux des rayons tombe sur cet endroit, nous voyons les objets bien mieux que lorsqu'ils tombent ailleurs. Nous prenons donc, ajoute-t-il, une habitude de tourner le globe de l'œil d'une certaine manière, afin que les objets que nous voulons voir distinctement fassent leur peinture sur cet endroit de la rétine. Or il y a des yeux qui sont obligés de se tourner de biais, pour faire en sorte que les objets qu'ils veulent bien voir, fassent leur peinture sur l'endroit de l'organe qu'ils ont le plus sensible, quoiqu'ils y tombent obliquement ; & c'est le défaut des vues que nous appellons louches.

Opinion de
M. de la Hire.

5. S'il étoit vrai que l'œil fut ainsi tourné pour voir plus distinctement, il arriveroit que l'autre étant fermé, & ne se servant que de l'œil contourné pour voir un objet, il seroit par la même raison autant tourné de biais qu'auparavant ; mais le fait contraire est certain, comme on peut l'éprouver aisément. Priez un homme louche de tenir l'autre œil fermé & de vous regarder seulement avec celui qu'il a coutume de tourner de biais ; il tournera à l'instant l'axe de cet œil directement vers vous ; priez-le d'ouvrir l'autre œil & de vous regarder des deux yeux, vous verrez l'axe de celui-ci dirigé vers vous & l'autre œil tourné de l'autre côté vers le nez, ou peut-être vers la paupière supérieure, comme je l'ai souvent observé. Faites tant d'expériences qu'il vous plaira, vous aurez toujours le même succès.

Réfutée par
les expériences.

6. Il est donc clair par ces expériences que l'œil n'est pas ainsi tourné pour mieux voir, mais plutôt pour ne point voir du tout, s'il est possible, de cet œil. Car la prunelle des personnes louches étant communément tournée du côté du nez, ne peut recevoir l'image de l'objet vers lequel l'autre œil est dirigé, que d'une manière très-oblique & très-peu distincte. Par conséquent l'œil louche ne peut pas en être plus affecté, que le sont les yeux des autres hommes pour les objets qui sont placés latéralement à de grandes distances de celui qu'ils regardent directement. De sorte que dans la réalité, un homme

Les personnes louches voient distinctement les objets d'un seul œil.

louche ne voit distinctement l'objet qui est devant lui que d'un seul œil, qui est celui dont l'axe est dirigé vers l'objet. Nous pouvons donc conclure que ce défaut ne vient d'aucune conformation irrégulière de l'œil, comme ces sçavants l'ont supposé.

Réutation
d'une autre
opinion.

7. Ce défaut ne vient pas non plus d'aucun dérangement des muscles de l'œil qui se tourne de biais. Car lorsque l'autre œil est fermé, celui-ci se meut par l'action de ses muscles dans toutes les directions possibles, aussi librement que celui de toute autre personne. Il ne vient pas non plus du défaut de correspondance dans les muscles des deux yeux, qui les empêche de se mouvoir tous deux en même tems du même côté. Car lorsque les deux yeux sont ouverts, & que l'œil qui n'est pas tourné se meut en haut ou en bas, à droite ou à gauche, l'autre l'accompagne toujours & se meut dans le même instant du même côté.

Disposition
des axes des
yeux ordinai-
res.

8. Mais pour voir en particulier en quoi consiste ce défaut, il est nécessaire d'examiner la disposition & la situation des yeux, dans ceux qui en sont exemts. Lorsque nous regardons directement un objet éloigné devant nous, la prunelle de chaque œil se tourne dans le milieu de l'ouverture formée par les paupières, en sorte que la distance entre les deux prunelles est composée de la largeur du nez, & de la largeur de la demi-ouverture de chaque œil : & quelque obliquement que l'on tourne les yeux, on conserve toujours la même distance entre les deux prunelles. Lorsqu'on regarde des objets proches, la distance entre les deux prunelles est un peu plus petite ; mais toujours cette même distance se soutient dans toutes les directions obliques des yeux, la même que lorsqu'on regarde directement devant soi. Par ce moyen les axes des deux yeux sont dirigés vers le même objet dans ces deux cas des objets proches & des objets éloignés.

Disposition
des axes des
yeux louches.

9. Mais dans ceux qui sont louches, lorsque la prunelle de l'œil qui ne se tourne pas de biais est au milieu de l'ouverture, comme il arrive lorsqu'ils regardent directement devant eux, celle de l'autre œil se tourne vers le nez, & par conséquent la distance entre les deux prunelles est beaucoup moindre que dans les autres hommes. Cette moindre distance entre les deux prunelles se soutient dans toutes les directions obliques des yeux, de sorte que les deux axes ne sont jamais dirigés au même objet, quoique les muscles agissent tellement de concert l'un avec l'autre, qu'ils font toujours mouvoir les deux yeux du même côté dans le même instant.

Cause pro-
bable des
yeux louches.

10. Les enfants contractent aisément cette habitude vicieuse, lorsqu'on les met souvent dans le berceau, en telle position, qu'ils ne puissent voir la lumière ou quelqu'autre objet remarquable que d'un œil seulement.

Inutilité de
la méthode
ordinaire
pour les
guérir.

11. Lorsqu'ils sont devenus louches par ce moyen & qu'ils en ont pris l'habitude, je crois qu'il est inutile de chercher à les guérir en leur faisant porter des tubes ou des lunettes avec de petits trous pour voir à travers. Car ils continuent à voir distinctement par ces trous avec un œil seul, tandis que l'autre est toujours tourné de biais.

Vraie mé-
thode.

12. La vraie méthode pour les guérir est celle-ci. Lorsque l'enfant a atteint un âge où il est capable d'observer les directions, il faut le placer directement devant vous, lui faire fermer l'œil qui n'est pas louche, & le faire regarder avec l'autre. Lorsque vous voyez que l'axe de cet œil est directement fixé sur vous, il faut faire en sorte qu'il tâche de le conserver dans cette situation & d'ouvrir l'autre œil. Vous verrez d'abord que l'œil louche

s'éloignera de vous & se tournera vers le nez , & que l'axe de l'autre œil sera dirigé vers vous. Mais avec la patience & par des essais réitérés , il deviendra peu à peu capable de tenir son œil louche arrêté sur vous , au moins pendant quelque peu de tems , après qu'il aura ouvert l'autre. Et lorsque vous serez parvenu à lui faire garder les axes de ses deux yeux tournés vers vous , lorsque vous êtes directement placé vis-à-vis de lui ; il est tems de lui faire changer de situation & de le placer d'abord un peu à côté de vous & ensuite de l'autre côté , en réitérant la même expérience ; & lorsque dans toutes ces situations il pourra parfaitement & aisément tourner les axes de ses deux yeux vers vous , la cure sera parfaite. Une personne plus avancée en âge peut pratiquer la même chose avec un miroir sans que personne la conduise ; mais non pas aussi aisément qu'avec un homme qui dirige l'opération. Mais plus elle est avancée en âge , & plus la patience est nécessaire.

13. Je ne dois pas passer sous silence une autre opinion de Mr. de la Hire , art. 62 , qui suppose que le défaut vient quelquefois de la situation oblique de l'humeur cristalline dans l'un des deux yeux ; mais les expériences précédentes réfutent cette opinion comme la première. Telle est la dissertation du Dr. Jurin.

Réfutation
d'une autre
opinion.

14. Après que cet article 137 eut été imprimé , je reçus de Mr. Martin Folkes Ecuyer la relation d'un autre exemple remarquable d'une double vision. Il me dit qu'il avoit appris du Dr. Hepburn de Lynn que le feu Révérend Mr. Forster de Clenchvubarton dans le voisinage , ayant été aveugle pendant quelques années par une *goutte seréne* , recouvra la vue par la salivation , & que lorsqu'il commença à voir , tous les objets lui parurent doubles ; mais qu'ensuite ces deux apparences s'approchant peu à peu , il parvint à les voir simples & aussi distinctement qu'il les avoit vus avant qu'il fut aveugle.

Exemple
remarquable
d'une double
vision.

15. On peut voir un ou deux autres exemples de cette espèce dans la *Nova visionis Theoria* du Dr. Briggs p. 25 , où il propose une théorie , ou plutôt une hypothèse pour rendre compte de l'apparence simple & de l'apparence double d'un objet , par le moyen des degrés égaux de la tension des fibres des deux nerfs optiques , continuée depuis le cerveau jusqu'aux parties correspondantes des deux rétines , où tombent ordinairement les deux images d'un objet. De sorte que les vibrations isochrones de ces fibres correspondantes mues par les rayons de lumière peuvent produire une sensation simple dans l'ame ; tout de même que dans la musique il est difficile de ne pas prendre les unissons comme un son unique. Mais lorsque les deux images d'un objet tombent sur les parties de la rétine où les tensions des fibres sont différentes ; leurs vibrations discordantes peuvent occasionner deux sensations diverses dans l'ame , comme dans les concordances & discordances de la musique. Mais pour mieux entrer dans cette hypothèse , je renvoie le Lecteur à ce petit traité où il trouvera diverses idées & observations curieuses , & à l'*Anatomie de l'œil* du même Auteur qui mérite l'attention des curieux. On verra le sentiment de *Neuron* sur cette matière de la vision simple & double dans la question 15^e à la fin de son *Optique*. *Kpler* a remarqué dans sa *Dioptrique* (prop. 62) que l'union supposée & continue des nerfs depuis les deux rétines jusqu'au cerveau est contraire à l'apparence double d'un objet. Parce que si les fibres des nerfs étoient ainsi unies dans

Opinion sur
la cause de la
double vision.

cet endroit là , nous ne verrions jamais l'objet double. Voyez aussi *Dechalet Cours Math. tom. 3 , p. 410 , 2^e édition.*

Sur l'art. 138.

16. Dans cet article , pour ne pas ennuyer les Lecteurs qui ne sont pas préoccupés des opinions communes , je n'ai donné qu'une idée abrégée du résultat de mes pensées & de mes opinions sur la distance apparence. Mais comme ce sujet n'a jamais été bien traité & qu'il est absolument nécessaire d'en développer clairement les principes & de les établir solidement , j'ai cru qu'il seroit à propos d'entrer ici dans un plus grand détail. J'ai remarqué que par une grande quantité d'expériences faites avec des verres de toutes les espèces , on a toujours trouvé qu'un objet paroïssoit s'approcher pendant que sa grandeur apparente croissoit , soit en faisant mouvoir le verre , l'œil ou l'objet , en avant ou en arrière ; & qu'il paroïssoit toujours s'éloigner à mesure que sa grandeur apparente décroissoit ; précisément comme dans la vision avec l'œil nud. Quelques expériences des plus simples prouveront de reste cette vérité.

Soit une lentille concave arrêtée entre votre œil & des objets éloignés ;
 1^{re}. Exper. si vous éloignez l'œil de la lentille en reculant , (l'autre œil étant fermé)
 avec une len- les grandeurs apparentes des objets diminueront continuellement & leurs
 tille concave distances apparentes croîtront continuellement ; le contraire arrivera lorsque
 en repos. votre œil s'approchera de la lentille.

Si votre œil est fixe & qu'on en éloigne peu à peu la lentille con-
 2^e. Exper. cave ; les grandeurs apparentes des objets éloignés décroîtront continuel-
 avec une len- lement & leurs distances apparentes croîtront , quand même la lentille
 tille concave feroit portée à mi-chemin vers les objets ; & le contraire arrivera lorsque
 en mouve- la lentille sera portée vers votre œil.

Si l'on emploie un miroir convexe à la place d'une lentille concave , les
 3^e. Exper. grandeurs & distances apparentes des objets éloignés , qui sont à côté der-
 avec un mi- rière vous ou celles de votre propre visage , varieront aussi réciproquement ,
 roir convexe. comme dans les deux expériences précédentes.

Arrêtez maintenant une lentille convexe entre votre œil & quelques objets
 4^e. Exper. éloignés , & votre œil étant d'abord presque contigu avec la lentille , &
 avec une len- ensuite s'en écartant , les grandeurs apparentes des objets croîtront conti-
 tille convexe nuelement , & leurs distances apparentes diminueront tant que les objets
 en repos. paroîtront droits ; & lorsqu'ils auront paru renversés , si l'œil s'éloigne
 encore du verre , leurs grandeurs apparentes décroîtront continuellement &
 leurs distances apparentes croîtront.

Si votre œil est arrêté , & que la lentille convexe lui soit appliquée fort
 5^e. Exper. proche , qu'ensuite on l'écarte peu à peu , les grandeurs apparentes & les
 avec un verre distances des objets éloignés seront en correspondance réciproque & dans
 convexe en le même ordre que ci-devant ; même lorsque la lentille sera à mi-chemin
 mouvement. vers les objets.

Si l'on emploie un miroir concave d'une grande sphère à la place de
 6^e. Exper. cette lentille convexe ; les grandeurs apparentes & les distances des objets
 avec un mi- éloignés placés à côté & par derrière ou celles de votre propre visage ,
 roir concave. varieront toujours réciproquement les unes à l'égard des autres. On peut
 voir dans les art. 106 & 110 la raison de ces variations de la grandeur
 apparente ; & les variations correspondantes des distances apparentes sont
 des faits , dont nous allons donner une raison qui a lieu dans tous
 les cas.

Il faut d'abord observer que pendant que la grandeur apparente varie plus vite ou plus lentement, la distance apparente varie aussi plus vite ou plus lentement, comme on le voit clairement en faisant mouvoir l'œil ou le verre plus vite ou plus lentement, ou en employant des verres qui soient des portions de sphères plus petites ou plus grandes. On observe même dans les miroirs plans les variations lentes des grandeurs & des distances apparentes; sur-tout lorsqu'on fait attention aux petites parties des objets à mesure qu'ils paroissent s'éloigner de nous; autrement l'imagination supplée à la grandeur que les sens ne peuvent pas découvrir. Mais si le plan du miroir n'est pas parfait, il rendra les objets tortus à de grandes distances & il augmentera peu à peu leurs grandeurs apparentes, ce qui nous jettera dans l'erreur.

17. On remarque aussi dans toutes ces expériences, que lorsque l'œil & le verre sont contigus, les grandeurs apparentes & les distances de tous les objets, sont les mêmes qu'à l'œil nud, & que l'œil & le verre étant séparés, la distance apparente varie réciproquement en même proportion que la grandeur apparente, c'est-à-dire, que lorsque l'une devient double ou triple, l'autre devient la moitié ou le tiers respectivement, autant que les sens peuvent le distinguer. C'est ce que tout le monde peut éprouver. En comparant les apparences des mêmes objets vus d'un œil à travers la lentille & à côté avec l'œil nud.

Ainsi la distance apparente est en raison réciproque de la grandeur apparente.

18. Il est vrai que le sens de la vue seule ne peut pas déterminer exactement ces raisons des distances ou des grandeurs apparentes, de manière à les exprimer par de grands nombres; & par conséquent une règle générale dérivée des raisons & des expériences les plus simples, est plus utile & plus nécessaire pour conduire nos recherches dans des cas plus compliqués & pour examiner combien les apparences des objets & les causes qu'on en donne s'accordent en quantité les unes avec les autres. Car comme c'est là le moyen le plus sûr & le meilleur pour distinguer les vraies causes de celles qui sont fausses, c'est aussi principalement pour l'avoir négligé communément, qu'on est tombé dans de si grandes erreurs en Physique.

Usage de ce principe général.

19. Les distances apparentes des objets vus clairement par l'œil nud sont inaltérables par la force de l'imagination, & par conséquent étant déterminées en elles-mêmes, elles ont des rapports déterminés les unes avec les autres & des causes déterminées. Ceux qui regardent dans les verres, sont convaincus de la même chose. Car on voit clairement par l'expérience suivante, que tous les hommes s'accordent dans leurs jugements sur la mesure des distances apparentes dans les verres. Je me souviens fort bien que différentes personnes s'étant efforcées de lire une gazette à une grande distance avec un télescope de réflexion de Mr. Gregory, je leur demandai à chacun en particulier, combien ils croyoient que ce télescope approchoit cet objet; si c'étoit aussi près que mon visage paroissoit l'être de leur œil nud, lorsque je me plaçois devant eux, à côté des rayons visuels qui venoient de la gazette, & m'éloignant ou m'approchant d'eux selon qu'ils me le prescrivoient, jusqu'à ce qu'ils vinssent à juger que les deux objets paroissent à égales distances & à côté l'un de l'autre. En marquant ainsi les diverses stations où ils me réduisoient, je trouvois que les différences en étoient fort petites, même dans cette expérience grossière; quoique les objets fussent de différente espèce, & les spectateurs de différents âges; quelques-uns d'entr'eux

Certitude du fondement sur lequel il est appuyé.

étant encore enfants. Donc puisque ces jugemens déterminés ont des causes déterminées, on peut les mesurer avec la même certitude avec quoi on mesure leurs causes.

Raison de ce principe.

20. Cette liaison constante & régulière entre les quantités des grandeurs & des distances apparentes étant un fait certain, il ne reste plus qu'à en chercher la cause. En rapportant les expériences précédentes, j'ai supposé que les objets étoient fort éloignés; ce n'est pas qu'elles ne réussissent également lorsqu'ils sont plus proches, mais c'est que ces expériences en sont un peu plus simples & plus claires lorsque les objets sont éloignés, & aussi parce que l'œil peut saisir un plus grand système d'objets éloignés dans toutes les situations obliques & directes par rapport aux rayons visuels. Or puisque tout le monde convient qu'à la première vue de ces objets par une lentille concave, ils paroissent tous petits exactement de la même manière que si on les voyoit avec l'œil nud à une plus grande distance; il est clair que cette apparence plus petite excite dans nous l'idée ordinaire de cette grande distance, qui a toujours été liée avec la première par l'expérience que nous en avons depuis notre enfance (art. 135). Il en est de même de l'apparence plus grande ou plus proche des objets vus par un verre convexe ou dans un miroir concave. Je prouverai dans un plus grand détail la solution générale de ces phénomènes dans une remarque sur l'art. 148. Je vais à présent examiner les opinions communes des Auteurs sur cette matière.

Explication d'un cas difficile de la distance apparente proposé par le Docteur Barrow.

21. La fameuse difficulté qui a si fort embarrassé le Dr. Barrow, étoit l'explication de la distance apparente d'un objet vu comme dans nos 4^e. 5^e. & 6^e. expériences, c'est-à-dire, dans le cas où les rayons tombent convergens sur l'œil vers une image qui est derrière lui. Cette difficulté vient naturellement d'un principe reçu généralement en Optique, qui est qu'un objet vu par réflexion & par réfraction paroît toujours dans le lieu de son image d'où les rayons sont divergens sur l'œil. Mais ce principe quoique d'accord avec l'expérience dans deux ou trois cas ordinaires, lui est entièrement contraire dans tous les autres cas, mais non pas aussi clairement que dans celui que le Docteur propose en ces termes :

Hac sunt, quæ circa partem Opticæ præcipuè mathematicam dicenda mihi suggestit meditatio. Circà reliquas (quæ φυσικοπειρῆς sunt, adeoque sapiusculæ pro certis principiis plausibiles conjecturas venditare necessum habent) nihil fere quicquam admodum verisimile succurrit, à per vulgatis (ab iis, inquam, quæ Keplerus, Scheinerus, Cartesius, & post illos alii tradiderunt) alienum aut diversum. Atqui tacere malo, quam toties oblatam cramben reponere. Proinde receptrui cano; nec ità tamen ut prorsus discedam anteaquam improbam quandam difficultatem (pro sinceritate quam & vobis & veritati debeo minime dissimulandam) in medium protulerò, quæ doctrina nostræ, hætenus inculcata, se objicit adversam, ab ea saltem nullam admittit solutionem. Illa, breviter, talis est: lenti vel speculo cavo EBF exponatur punctum visibile A , ita distans ut radii ex A manantes, ex inflexione versùs axem AB cogantur. Sitque radiationis limes (seu puncti A imago, qualem suprà passim statuimus) punctum Z . Inter hoc autem & inflectentis verticem B usquam positus concipiatur oculus. Queri jam potest ubi loci debeat punctum A apparere? Retorsum ad punctum Z videri non fert natura (cum omnis impressio sensum afficiens proveniat à partibus A) ac experientia reclamat. Nostris autem e placitis consequi vido-

Fig. 105.

tur, ipsum ad partes anticas apparens, ab intervallo longissime distito, (quod & maximum sensibile quod vis intervallum quodam modo exsuperet) apparere. Cum enim quo radiis minus divergentibus attingitur objectum, eo (seclusis utique prænotionibus & præjudiciis) longius abesse sentiatur; & quod parallelos ad oculum radios projicit, remotissime positum aestimetur. Exigere ratio videtur, ut quod convergentibus radiis apprehenditur, adhuc magis, si fieri posset, quoad apparentiam elongetur. Quin & circa casum hunc generatim inquiri possit, quidnam omnino sit, quod apparentem puncti *A* locum determinet, faciatque quod constanti rationi nunc propius, nunc remotius appareat? Cui isidem dubio, nihil quicquam ex hæcenus dictorum Analogia, responderi posse videtur, nisi debere punctum *A* perpetuo longissime semotum videri. Verum experientia secus attestatur, illud pro diversa oculi inter puncta *B*, *Z*, positione variè distans, nunquam fere (si unquam) longinquius ipso *A* libere spectato, subinde vero multo propinquius apparere; quin imo, quo oculum appellentes radii magis convergunt eo speciem objecti propius accedere. Nempè, si puncto *B* admoveatur oculus, suo (ad lentem) fere nativo in loco conspicitur punctum *A* (vel aque distans, ad speculum;) ad *O* reductus oculus ejusce speciem appropinquantem cernit; ad *P* adhuc vicinius ipsum existimat; ac ita sensim; donec alicubi tandem, velut ad *Q*, constituto oculo objectum summe propinquum apparens, in meram confusionem incipiat evanescere. Quæ sane cuncta rationibus atque decretis nostris repugnare videntur, aut cum iis saltem parum amice conspirant. Neque nostram tantum sententiam pulsant hoc experimentum; at ex aquo ceteras quas norim omnes, veterem imprimis ac vulgatam, nostra præ reliquis affinem, ita convellere videtur, ut ejus vi coactus doctissimus *A. Tacquetus* isti principio (cui pene soli rotam inædificaverat Catoptricam suam) ceu infido ac inconstanti renunciaret, adeoque suam ipse doctrinam labefactaret; id tamen, opinor, minime facturus, si rem totam inspexisset penitius, atque difficultatis fundum attigisset. Apud me verò non ita pollet hæc, nec eousque præpollebit ulla difficultas, ut ab iis; quæ manifeste rationi consentanea video, discedam; præsertim quum, ut hic accidit, ejus modi difficultas in singulari cujuspiam casus disparitate fundetur. Nimirum in præsentè casu peculiare quiddam, natura subtilitati involutum, delitescit, agre fortassis, nisi perfectius explorato videndi modo, detegendum. Circa quod nil, fateor, hæcenus excogitare potui, quod adblandiretur animo meo, nedum plane satisfaceret. Vobis itaque notam hunc, vinam feliciore conatu, resolvendum committo.

22. La manière dont le Dr. Barrovv propose cette difficulté si contraire à sa propre théorie, marque bien son amour pour la vérité. L'ancien principe dont il parle & qui a été suivi par *Euclide*, *Alhazen*, *Tacquet*, & presque par tous ceux qui ont écrit sur l'Optique, est celui-ci. Tout point visible d'un objet paroît dans l'intersection du rayon visuel réfléchi ou rompu & prolongé, & d'une ligne menée par le point visible perpendiculairement à la surface réfléchissante ou réfringente, soit qu'elle soit plane ou sphérique. Cette intersection se confond toujours avec notre image du point visible dans un miroir plan & même dans les réflexions & réfractions sur les surfaces planes & sphériques, pourvu que l'angle d'incidence soit fort petit comme il l'est communément. Mais quelle que soit la grandeur de l'angle d'incidence, le principe du Dr. Barrovv est que le point visible paroît par réflexion ou par réfraction dans un certain point, d'où les rayons d'un pinceau délié qui doivent entrer dans la prunelle, sont divergents.

Comparaison
de son principe
avec l'ancien.

Ce point dans la rigueur géométrique est toujours un point de la caustique formée par les réflexions ou réfractions de tous les rayons qui viennent du point visible (art. 154) : & par conséquent il diffère totalement du lieu de notre image , lorsque l'œil est loin de l'axe de la caustique , c'est-à-dire , lorsque l'angle d'incidence est grand ; mais il se confond presque avec lui lorsque l'œil est proche de l'axe, comme dans les expériences dont on vient de parler.

L'expérience
des lentilles
fait voir qu'ils
sont tous deux
insuffisants.

Fig. 106.

23. Ce sçavant Auteur dans la partie mathématique de ses leçons , a beaucoup étendu les limites de l'Optique ; mais il paroît avoir échoué dans la partie physique , dont le but principal étoit de déterminer le lieu apparent ou la distance d'un objet d'une manière générale & plus exactement que par l'ancien principe reçu. La raison de ce défaut & par conséquent de la fausseté de ces deux principes , me paroît fort claire par les expériences suivantes. Tenez une lentille concave fort proche de votre œil , vous trouverez d'abord que cet oculaire concave ne change pas sensiblement la distance apparente de l'objet. Vous en ferez convaincu, si vous faites glisser l'oculaire de tous les côtés de votre œil alternativement pendant qu'il sera arrêté à une distance donnée de l'objectif convexe. Or si la distance Bb du foyer de cet oculaire concave est moindre que la distance du foyer de l'objectif A ; les rayons qui viennent d'un point Q d'un objet éloigné , & qui après s'être rompus dans l'objectif A , sont convergents vers un point q , étant interceptés & rompus par l'oculaire B , tomberont sur l'œil divergents du point k ; pourvu que l'intervalle des verres A, B soit assez petit pour que le principal foyer b de l'oculaire concave B , tombe entre ce point & l'image q (art. 48). Il est donc clair que l'objet paroît à une seule & même distance , soit qu'il soit vu par des rayons divergents de la dernière image k ou convergents vers la première image q , lorsqu'on a ôté l'oculaire , & que par conséquent la distance apparente de l'objet n'a aucune dépendance du lieu de ses images. Car on peut toujours varier ces expériences à volonté , en appliquant différents verres , soit concaves ou convexes à l'œil placé en B , & la distance apparente sera toujours la même que s'ils n'y étoient pas. Et en retirant votre œil & l'oculaire en arrière vers l'image q , pendant que le principal foyer b s'approche de q & passe dessus , la seconde image k s'éloigne à une distance infinie & ensuite reprend un chemin contraire de cette distance infinie derrière l'œil (art. 48). Cependant durant tout ce mouvement la distance apparente varie exactement dans la même proportion que dans l'expérience du Dr. Barrow lorsque les rayons tomboient convergents sur son œil nud vers une image fixe q . Ce qui fait voir clairement que son principe de la divergence des rayons , n'a aucun rapport avec la distance apparente , du moins par rapport à un œil seul.

Et avec un
miroir.

24. Des expériences semblables faites sur les objets vus dans un miroir ordinaire , font voir que les verres concaves ou convexes , tenus proche de l'œil n'altèrent pas les distances apparentes des objets ; quoique la dernière image ou le lieu d'où les rayons sont divergents sur l'œil , ou vers lequel ils sont convergents , après avoir passé par différents oculaires , soit variée à volonté. Par où il m'est évident qu'aucun Auteur que j'aie vu , n'a donné la vraie raison de la distance apparente d'un objet vu dans un miroir ordinaire. Voyez l'art. 146 , & la remarque sur cet article.

25. Voici

25. Voici ce qui les a trompés. Ils ont vu par expérience que le lieu apparent d'un objet vu dans un miroir plan, est autant derrière la glace que l'objet réel est par devant; ils ont aussi trouvé par les loix connues de la réflexion, que les rayons tombent divergents sur l'œil comme s'ils venoient de cet endroit là (art. 23). Du concours de ces deux faits (dans ce cas & dans un autre semblable lorsqu'on voit des objets sous l'eau, art. 146, qui sont plus communs que les autres cas) il ont conclu trop précipitamment que la divergence des rayons visuels depuis le lieu de l'image d'un objet, est la cause de ce qu'il paroît dans ce lieu, & que par conséquent la même cause doit avoir lieu dans la vision par réflexion & par réfraction sur les surfaces sphériques. Mais ce principe étant faux même dans ce cas le plus simple des miroirs plans, comme je l'ai fait voir ci-devant, il n'est pas surprenant qu'on y ait trouvé tant de difficultés dans les cas les plus composés, tels que ceux qui ont été observés par le Dr. Barrow, Gregory, Tacquet, Molyneux & par tous les meilleurs Auteurs.

Origine de
ce faux prin-
cipe.

26. Mais on n'a pas encore observé l'erreur fondamentale. Ceux qui se servent de lunettes & de verres concaves pour corriger les défauts de leurs yeux, voient les objets à travers très-distinctement; il en est de même de ceux qui n'ont pas les mêmes défauts; pourvu que les convexités & les concavités de ces verres ne soient pas trop grandes. Or lorsqu'ils approchent les verres de leurs yeux autant qu'ils peuvent, tous les objets leur paroissent à fort peu près de la même grandeur & à la même distance qu'avec l'œil nud (art. 117). Mais alors les rayons des pinceaux ne viennent pas divergents sur l'œil du lieu de l'objet, mais ils viennent comme s'ils avoient traversé le concave en ligne droite depuis un lieu beaucoup plus proche, ou comme s'ils avoient traversé le convexe depuis un lieu beaucoup plus éloigné que celui de l'objet, ou même s'ils avoient été convergents vers un endroit placé derrière l'œil. Et cependant l'objet paroît toujours dans sa place ordinaire. Par conséquent la divergence des rayons sur l'œil nud depuis cette place réelle, ne peut pas être la cause de ce que l'objet y paroît. Nous ne sommes pas à la vérité certains que l'objet paroisse dans cet endroit là, mais seulement aux environs, lorsqu'il est près de nous. Mais lorsque nous regardons des objets fort éloignés, il est évident qu'ils ne paroissent pas même à l'œil nud dans l'endroit & dans la position que nous leur connoissons d'ailleurs; mais quelquefois plus proches & d'autres fois plus éloignés. Vous en trouverez des exemples dans cet art. 138, dans les art. 158 jusqu'à 163 & dans les art. 169, 170 & dans les remarques sur cet article. Ainsi en raisonnant analytiquement par les observations & par les expériences, il m'est évident que la divergence des rayons qui viennent d'un objet dans une place, n'est pas la cause de son lieu apparent même à l'œil nud.

Il n'est pas
vrai dans la
vision à l'œil
nud.

27. A cette occasion je ne dois pas oublier que ce principe reçu a été rejeté (sur la preuve de son insuffisance par des arguments *à priori*) par l'ingénieur & savant Auteur de *l'essai* qui vient de paroître sur une nouvelle théorie de la vision, lorsqu'il traite de la manière dont nous percevons par la vue, la distance & la situation des objets : ouvrage très-amusant & très-utile à ceux qui ont les connoissances requises pour l'approfondir. Si cet habile homme, que j'estime infiniment, avoit jugé à propos de faire quelques expériences avec des verres, ou d'en tirer des conséquen-

Autre ré-
futation par
la nouvelle
théorie du
Dr. Berkeley
Sect. 13.

ces géométriques avec les secours que son génie lui fournissoit, je suis persuadé qu'il auroit trouvé bien des raisons pour rejeter un ou deux autres principes qu'il a substitués à celui-ci, & que je ne puis pas me dispenser d'examiner pour remplir le projet que j'ai formé d'établir cette science sur les fondements les plus solides.

Ayant réfuté la divergence des rayons que les sens ne sçauroient appercevoir, examinons maintenant les degrés de la confusion apparente qui résultent souvent des différentes divergences. Car comme on s'aperçoit avec certitude de la confusion, on peut avec raison conjecturer qu'elle a quelque influence sur notre ame dans les jugements qu'elle forme de la distance; en employant l'argument suivant de l'Auteur ingénieux qu'on vient de citer.

Son nouveau
principe par
la confusion
apparente in-
dique la dis-
tance.

Seçt. 21.

Et c'est l'oc-
casion des ju-
gements qu'on
attribue aux
rayons diver-
gents.

Seçt. 22.

Et il fait
voir que ce
principe s'ac-
corde avec le
cas difficile du
Dr. Barrow.

Seçt. 31.

Fig. 105.

28. Un objet placé à une certaine distance de l'œil, avec laquelle la largeur de la prunelle a une proportion considérable, venant à s'approcher, est vu plus confusément: & plus on l'approche, plus l'apparente est confuse. Ce qui se trouvant constamment vrai, il en résulte dans l'esprit une liaison habituelle entre la distance & les divers degrés de confusion; la plus grande confusion emporte la moindre distance & la moindre confusion emporte la plus grande distance de l'objet.

29. Cette apparence confuse de l'objet paroît donc être le milieu par lequel notre ame juge de la distance dans tous les cas, ou les meilleurs écrivains d'optique ont crû qu'elle en jugeoit par la différente divergence avec laquelle les rayons qui viennent d'un point lumineux tombent sur la prunelle. Je crois que personne ne prétend voir, ni sentir ces angles imaginaires que les rayons sont supposés former entr'eux sur leurs yeux par leurs diverses inclinaisons. Mais on ne peut pas manquer de s'apercevoir si un objet paroît plus ou moins confus. Il s'ensuit donc évidemment de ce qui a été démontré (*remarque 27 précédente. sect. 13 de l'essai de Berkeley*) qu'au lieu de la divergence plus ou moins grande des rayons, notre ame fait usage de l'apparence plus ou moins confuse pour déterminer le lieu apparent d'un objet.

30. Voyons maintenant l'accord de l'expérience du Dr. Barrow avec notre principe. Plus l'œil est placé proche du point B dans la figur. 105, plus l'apparence de l'objet est distincte. Mais à mesure qu'il s'écarte en O, elle devient plus confuse & en P elle l'est encore plus & ainsi de suite jusqu'à ce que l'œil étant réculé en Z voie l'objet dans la plus grande confusion. Donc (par la remarque 28) l'objet doit paroître s'approcher peu à peu de l'œil, à mesure qu'il s'éloigne du point B, c'est-à-dire, qu'en O (en conséquence du principe établi dans cette remarque) il doit paroître plus proche qu'il ne paroïssoit en B, & en P plus proche qu'en O, en Q plus proche qu'en P & ainsi de suite jusqu'à disparaître en Z. Ce qui est un fait que tout homme peut vérifier.

Le Dr. Berkeley observe de plus (sect. 36) que quoique la confusion des objets proches, vus à l'œil nud, résulte d'une divergence trop grande des rayons, & que dans l'expérience du Dr. Barrow elle résulte de leur convergence; cependant les degrés égaux de confusion produits par ces deux voies contraires, ont le même effet sur notre ame. Car, dit-il, l'œil, ou pour parler plus exactement, notre ame n'appercevant que la confusion en elle-même, sans faire attention à la cause d'où elle procède, lie conf-

tamment le même degré de distance au même degré de confusion. Peu importe que cette confusion lui soit occasionnée par des rayons convergents ou divergents. D'où il suit que l'œil regardant l'objet Z au travers du verre QS (qui par la réfraction rend les rayons ZQ, ZS &c. convergents) le juge dans la même proximité, à laquelle s'il étoit placé, il porteroit à l'œil des rayons divergents au degré requis pour produire la même confusion qui est produite maintenant par les rayons convergents, c'est-à-dire, qu'ils couvriroient une portion de la rétine égale à DC, le foyer F étant de l'autre côté par la convergence. Mais cela doit s'entendre (pour me servir de l'expression du Dr. Barrow) *seclusis prænotionibus & præjudiciis*, faisant abstraction de toutes les autres circonstances de la vision, telles que la figure, la grandeur, la pâleur &c. des objets visibles; tout cela concourant ordinairement à former notre idée de la distance : notre ame ayant observé par une expérience fréquente que leurs différents degrés ou espèces sont liés avec les diverses distances. C'est ainsi que s'exprime le Dr. Berkeley.

Fig. 107.

31. En supposant ce principe vrai, que la distance apparente (ou l'idée de la distance) nous vient de la confusion apparente ; je suis entièrement d'accord avec cet Auteur dans cette partie de sa conclusion, que l'œil voyant l'objet à travers le verre, le juge dans la même proximité où il seroit placé s'il portoit à l'œil des rayons divergents au degré requis pour produire la même confusion, qui est produite maintenant par les rayons convergents. Cette conséquence suit naturellement du principe. Mais elle fait voir en même tems qu'un objet qui n'est vu qu'un peu confus dans les verres, doit toujours y paroître à un pied ou deux de distance de l'œil tout au plus. Parce que la plupart des hommes ne voient à l'œil nud que peu ou point de confusion dans les objets placés à ces distances, ou même à des distances beaucoup moindres. Mais dans l'expérience du Dr. Barrow les objets paroissent confus à tous les degrés de distance apparente, qui n'excèdent pas la distance apparente à l'œil nud. Car l'objet étant placé en quelque endroit que ce soit au-delà du foyer du verre, paroitra confus quoique l'œil touche le verre, parce que les rayons tombent convergents sur l'œil, & si l'on éloigne l'objet peu à peu du verre, ou ce qui revient au même, si l'œil & le verre unis ensemble, s'éloignent peu à peu de l'objet, la confusion augmentera avec la distance apparente, (art. 48) laquelle est toujours la même à fort peu près qu'elle auroit été à l'œil nud s'il avoit reculé de même (art. 117). Et si l'on emploie des verres de différentes convexités très-proches de l'œil, on pourra altérer à volonté la confusion apparente, sans altérer la distance réelle ni la distance apparente. Il s'ensuit donc par le désaccord de ces apparences avec la conclusion précédente, que ce principe est par lui-même insuffisant, & que par conséquent l'accord qui se trouve entre la confusion & la plus grande proximité, lorsque l'œil s'écarte du verre, est purement accidentel par rapport à la confusion, & qu'il vient nécessairement de la grandeur apparente qui augmente avec la confusion.

Mais il ne s'accorde pas avec l'expérience du Dr. Barrow quant à la quantité de la distance apparente.

32. De plus, approchez de votre œil un oculaire concave d'un foyer beaucoup plus court que celui de la lentille convexe dont vous vous êtes servi dans la dernière expérience, & l'objet vous paroitra confus par ces deux verres, à cause de la trop grande divergence des rayons qui tom-

Ni avec la même expérience faite avec un oculaire concave, Fig. 106,

bent sur l'œil. Mais pendant que vous écarterez peu à peu ces verres l'un de l'autre, la confusion diminuera jusqu'à disparaître, & ensuite elle augmentera de nouveau pendant que la distance apparente de l'objet diminuera continuellement. La raison de ces variations de confusion, paroît clairement par le mouvement de la seconde image k , dans la remarque 23 & elle sera bientôt expliquée plus au long dans la remarque 34.

Digression
sur l'usage des
lunettes sans
tuyaux.

33. Cette expérience fait voir, en passant, qu'on peut employer d'assez longues lunettes sans tuyau. Il suffit de tenir le haut de votre canne avec l'oculaire d'une main & l'autre bout avec l'objectif de l'autre main. Faites glisser ensuite cet objectif à la distance convenable, que vous trouverez bientôt par expérience, en cherchant à voir les objets très-distinctement. Vous pouvez de cette manière employer les verres d'une lunette aussi longue que votre bras, comme je le fais souvent lorsque je les porte avec moi. Mais pour avoir une apparence plus claire des objets, il est bon d'avoir un objectif plus large que ceux que l'on enferme communément dans les tubes.

Ni avec d'au-
tres expériences
faites avec
un oculaire
convexe.

34. Mais pour revenir. Si vous renversez l'ordre des verres, c'est-à-dire, si vous tenez la lentille convexe contre votre œil & que la distance de son foyer soit un peu plus grande que celle de la lentille concave ou du miroir convexe, dont on s'est servi dans les trois premières expériences (remarque 16); en les répétant encore avec cet oculaire convexe, vous trouverez les mêmes variations de la distance apparente & de la grandeur que lorsqu'il n'y a point d'oculaire (art. 117), cependant la confusion apparente & la distance croissent toujours ou décroissent toutes deux ensemble. Ce qui est contraire au principe de la confusion. Voici la raison de ces variations de confusion. Soit l'objectif concave en A , l'objet éloigné en Q , son image formée par ce concave en q , d'où les rayons tombent divergents sur l'oculaire convexe B ; & soit la seconde image formée par ce verre en k , d'où les rayons sont divergents ou vers laquelle ils sont convergents en tombant sur l'œil en B . Or puisque la distance Bb du foyer de l'oculaire convexe B est supposée plus grande que Aq ; il s'ensuit que lorsque les verres sont proches l'un de l'autre, l'image q est plus proche de l'oculaire B que son principal foyer b ; & alors les rayons tombent divergents sur l'œil comme s'ils venoient de l'image k & la vision sera distincte si k n'est pas trop proche de l'œil. Mais pendant que l'on sépare les verres l'un de l'autre & que l'intervalle qb décroît jusqu'à zero & qu'ensuite il devient négatif, la distance Bk augmente à l'infini, devient ensuite négative & décroît de l'autre côté de l'œil (art. 48), & par conséquent à mesure que les rayons tombent de plus en plus convergents sur l'œil, la confusion augmente, pendant que la distance apparente diminue (remarque 16) comme il arrive sans l'oculaire (art. 117).

Réponse à
une objec-
tion.

35. Mais cela doit s'entendre en faisant abstraction de toutes les autres circonstances de la vision, telles que la figure, la grandeur, la couleur pâle &c. des objets visibles, comme s'exprime l'Auteur (remarque 30). Je réponds que lorsqu'un objet donné fixe est vu successivement par différents oculaires contigus à l'œil & à une distance fixe de l'objectif, la figure, la grandeur & la couleur pâle de l'objet ne sont pas sensiblement altérées par les différents oculaires & que même la confusion quoique fort sensiblement altérée & même réduite à la distinction, ne produit point d'altération

Fig. 108.

senfible dans la distance apparente de l'objet dans aucune de mes expériences.

36. Il me paroît par ces expériences & par plusieurs autres que j'ai faites, que la confusion apparente n'indique pas la proximité ni aucune distance. La raison en est peut-être que la plupart des enfants & des jeunes gens n'apperçoivent aucune confusion dans les objets qui sont proches ; parce que communément ils ont les yeux attachés à leurs lettres lorsqu'ils apprennent à lire ou à écrire , leurs yeux étant alors comme les autres parties de leurs corps , plus flexibles que dans la suite ; & par conséquent quoique les objets voisins puissent leur paroître peu à peu plus confus à mesure qu'ils vieillissent , ils s'attachent plutôt à éviter ce défaut qu'à le prendre pour un signe de proximité ; c'est qu'ils n'en ont pas besoin , ayant employé constamment d'autres signes de proximité qui leur ont suffi pour la reconnoître.

Donc la confusion apparente n'indique pas la distance.

37. Mais on prétend que les efforts que l'œil fait pour éviter la confusion , sont des sensations qui suppléent à la confusion pour lui indiquer la proximité (*ibid* *sect.* 17). Je réponds que cette sensation étant un peu douloureuse devroit empêcher les jeunes gens de s'attacher aux objets. Mais puisqu'ils s'y attachent , il paroît qu'ils n'ont pas cette sensation ; ils n'en ont pas non plus besoin pour leur indiquer la proximité , quoique dans la suite ils la ressentent. Car à mesure qu'ils deviennent plus vieux , leurs yeux font des efforts pour éviter la confusion , ou pour r'avoir la distinction ordinaire & la perception des moindres parties d'un objet ; & ces perceptions ordinaires ne suffisent-elles pas pour leur donner l'idée ordinaire de la proximité ? Lorsque ces efforts leur deviennent inutiles , ils sont forcés de se servir de lunettes , & par leur moyen les anciennes idées liées ensemble , de distinction , de grandeur & de proximité , se réveillent dans leur esprit. Les petits objets vus à travers des lunettes pour ceux qui en ont besoin , leur paroissent beaucoup plus distincts qu'à l'œil nud , & par conséquent ils devroient leur paroître beaucoup plus éloignés , selon le principe de la confusion ; mais je sçai qu'ils leur paroissent au contraire plus proches , comme cela doit arriver selon la théorie ; parce qu'ils leurs paroissent un peu plus grands , à raison de la petite distance des lunettes aux yeux.

Non plus que l'effort de l'œil.

38. Enfin pour achever de se convaincre , que la distance apparente ne dépend , ni de la confusion apparente , ni des efforts de l'œil , ni des degrés de clarté & d'obscurité dans l'apparence d'un objet , on peut faire l'expérience suivante. Pour éviter la confusion & les efforts de l'œil , faites un petit trou avec une épingle dans une carte , ou dans un papier & l'ayant appliqué très-proche de l'œil , répétez chacune des expériences précédentes & vous trouverez que les objets vous paroîtront toujours distincts , même lorsque les rayons seront convergents vers votre œil , & que cependant les degrés de distance apparente , continueront d'être les mêmes qu'auparavant & qu'ils seront seulement un peu plus déterminés ; parce que les grandeurs apparentes seront alors déterminées plus précisément par des lignes extérieures plus distinctes. (*art.* 117). Il vaut mieux regarder les objets hors de la chambre , parce qu'ils éclairent plus fortement que ceux qui sont en dedans & qu'ils paroissent plus clairement par un petit trou. Or en faisant glisser le trou d'un côté à l'autre de la prunelle , & en le rétablissant alternativement , pendant que l'œil , l'objet & le verre sont fixes ; vous ne pourrez pas vous assu-

Non plus que la faiblesse d'apparence apperçue par un trou fait avec une épingle.

rer d'aucune altération sensible dans leurs distances apparentes, quoique le degré de distinction & de clarté soit beaucoup altéré. La même chose a lieu lorsqu'on se sert du petit trou sans aucun verre, parce qu'étant joint à l'œil, il n'altère pas sensiblement les grandeurs apparentes des objets placés à des distances quelconques, quoiqu'il fasse paroître distinctement les objets qui sont fort proches.

On par des
ouvertures
plus petites
des téléscop-
es.

39. De même si l'on varie l'ouverture de l'objectif d'un télescope, en le couvrant successivement avec des cercles de papier dont les trous au centre soient de grandeurs fort différentes; on sçait fort bien que la clarté apparente d'un objet donné varie à proportion de ces ouvertures; mais la distance apparente ne varie pas pour cela, tant qu'on emploie le même oculaire. Que si on lui substitue un oculaire d'un foyer plus court, la distance apparente de l'objet diminue quoique l'obscurité augmente (art. 348). On peut éprouver cela fort exactement de la manière que nous l'avons dit dans la remarque 19^e. On voit donc que l'augmentation de la grandeur apparente est l'indice de la plus grande proximité malgré l'obscurité, parce qu'il n'y a que cela qui soit sensiblement altéré.

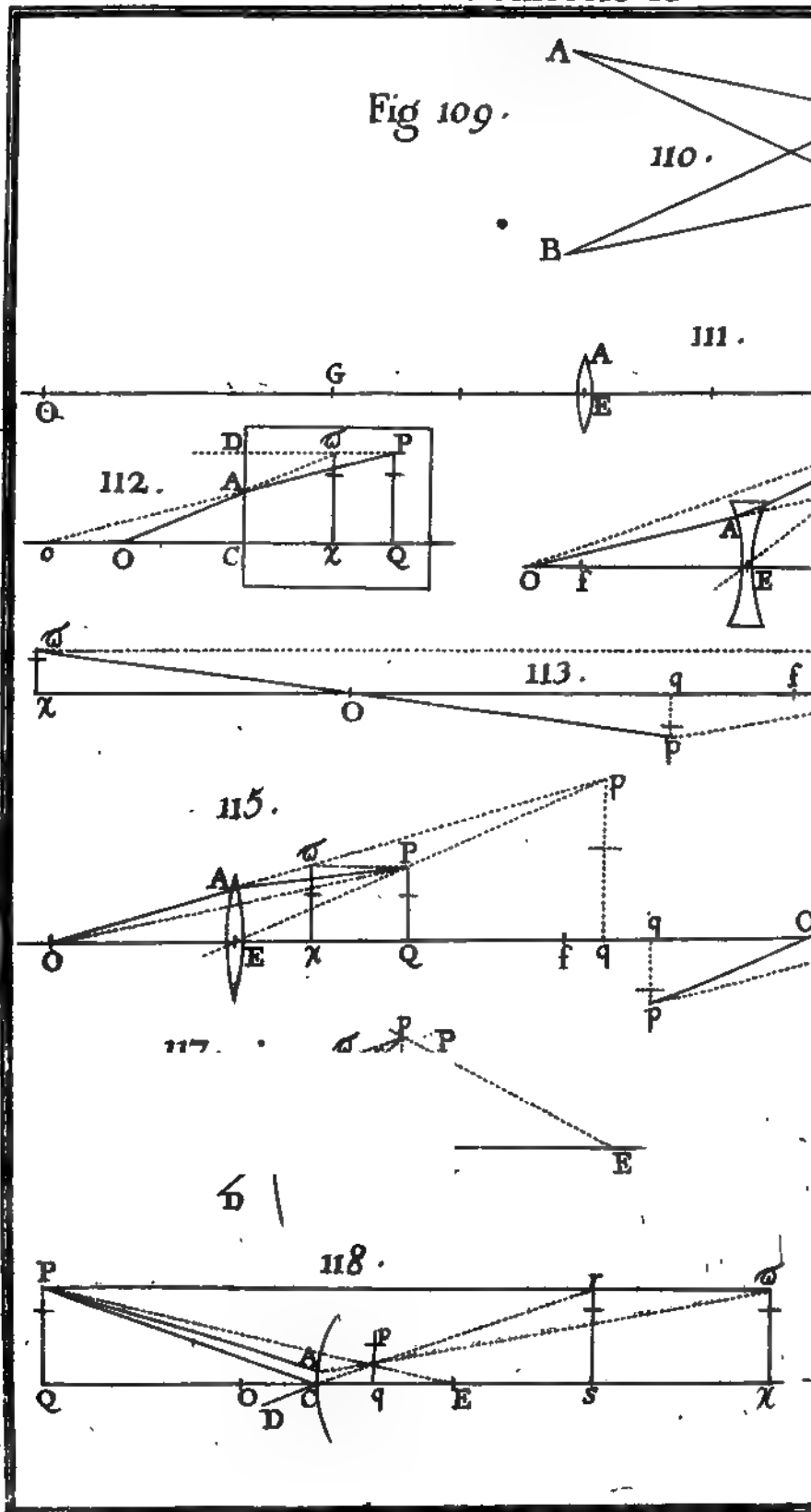
Conclusion
générale.

40. D'où je conclus par l'induction de toutes les particularités de ces expériences (pour ne dire rien de plus) que la distance apparente d'un système donné d'objets connus, vus par des verres, à la campagne ou dans un lieu spacieux où l'imagination a assez d'espace pour agir (*Voyez les remarques sur l'art. 151*) nous est indiquée principalement ou uniquement par sa grandeur apparente, quelle que soit la variation de la divergence & de la convergence des rayons, de la distinction & de la confusion, de la clarté & de l'obscurité. Et puisque nos jugements sur les apparences dans les verres, viennent incontestablement de notre expérience dans la vision avec l'œil nud; il s'ensuit que la même conclusion a lieu dans ce dernier cas. Et qu'ainsi ayant découvert cette conclusion par analyse, on peut la prendre dans la synthèse pour un principe propre à expliquer les phénomènes de distance dans les visions de toute espèce; selon la meilleure méthode de raisonner en Physique que notre grand Philosophe prescrit en ces termes dans son Optique quest. 31, p. 380.

Comme dans les Mathématiques, ainsi dans la Physique, la méthode analytique dans la recherche des difficultés, doit toujours précéder la méthode synthétique. Cette analyse consiste à faire des expériences & des observations, & à en tirer des conclusions générales par induction, sans admettre contre ces conclusions aucune objection que celles qui sont tirées des expériences mêmes, ou de quelque autre vérité connue. Car on ne doit pas avoir égard aux hypothèses dans la physique expérimentale. Et quoique les preuves d'induction par les expériences & par les observations ne soient pas des démonstrations des conclusions générales; c'est pourtant le meilleur moyen de parvenir à la connoissance de la nature & cette preuve est d'autant plus forte que l'induction est plus générale. Et si les phénomènes ne donnent aucune exception, on peut regarder la conclusion comme générale. Mais si quelque tems après, les expériences donnent quelque exception, on doit commencer à limiter par-là cette conclusion. Par cette voie d'analyse on peut descendre des quantités composées à leurs parties & des mouvements aux forces qui les produisent, & en général des effets à leurs causes & des causes particulières à celles qui sont plus générales, jusqu'à

Planche 13.

Fig 109.



ce qu'on remonte à la cause la plus générale. Telle est la méthode d'analyse. Mais la synthèse consiste à prendre les causes que l'on a découvertes & établies pour des principes & à expliquer par leur moyen les phénomènes qui en dérivent, ou à prouver la vérité de ces explications. Telles sont les réflexions de *Newton*.

41. Dans l'art. 139 & dans ceux qui suivent, je me suis conduit synthétiquement sur le principe de la grandeur apparente, pour déterminer par ce moyen les distances apparentes des objets vus par réflexion ou par réfraction dans tous les cas. Mais dans les remarques suivantes je parlerai des exceptions à cette détermination générale qui se sont présentées à moi, & je donnerai la raison pour laquelle on doit y avoir égard. Mais à présent je vais donner un peu plus d'étendue à ce principe.

Exceptions auxquelles on doit avoir égard en certains cas.

42. Pour faire voir que les objets ne paroissent pas toujours à l'œil nud dans le lieu réel d'où les rayons sont divergents, mais souvent dans d'autres lieux indiqués par l'imagination selon leurs grandeurs apparentes, j'ai employé les règles de la perspective & de la peinture (art. 136) les plus universellement reçues, qui sont celles ci. 1^o. Il faut diminuer les dimensions des figures des objets donnés à proportion que les objets eux-mêmes sont plus éloignés de l'œil ; de manière que les grandeurs des figures fassent toujours connoître les distances des objets. 2^o. Il faut rendre les contours des figures plus foibles ou plus forts, selon que les objets sont plus ou moins éloignés de l'œil ; & enfin il faut soustraire les moindres parties des petites figures sur-tout à leurs contours & peindre plus légèrement & d'une façon moins déterminée à proportion que les objets sont plus éloignés. Parce que tandis qu'un objet s'éloigne de l'œil, la grandeur apparente du tout & de ses différentes parties décroît continuellement, & son contour n'étant qu'une ligne physique s'affoiblit bientôt & se confond avec les couleurs des objets contigus ; ensuite il disparaît & après lui les petites parties extérieures disparaissent aussi, jusqu'à ce qu'à la fin il ne reste plus que l'apparence des parties les plus massives d'une figure confuse & indéterminée. Or en tout cela, que fait-on, autre chose que diminuer la grandeur apparente du tout & de ses parties ?

Maximes de peinture & de perspective.

43. Mais pour entrer dans un plus grand détail. Si la figure ABCD contient la perspective de l'intérieur d'une longue galerie, vûe de l'un de ses bouts, lorsque l'axe de l'œil est dirigé selon une ligne parallèle à la longueur de la galerie ; & si cet axe coupe le plan de la figure en *o* ; alors par les règles connues de la perspective (voyez l'art 136) les représentations de toutes les lignes qui sont dans la galerie parallèles à l'axe de vision ou à la longueur de la galerie, seront convergentes vers le point *o*, qu'on appelle pour cette raison le centre de la perspective. Telles sont les lignes *Aa*, *Bb*, *Cc*, *Dd* qui représentent les quatre intersections des deux côtés de la galerie avec le plancher & le pavé. Il est donc évident que les représentations de toutes les lignes égales, qui dans la galerie sont perpendiculaires à ces parallèles & qui en sont interceptées ou qui sont comprises entre d'autres parallèles à celles là, diminueront continuellement à mesure qu'elles s'approcheront toujours plus du centre *o*. Ce qui revient au même que si l'on disoit que toutes les dimensions linéaires des représentations d'une rangée quelconque d'objets égaux placés dans la galerie sur chaque ligne parallèle à l'axe de vision, soit sur le pavé sous cet axe ou au plancher en

Description d'une perspective.

Fig. 109.

dessus, ou à l'un de ses côtés, diminuent continuellement à mesure qu'elles s'approchent plus du centre *o*, & par conséquent à mesure qu'elles appartiennent à des objets plus éloignés. Voyez l'art. 156.

Ses effets
sur l'œil.

44. Telles sont les proportions des parties ou des figures d'une perspective ; & en y regardant de près, on trouve que les parties diminuées placées dans toutes les positions tout autour du centre *o*, font le même effet sur notre ame pour lui indiquer la distance de l'œil. De manière que cet effet ne vient nullement d'aucune position particulière des parties les plus petites, placées en dessus ou en dessous, à droite ou à gauche du centre *o* ; mais uniquement de leurs grandeurs. Ce qui est encore plus évident dans les perspectives des petites chambres, des Eglises, & de tous les objets peu profonds, où toutes les plus grandes parties ou figures, quoique tracées presque avec une égale force, nous font paroître pourtant des distances inégales par leurs grandeurs inégales. Tous les Artistes que j'ai consultés m'ont avoué, que les simples lignes extérieures d'une perspective bien exécutée, suffisent pour faire sentir les distances des objets, sur-tout lorsqu'on les regarde seulement d'un œil placé au Point de vûe ; parce que le simple trait des figures suffit pour faire connoître les objets qu'elles représentent. Et alors on aide l'imagination en regardant au travers d'un petit tube ou seulement au travers de la main pliée en forme de tube, pour écarter la vue des parties collatérales du papier qu'on n'a pas encore mises en perspective.

La lumière
& les ombres
d'une perspective.

45. Quant à la disposition de la lumière ou du jour dans une perspective, on la fait souvent aussi forte dans le centre & aux environs que par tout ailleurs & quelque fois même plus forte. Parce que la lumière qui vient de côté & qui tombe également sur les objets représentés, est regardée comme la meilleure, & parce qu'on a besoin d'une lumière plus forte pour distinguer les plus petites figures qui sont proches du centre des perspectives. Il est vrai que communément on supprime les ombres des objets éloignés, parce qu'elles sont originairement trop foibles pour affecter l'œil.

Ce que c'est
que la perspective
aérienne.

46. Telles sont les maximes principales & les effets de la perspective linéaire ; laquelle est perfectionnée dans la peinture par la perspective aérienne, qui est l'art d'imiter la dégradation apparente des couleurs dans les corps naturels à proportion qu'ils sont éloignés par degrés de notre œil. Cette dégradation est occasionnée en partie par la transmission des rayons de certaines couleurs au travers de l'air & des vapeurs en plus grande abondance que les rayons des autres couleurs ; mais sur-tout par leur mélange avec les rayons de couleur d'azur, réfléchis par une grande quantité d'air & de vapeurs intermédiaires.

Ses effets
donnent lieu
à ceux de la
perspective
linéaire.

47. On conserve parfaitement la perspective aérienne d'une contrée éloignée, lorsqu'on la regarde au travers d'une lentille concave. Et c'est alors que la perspective linéaire, d'où les rayons tombent divergents sur l'œil, est exactement proportionnée à l'image de la contrée formée par la lentille sur un plan qui passe par son principal foyer perpendiculairement à son axe. Or pendant que l'œil est appliqué contre la lentille, cette perspective imaginaire ou plutôt la perspective tracée sur la rétine réveille la même idée du pays qu'exciteroit une perspective égale (art. 117) formée sur la rétine de l'œil nud. Mais lorsque la lentille est arrêtée & que l'œil s'en écarte, & qu'il s'écarte aussi par conséquent de la perspective imaginaire à son foyer,

la

la perspective semblable sur la rétine diminue (art. 106) & réveille l'idée d'une plus grande distance du pays, quoique la perspective aérienne des couleurs continue d'être la même qu'auparavant. Mais si l'on regarde au travers d'un verre légèrement enfumé ou teint de quelque couleur légère & transparente, je n'ai pas idée que la grandeur apparente ou la distance apparente des objets éloignés en aient été sensiblement altérées. En réunissant tout cela, il me paroît évident que la perspective linéaire d'un paysage contribue plus à nous faire appercevoir les distances, que la perspective aérienne des couleurs.

48. On pourroit peut-être m'objecter que certains objets fort grands & fort éloignés, comme les montagnes ou les Villes, étant vus clairement dans un tems plus pur & plus serein, paroissent sensiblement plus proches que lorsque l'air est plus grossier (voyez les expériences de Hook publiées par Derham 8°. p. 143) j'ai été assuré de deux ou trois exemples de cette espèce par de très-bons juges en cette matière & en particulier par le Dr. Berkeley lui-même, qui m'a dit qu'en voyageant en Italie & en Sicile où l'air est communément beaucoup plus pur qu'en Angleterre, il fut souvent surpris d'y voir des apparences de cette espèce; sçavoir qu'une Ville éloignée ou un autre objet semblable, lui paroissant très-vivement & très-distinctement, lui paroissoit aussi beaucoup plus proche, qu'il n'étoit selon les connoissances certaines qu'il avoit de sa distance. Mais à mon avis, ces phénomènes ne sont pas tous contraires à la relation ordinaire entre la grandeur & la distance apparente. Car notre idée de la grandeur apparente n'est pas une idée simple d'une surface uniforme plus grande ou plus petite; mais elle renferme aussi l'idée d'un nombre plus grand ou plus petit de parties distinctes dans l'objet connu, que l'on n'imagine pas, mais que l'on voit actuellement. Or comme les petites parties d'un objet connu qui sont ordinairement obscurcies par un air grossier, se manifestent plus clairement dans un air plus pur; l'objet doit paroître un peu plus proche & presque au même degré de proximité où il paroîtroit, si le spectateur s'en approchoit jusqu'au point de voir le même nombre de ces petites parties aussi clairement dans un air grossier, qu'il les voit dans un air plus pur à une plus grande distance. Je dis presque au même degré de proximité, parce que la plus grande apparence de grandeur de tout l'objet vû d'une station plus proche, s'il nous étoit connu & familier, contribueroit aussi à diminuer sa distance apparente, sans parler de la vûe d'une plus petite partie de pays interposée.

Réponse à
une objection.

49. Quoique cette explication n'exclue pas totalement les idées de proximité qui peuvent nous venir de la perspective aérienne dont nous avons parlé, & que je ne prétende pas non plus les exclure entièrement; je crois cependant qu'elle est fortifiée par son union intime avec la principale cause, ou peut-être la seule qui nous fournit l'idée de la proximité des objets dans les télescopes (sur-tout dans ceux qui sont plus propres à observer pendant le jour, comme on verra art. 356). Cette cause ne dépend pas entièrement de la grandeur apparente de tout l'objet (que souvent on ne peut pas voir tout entier dans un télescope fixe) mais encore de la perception claire & distincte d'un nombre beaucoup plus grand & plus varié de petites parties qu'on ne peut en découvrir par l'oeil nud.

Confirmation
de cette ré-
ponse par les
télescopes.

50. De là vient, pour le dire en passant, que ceux qui ne sont pas accou-

D'où vient
que les objets
paroissent
dans les té-
lescopes plus
petits qu'on
ne se l'étoit
imaginé.

tumés à voir dans les télescopes, sont souvent frustrés de leur attente en y considérant un objet. Par exemple, lorsqu'ils se proposent de voir la face d'un homme placé à 100 toises de distance dans un télescope qui grossit 100 fois en diamètre, ils s'attendent à voir une espèce de face gigantesque au moins aussi large que la pleine Lune (ce qui étoit l'idée du Moine Bacon en cette matière; & ce qui fait voir qu'il n'avoit jamais vu aucun télescope). Et il est vrai que cette idée est assez naturelle, lorsqu'on est porté à croire que l'objet doit paroître au même endroit & à la même distance où il paroîtroit à l'œil nud, & par conséquent comme une surface 100 fois plus large que la face réelle. Mais en prenant le télescope on voit qu'elle paroît seulement 100 fois plus proche, & cette proximité d'apparence devient la seule cause de leur admiration. Car comme la face de cet homme leur paroît dans le télescope dans sa grandeur ordinaire & avec la même distinction & la même variété des traits & des moindres parties qu'elle paroît à l'œil nud, lorsqu'elle est environ 100 fois plus proche (art. 143) ils ne trouvent aucune circonstance extraordinaire dans cette apparence, si ce n'est la grande proximité. De plus en regardant la face d'un homme avec l'œil nud à 100 toises de distance, nous la concevons plus grande à proportion de la distance, que si elle étoit plus proche; parce que l'air d'une personne connue fournit à notre mémoire l'idée générale de ses différents traits, qui en les examinant, ne sont pas aperçus par notre œil; comme nous en sommes pleinement convaincus en jettant les yeux sur des étrangers ou sur des objets inconnus, qui demandent une perception plus particulière de leurs moindres parties. De sorte que ce préjugé contribue aussi à frustrer l'attente de l'observateur dans l'idée qu'il s'étoit formée du télescope; quoiqu'il lui paroisse parfait & admirable en ce qu'il lui fait découvrir les moindres parties des objets. Et c'est là le vrai sens de la définition que nous avons donnée de la grandeur apparente dans les art. 98 & 104.

Observation
sur le relief
de la peinture.

Fig. 110.

51. Léonard de Vinci dans son traité de la peinture, imprimé à Londres 1721, p. 178 fait une observation curieuse qui mérite d'être placée ici. Il dit que la peinture quoique conduite avec le plus grand art, & portée à la dernière perfection, tant par rapport aux traits, qu'aux jours, aux ombres & aux couleurs, ne sauroit jamais donner un relief égal à celui des corps naturels, à moins qu'on ne la regarde à une certaine distance & avec un œil seulement. Ce qu'il démontre en cette manière. Si l'on regarde un objet C avec un œil seulement placé en A, tous les objets qui sont par derrière, & pour ainsi dire renfermés dans une ombre ECF qui seroit produite par une chandelle placée en A, seront invisibles à cet œil en A; mais lorsque l'on ouvre l'autre œil en B, une partie de ces objets lui devient visible, & il n'y a de caché aux deux yeux que ce qui est renfermé dans l'ombre double CD, qui seroit produite par deux lumières en A & B & qui seroit terminée en D. L'espace angulaire EDG au-delà de D étant toujours visible aux deux yeux. Et ainsi il observe que l'objet C vu des deux yeux devient comme transparent, selon la définition ordinaire des corps transparents, qui ne cachent rien de ce qui est derrière eux. Mais cela ne peut pas arriver, lorsqu'on regarde d'un seul œil un objet dont la largeur est plus grande que celle de la prunelle. La vérité de cette observation est donc évidente; puisqu'une figure peinte intercepte tout l'espace qui est der-

rière son lieu apparent, & qu'elle empêche que les yeux ne voient toutes les parties du terrain imaginaire qui est derrière elle.

52. Par là nous sommes en état de distinguer plus exactement la place d'un objet voisin avec les deux yeux qu'avec un seul; en ce que nous le voyons plus détaché des autres objets qui sont derrière lui & que nous voyons une plus grande partie de sa surface, sur-tout si elle est ronde. Et par conséquent en supposant que nous ne jugions de sa distance que par sa grandeur apparente, nos jugements sont un peu différents avec un seul œil que lorsque nous les employons tous les deux. Outre cela, en regardant des deux yeux, nous voyons les objets plus clairement, plus fortement & même plus grands. Et ainsi toute réflexion faite (voyez l'art. 138) je ne dispute pas que le sentiment du tour de nos yeux, lorsqu'ils dirigent leurs axes successivement d'un objet plus éloigné à un autre plus proche ou au contraire, ne puisse contribuer à corriger nos jugements sur la distance d'un objet: certainement aussi-tôt qu'on est parvenu à cette position des yeux, la perception des objets devient beaucoup plus claire & plus forte qu'auparavant. Car auparavant, si l'on y fait bien attention, on voit toujours deux apparences plus foibles de l'objet qui s'approchent promptement l'une de l'autre & transversalement, jusqu'à ce que se joignant, elles forment une image plus claire. Et ainsi il n'est pas surprenant que ceux qui viennent de perdre un œil, soient exposés à se tromper dans les petites distances, comme en versant des liqueurs d'un vaisseau dans un autre, ou en mouchant une chandelle, ou dans d'autres actions semblables. Mais peu à peu ils deviennent plus experts; comme je l'ai appris d'une personne qui en avoit fait l'expérience; & Mr. Boyle dans la 7^e. observation sur les défauts de la vue fait la même remarque, & ajoute que par une expérience qu'il avoit faite exprès, il avoit trouvé souvent qu'avec les deux yeux il voyoit un objet dans une autre place que celle où il le voyoit avec l'un ou l'autre, seul. On peut voir des exemples de cette espèce dans l'art. 137. Mais lorsque les objets sont fort grands & fort éloignés en comparaison de l'intervalle entre les deux yeux; tous ces petits avantages deviennent inutiles, excepté celui de l'apparence plus vive & plus forte.

53. Enfin lorsqu'on voit dans l'horizon les objets les plus éloignés l'un au-dessus de l'autre, & qu'on ne connoît pas leurs grandeurs, comme les montagnes les unes sur les autres, les maisons & autres objets; il n'est pas douteux que c'est la plus grande obscurité ou foiblesse, & la plus grande hauteur jointes ensemble, qui nous fournissent l'idée de la plus grande distance des objets plus obscurs & plus élevés; puisque la même chose nous arrive dans la peinture, & que nous n'avons pas d'autres moyens pour en juger dans ces deux cas. Je ne nie pas non plus que quelques degrés d'obscurité, encore moindres que ceux ci, en obscurcissant les traits & quelques unes des petites parties d'un objet placé à une moindre distance que celle de l'horizon, ne puissent le faire paroître un peu plus petit, & presque aussi éloigné qu'il paroîtroit à l'œil placé dans un air plus pur, où on le verroit de la même grandeur & avec le même nombre & la même variété de petites parties qu'auparavant, dans l'air grossier.

54. Mais lorsque nous jettons les yeux sur une scène ou sur un paysage qui ne contient que des objets connus, lesquels ne sont pas assez éloignés pour être sensiblement obscurcis par l'air, ni assez proches ou assez petits pour être sensiblement différents, soit qu'on les voie d'un seul œil ou des

Quelques avantages de la vision avec les deux yeux.

En quel cas & comment la foiblesse de la lumière indique une plus grande distance.

Etablissement du point principal.

deux yeux, & qu'ils sont situés à des distances modérées quelconques, où nous les voyons ordinairement plus distinctement & où nous appercevons clairement, exactement & parfaitement leurs distances; je soutiens qu'alors sur-tout leurs distances apparentes mutuelles & par rapport à l'œil nous sont indiquées principalement & peut-être uniquement par leurs grandeurs apparentes: ce que je crois d'avoir suffisamment prouvé.

Conclusion
de cette dis-
sertation.

55. Pour conclure toutes ces réflexions, c'est l'affaire des Opticiens 1^o. de découvrir & d'établir la cause la plus générale qui nous fournit l'idée des distances des objets, lorsque nous les voyons dans la plus grande perfection. 2^o. Pour expliquer les apparences semblables, lorsque la vision est moins parfaite, ils doivent considérer l'étendue & les limites des opérations régulières de cette cause générale sur notre ame, & les obstacles qui s'opposent à ces opérations, comme la petitesse & l'obscurité des objets trop éloignés, la confusion des objets trop proches & autres semblables. De sorte que si l'on trouve que pour expliquer un phénomène donné de distance, les effets de la cause générale ne soient pas suffisants & qu'ils ne répondent pas à toute l'apparence donnée, il faut les corriger par les effets des obstacles particuliers, lorsqu'on aura prouvé qu'ils existent dans le cas proposé. Tout comme on doit calculer d'abord le lieu & la distance d'une planète par la loi de son mouvement moyen & le corriger ensuite par les équations qui mesurent ses irrégularités. C'est là l'unique méthode exacte que l'on peut employer dans toutes les recherches physiques, & tant que l'on n'aura pas la loi de la cause principale qui répond à ce mouvement moyen, ce sera en vain que l'on emploiera les équations particulières.

Sur l'art. 142.

Fig. 82.

56. 4^o. *Lorsqu'un rayon PO venant directement à l'œil, fait un angle POQ égal à AOC ou π Ok*: on peut résoudre ce problème en cette manière.

Fig. 111.

Dans l'axe d'une lentille convexe, dont le centre est E, prenez EG & EH égales chacune à deux fois la distance de son foyer, & que la distance EQ de l'objet à la lentille, soit plus grande que EH. Prenant ensuite OG à GE, comme EH à HQ & plaçant cette ligne OG en s'écartant de la lentille, l'œil placé en O verra l'objet Q au travers de la lentille dans le même endroit où il le verroit, s'il n'y avoit point de lentille. De même si le lieu de l'œil est donné, on aura le lieu de l'objet par cette proportion que l'on peut démontrer par l'art. 139 ou par le premier terme de la Série que l'on trouvera dans l'art. 247 en faisant la valeur de la distance apparente $OII = OP$.

Sur l'art. 146.

Fig. 112.

57. *Donc, dans ces deux cas, l'objet paroît dans le lieu de son image.* On peut rendre ceci plus évident en prolongeant $P\pi$ jusqu'à ce qu'il coupe le plan réfringent CA à angles droits en D. Car supposant les rayons comme PA venant de P, puisque $D\pi$ est à DP en raison donnée du sinus d'incidence au sinus de réfraction (art. 223); il s'ensuit que pendant que le foyer P se meut le long de l'objet PQ, le foyer correspondant π doit décrire une image πx parallèle & égale à PQ (art. 244).

58. Dans l'autre cas des réflexions du plan CAD, puisque $D\pi$ est égale à DP, tous les rayons qui viennent de P seront divergents de π après les réflexions (art. 202); & par conséquent pendant que le foyer πx se meut le long de l'objet PQ; le foyer décrira une image πx parallèle & égale à PQ.

59. J'ai touché quelques autres cas dans l'art. 142 où un petit objet

est égal à son image & paroît dans le même endroit , lorsqu'il touche une lentille mince ou une surface réfléchissante ou réfringente , & lorsqu'il est placé au centre d'un miroir concave ou au centre de la simple surface sphérique d'un milieu plus dense.

60. Je crois qu'il n'y a plus qu'un cas de cette espèce , dans les corps simples ; c'est lorsque la distance EQ d'un objet PQ au centre d'une lentille convexe ou d'une sphère ou de la surface convexe simple d'un milieu plus dense , est égale à la somme des distances de ses deux foyers. Car alors la distance opposée Eq de son image , est aussi égale à cette somme (art. 236) , & par conséquent l'objet PQ est égal à son image pq (art. 245) & il doit paroître dans le lieu où il est par la règle générale dont il est parlé à la fin de l'article présent , c'est-à-dire , que Ox , distance apparente de l'objet , est à Oq distance de son image , comme l'objet PQ ou πx est à son image pq ; ce qui est évident par les triangles semblables $O\pi x$ & Opg .

Fig. 113.

61. D'où il suit évidemment que l'objet ne peut paroître dans le lieu de son image (au moins à un œil seul) que lorsqu'il est égal à son image.

62. Puisque les phénomènes des mouvements apparents dans les verres , se tirent de la définition que j'ai donnée de la distance apparente (art. 139) sans autre secours que celui de la Géométrie ; il sera peut-être plus satisfaisant de les étendre un peu plus , en les rapprochant des phénomènes semblables qui paroissent à l'œil nud. Par ce moyen , on comprendra mieux les difficultés insurmontables & les contradictions qui résultent de toute explication que l'on pourroit tenter par le principe reçu de la divergence des rayons depuis le lieu de l'image. Tout subsistant comme ci-devant , joignez OP & par le centre de la lentille menez PE qui coupe le rayon visuel OA prolongé en p ; la ligne pq perpendiculaire à l'axe , sera l'image de l'objet PQ (art. 55 ou 245) , & lorsque l'œil touche la lentille , les angles pOq , POQ seront à fort peu près égaux entr'eux (art. 43).

Sur l'art. 148.

Explication plus étendue des mouvements apparents d'un objet fixe vu dans un verre fixe.

Fig. 114; 115, 116.

1^{er}. cas. Ainsi lorsque l'œil s'éloigne de la lentille , vers quelque point O ; si la distance Oq est moindre que OQ , l'angle pOq décroîtra plus vite ou en plus grande proportion que l'angle POQ (art. 60) , & par conséquent la grandeur apparente de l'objet fixe PQ , vu dans la lentille , décroîtra aussi plus vite qu'elle ne feroit à l'œil nud , s'il n'y avoit point de lentille (art. 106 , 108). Mais si l'on suppose en même tems que l'objet PQ s'éloigne de l'œil nud dans les lieux parallèles successifs , π assez vite pour être compris par un angle visuel décroissant πOx , constamment égal à l'angle pOq , formé par les rayons rompus ; sa grandeur apparente à l'œil nud , deviendra alors constamment égale à sa grandeur apparente dans la lentille : & par conséquent il paroîtra s'éloigner de l'œil nud aussi vite qu'il paroît s'en éloigner dans la lentille , pendant qu'il restera fixe dans la place PQ . Car les deux peintures sur la rétine étant toutes deux distinctes & constamment égales & semblables , & le sens n'étant nullement affecté par la réfraction des rayons , mais uniquement par la grandeur de la peinture qui en résulte ; notre ame doit former sur les sensations de cette peinture décroissante le même jugement qu'elle forme ordinairement & constamment sur les sensations semblables , d'une pareille peinture décroissante d'un objet qui s'éloigne de l'œil nud.

Fig. 114.

2^d. cas. Soit maintenant la distance Oq plus grande que OQ ; pendant

Fig. 115.

que l'œil s'écarte de la lentille vers quelque point O ; l'angle pOq décroît plus lentement ou en moindre proportion que ne fait l'angle POQ (art. 60). Et par conséquent la grandeur apparente de l'objet PQ , vu dans la lentille, décroît aussi plus lentement qu'elle ne feroit à l'œil nud, si la lentille étoit supprimée. (art. 106, 108). Mais si l'on suppose en même tems que l'objet PQ se meut vers l'œil nud dans les lieux parallèles successifs $\propto x$, assez vite pour comprendre un angle visuel décroissant $\propto O x$ constamment égal à l'angle pOq formé par les rayons rompus ; sa grandeur apparente à l'œil nud deviendra pour lors constamment égale à sa grandeur apparente dans la lentille : & par conséquent il paroîtra s'approcher de l'œil nud aussi vite qu'il paroîtroit s'approcher de la lentille, pendant qu'il reste fixe dans le lieu PQ . La démonstration est la même que celle du 1^{er} cas.

Démonstration du cas difficile du Dr. Barrow.
Fig. 116.

63. 3^e. Cas. Enfin si l'image fixe pq se trouve derrière l'œil, qui s'écarte de la lentille vers un point O , l'angle AOE ou pOq augmentera, pendant que l'angle POQ diminuera, & par conséquent la grandeur apparente de l'objet vu dans la lentille augmentera, pendant que sa grandeur apparente à l'œil nud diminuera, si l'on supprime la lentille. Mais si l'objet se meut vers l'œil nud dans les lieux parallèles successifs $\propto x$, assez vite pour être compris dans l'angle visuel croissant $\propto O x$, égal constamment à pOq ou AOE , sa grandeur apparente à l'œil nud deviendra constamment égale à sa grandeur apparente dans la lentille, & par conséquent il paroît s'approcher aussi vite de l'œil nud, qu'il paroît s'en approcher dans la lentille pendant qu'il reste fixe dans le lieu PQ ; sur-tout si l'on voit l'objet par un petit trou d'épingle pour en rendre la vision distincte.

Fig. 117.

64. Lorsque l'œil est joint à une simple surface réfringente AC , soit le rayon visuel rompu DCp qui coupe une ligne $P\propto$ parallèle à l'axe en r , l'objet PQ paroît dans la perpendiculaire rs (art. 139), & pendant que l'œil s'éloigne de C vers un point O , la distance apparente de l'objet fixe PQ variera, comme ci-devant, en même proportion qu'elle auroit varié à l'œil nud, si un objet égal rs s'étoit mû de la place rs assez vite pour être toujours compris dans l'angle visuel variable pOq ou AOC .

Ainsi, lorsque l'œil s'éloigne d'une surface plane réfringente AC , l'objet PQ paroît immobile dans le lieu de son image pq , parce qu'il se confond avec le lieu & la grandeur de la perpendiculaire rs . Car puisque nous sommes constamment accoutumés à certains degrés connus d'augmentation de grandeurs apparentes d'un objet fixe pendant que nous nous en approchons & à de semblables degrés de diminution pendant que nous nous en éloignons, il est nécessaire que les degrés de grandeur apparente, apperçus dans les verres aussi bien qu'à l'œil nud, varient plus vite que ceux-ci, pour occasionner l'idée du mouvement d'un objet.

Fig. 118.

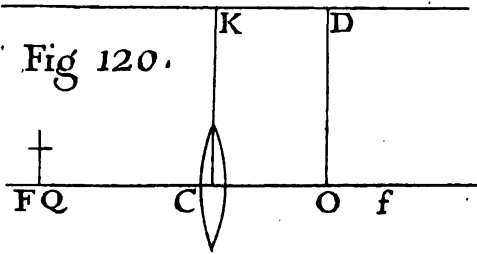
65. Lorsque l'œil est joint à une surface réfléchissante AC , soit le rayon visuel réfléchi DCp qui coupe la ligne $P\propto$ parallèle à l'axe en r , l'objet PQ paroît dans la perpendiculaire rs (art. 139), & pendant que l'œil s'écarte de C vers un point O , on expliquera, comme ci-devant les variations de la distance, en imaginant que le mouvement d'un objet égal rs vu par l'œil nud, commence par le lieu rs .

66. Dans les réflexions sur une surface simple, on peut faire voir aisément que la distance Cs est égale à CQ & dans les réfractions sur une surface simple ; que Cs est à CQ en raison des sinus qui mesurent les réfractions.

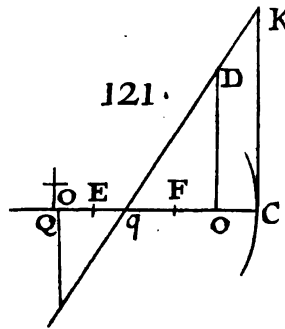


Planche 14.

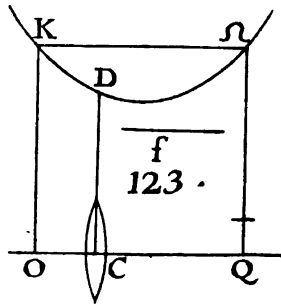
Fig 120.



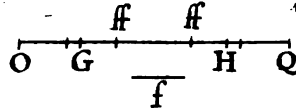
121.



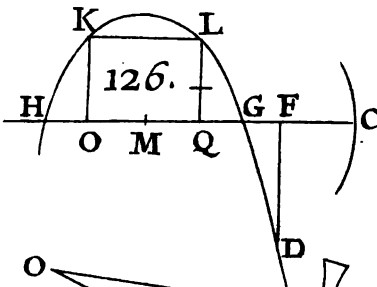
123.



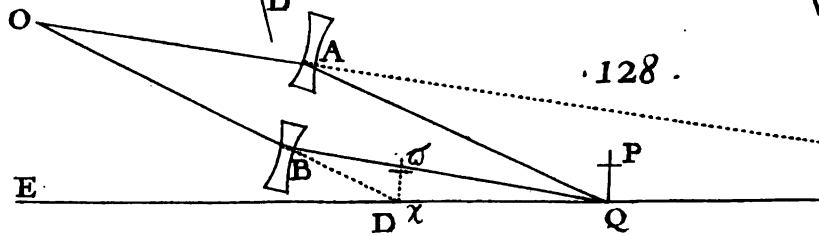
124.



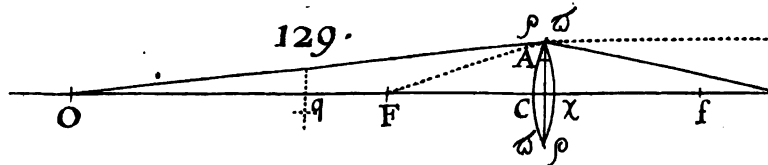
126.



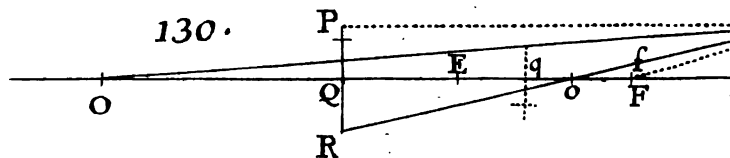
128.



129.



130.



67. Delà aussi pendant que l'œil s'éloigne d'un miroir plan, l'objet PQ paroît immobile dans le lieu de son image pq , parce qu'elle se confond avec le lieu & la grandeur de la perpendiculaire r ; & par les raisons de la remarque 64.

68. Ces conclusions & plusieurs autres de la même espèce déduites de la définition des distances apparentes dans les verres, se trouvent d'accord avec les phénomènes, soit que l'image soit derrière l'œil, ou qu'elle soit par-devant. Mais on ne considère pas ici l'image en tant qu'elle affecte les sens, mais en tant qu'elle présente à la géométrie un moyen de déterminer les variations de l'angle visuel compris par cette image. Lorsque l'image est derrière l'œil, les phénomènes de la distance sont regardés par le Dr. Barrow, par Mr. Jacques Gregory (*optica promota prop. 25*) comme inexplicables par le principe reçu de la divergence des rayons qui en viennent. Mais ils prétendent toujours que l'objet paroît dans le lieu de son image lorsqu'elle est en-devant; ce qui, à la vérité, par la coïncidence des effets de différentes causes s'accorde avec la raison & avec les phénomènes dans deux ou trois cas ordinaires dont on a parlé ci-devant; mais cela est également opposé à la raison & aux phénomènes en général dans les autres cas, comme je l'ai déjà démontré & comme je vais encore le démontrer d'une manière différente.

Les phénomènes s'accordent avec cette explication.

69. Car laissant à part les sensations des différents degrés de grandeur apparente, d'où vient que l'objet ne paroît pas toujours dans le lieu de son image, lorsqu'elle est plus grande ou plus petite que l'objet, aussi bien que lorsqu'elle lui est égale? Et lorsque l'œil se meut en arrière ou en avant, d'où vient que l'objet paroît en repos dans le second cas, & en mouvement dans le premier, quelquefois en arrière & quelquefois en avant, & avec certains degrés de vitesse apparente en certains cas? En supposant que l'objet paroisse dans le lieu de son image fixe par rapport à l'œil arrêté dans un lieu donné, il y doit aussi paroître, lorsque l'œil est dans un autre lieu donné, c'est-à-dire, qu'il doit paroître fixe dans ce lieu, pendant que l'œil est en mouvement. Je crois qu'il n'y a rien de plus clair que cette conclusion. Mais je vais la mettre dans un autre jour. Supposons un objet réel égal & semblable à l'image pq ; il paroîtra certainement en repos à l'œil nud qui s'en approche ou qui s'en éloigne, & sa peinture sur la rétine étant constamment égale & semblable à la peinture de l'objet PQ vû dans le verre; cet objet PQ doit pareillement paroître en repos. Ce qui étant directement contraire aux phénomènes généraux de la vision dans toutes sortes de verres, suffit pour démontrer la fausseté de l'hypothèse reçue qu'un objet paroît toujours dans le lieu de son image, au moins lorsqu'elle est devant les yeux.

Fig. 114.
115. 116.
117. 118.

70. Mais outre cela, il suit clairement de ce principe une autre conséquence aussi contraire à l'expérience que la première. Si un objet paroît dans le lieu de son image fixe, il doit paroître fixe, non-seulement lorsque l'œil se meut en avant ou en arrière, mais aussi lorsqu'il se meut de côté. Cependant en plusieurs cas, ses mouvements latéraux apparents sont très-grands, quoique celui de l'œil soit très-petit, & je trouve par la théorie & par l'expérience, qu'on peut les réduire aux règles suivantes.

71. Lorsque l'image fixe q est entre l'œil en O & le lieu apparent x du point Q, le mouvement latéral apparent du point Q (semblable au mou-

Fig. 114, 118.

vement réel de point x porté par le mouvement angulaire de la ligne Oqx autour du point fixe q) tend vers le côté opposé de l'axe du verre, par rapport au mouvement latéral de l'œil. Parce que les rayons visuels qui tombent successivement sur l'œil en différentes places sont tous divergents du point fixe q à fort peu près, & parce que nous rapportons l'apparence du point Q au lieu x au-delà de l'image q .

72. Par conséquent lorsque les points q & x se confondent, il n'y a point de mouvement latéral apparent du point Q ; ce qui s'accorde avec l'expérience commune des objets vus par réflexion dans un miroir plan, s'il est parfaitement plan, ou dans l'eau dormante, ainsi que dans les objets placés sous l'eau & vus par la réfraction de sa surface, pourvu que dans ce dernier cas où l'image est imparfaite, le mouvement latéral de l'œil ne soit pas fort grand.

Fig. 115.

Fig. 116.

73. Mais lorsque l'image q est au-delà du lieu apparent x , le mouvement latéral apparent de l'objet Q , qui convient au mouvement réel du point x , tend du même côté de l'axe que le mouvement latéral de l'œil; de même que dans le cas où l'image q est infiniment éloignée de l'œil. Cela est évident par les mêmes raisons que dans le premier cas, remarque 71.

74. J'ai supposé ici que tous les rayons qui viennent du point Q appartiennent au point fixe q , après les réflexions ou réfractions, ou exactement ou à fort peu près; parce que lorsque les ouvertures des verres ou les vitesses latérales de l'œil ne sont pas trop grandes, les aberrations des rayons extérieurs de q se trouvent trop petites, & par conséquent on ne doit pas en tenir compte dans ces grandes quantités de mouvement latéral apparent; même dans l'hypothèse du Dr. *Barrow* qui veut que le point Q paroisse dans les points successifs d'une caustique jointe à q . Voyez l'art. 154.

Sur l'art. 151.

Constructions géométriques de la distance, grandeur & position apparentes d'un objet vu dans un verre.

75. Quoique la manière dont j'ai expliqué cette théorie, soit la plus aisée que j'aie pu imaginer pour déterminer chaque quantité particulière de distance apparente & pour démontrer la raison de son accroissement ou de son décroissement en général; cependant on peut avoir aisément une idée plus claire & plus étendue pour tous les cas, par l'inspection des figures que je vais décrire.

1^{re} Cas. Soit un objet fixe dans un point Q de l'axe QC d'une lentille donnée ou d'un miroir en C , dont le foyer est CF & soit l'image de l'objet Q au point q , que l'on trouvera par l'art. 207 ou 236. Sur l'axe CQ élevez la perpendiculaire CK égale à CQ & joignez Kq . Pendant que l'œil en O se meut le long de l'axe CO , supposons qu'il entraîne une ligne OD toujours perpendiculaire à l'axe & terminée en D par la ligne fixe qK prolongée; je dis que cette perpendiculaire OD sera toujours égale aux distances apparentes successives de l'objet fixe Q à l'œil O qui se meut, & lorsque OD tend en bas, l'objet paroîtra renversé; lorsqu'elle tend en haut, il paroîtra droit.

Ces figures représentent trois différentes positions de la ligne Kq par rapport à l'axe du verre, occasionnées par les différentes positions de l'objet fixe Q & de son image q par rapport au foyer principal F .

Le verre & l'œil étant fixes pendant que l'objet se meut.

2^d Cas. Soit l'œil fixe en quelque point O & l'objet dans un autre point Q de l'axe OCQ d'une lentille donnée C , ou d'un miroir dont la distance au foyer est Cf & soit l'image de l'œil O au point o , que l'on trouvera par l'art. 207 ou 236. Elevez sur l'axe CO une perpendiculaire Cn égale à CO

à CO & joignez α . Pendant que l'objet Q se meut le long de l'axe QC, supposons qu'il entraîne une ligne QD perpendiculaire à l'axe, & terminée en D par la ligne fixe prolongée α ; je dis que cette perpendiculaire sera toujours égale aux distances apparentes de l'objet Q à l'œil fixe O, & que lorsque QD tend vers l'enhaut, l'objet paroît droit, & vers l'enbas, renversé.

3°. *Cas.* Soit l'œil fixe dans un point O & l'objet dans un autre point Q de l'axe OCQ d'une lentille donnée C dont la distance au foyer est la ligne donnée f . Sur l'intervalle OQ entre l'œil & l'objet décrivez un carré QOK α , & que son côté K α opposé à l'intervalle QO soit l'ordonnée à l'axe d'une parabole KD α dont le paramètre à l'axe est la distance donnée f du foyer, & dont les branches tendent vers OQ lorsque la lentille est concave & dans les autres cas de l'autre côté. Lorsque la lentille C se meut le long de son axe OQ, supposons qu'elle entraîne une ligne CD toujours perpendiculaire à l'axe & terminée en D par la parabole KD α ; je dis que cette perpendiculaire CD sera toujours égale aux distances apparentes de l'objet fixe Q à l'œil fixe O, & lorsque CD tend enhaut, l'objet paroît droit, sinon il paroît renversé, la parabole descendant au-dessous de OQ.

Fig. 123.

Si l'intervalle OQ entre l'œil & l'objet est plus grand que quatre fois la distance f du foyer de la lentille convexe, prenez de part & d'autre de chaque bout de cet intervalle Off, Qf égal à deux fois la distance f du foyer, laissant au milieu la partie fff, & entre cette partie fff & OQ prenez une moyenne proportionnelle GH & placez la aussi au milieu. Je dis que la parabole passera entre les points G, H, & que par conséquent tandis que la lentille convexe passera par l'un des points G, H, l'objet apparent se renversera. Voyez l'art. 151.

Détermination des limites de l'inversion.

Fig. 124.

4°. *Cas.* Soit l'objet fixe dans un point Q & l'œil dans un point O de l'axe QOC d'un miroir donné C, dont le foyer principal est F. Sur l'intervalle OQ pris pour base décrivez un parallélogram rectangle QOKL dont la hauteur OK soit égale à la distance du foyer CF & le côté KL opposé à l'intervalle QO soit l'ordonnée d'une parabole DLK, dont le paramètre à l'axe soit la distance du foyer CF, & dont la concavité renferme l'intervalle OQ; & pendant que le miroir C se meut le long de son axe CF prolongé, je dis qu'une ligne élevée de F perpendiculairement à FC & terminée en D par la parabole fixe DLK, sera toujours égale aux distances apparentes successives de l'objet fixe Q à l'œil fixe O. Et si le parallélogram QK est placé enhaut pour un miroir concave, & en bas pour un miroir convexe, l'objet paroît droit ou renversé, selon que FD tendra vers l'enhaut ou vers l'enbas. Et si l'on conçoit que l'œil & l'objet changent de place, la distance apparente & la position de l'objet continueront d'être les mêmes qu'auparavant.

L'œil & l'objet fixes pendant que le miroir se meut.

Fig. 125, 126.

Divisez OQ également en M & le cercle décrit du centre M par les points K ou L coupera l'axe aux points G & H par où la parabole passera; & ainsi pendant que le foyer F passe sur G, l'objet apparent se renverse.

Détermination des limites de l'inversion.

Donc si l'intervalle OQ entre l'œil & l'objet s'évanouit, c'est-à-dire, si l'œil se voit lui-même dans un miroir qui se meut, les lignes MK, MG, MH deviendront chacune égale à la distance CF.

Le miroir fixe pendant que l'œil & l'objet se meuvent.

Fig. 127.

5^e. *Cas*. Si l'intervalle OQ entre l'œil & l'objet est donné, pendant que les deux sont en mouvement le long de l'axe d'un miroir donné fixe en C, (comme lorsqu'on regarde le bout d'un bâton dans le miroir, pendant que l'autre bout touche l'œil); divisez également l'intervalle OQ en M, & le demi-diamètre CE du miroir en F & soit CELK un parallélograme rectangle dont la hauteur CK est à MQ comme MQ est à CF & dont le côté donné KL opposé au demi-diamètre CE est une ordonnée à l'axe d'une parabole DKL, dont le paramètre à l'axe est CF. Je dis que si le bâton OQ se meut le long de l'axe CE prolongé, la perpendiculaire MD au bâton, toujours terminée en D par la parabole fixe, sera continuellement égale aux distances apparentes successives de l'objet Q à l'œil O, & que si le parallélograme CKLE est placé en haut sur CE pour le miroir concave & en bas pour le convexe, l'objet paroîtra droit ou renversé selon que MD tend en haut ou en bas.

Détermination des limites des inversions.

Prenez FG & FH = $\pm \sqrt{CF^2 \times MQ^2}$, la parabole coupera l'axe aux points G & H, & lorsque M passe par G, l'objet apparent se renverse.

Lorsque la longueur du bâton OQ s'évanouit, c'est-à-dire, lorsque l'œil se regarde lui-même en mouvement, la parabole passe par C & E, & FV distance de son sommet à F, est égale à son paramètre FC ou FE.

Comment la grandeur apparente varie dans tous ces cas.

Dans toutes ces constructions, la grandeur apparente de l'objet est toujours en raison réciproque de la perpendiculaire mobile qui représente sa distance apparente. La démonstration de tous ces cas est fort courte; mais comme je me suis beaucoup étendu sur ce sujet, je laisse le soin de la tirer des art. 139 ou 247 ou 389 à ceux qui aiment les lieux géométriques & je finis par quelques précautions & directions générales pour mieux examiner cette théorie par expérience.

Directions générales pour examiner cette théorie par les expériences.

76. Dans chaque expérience l'observateur doit bien prendre garde, si la position des objets autour de lui, ou autour du verre, ou autour de celui qu'il regarde, laisse à l'imagination assez de liberté d'agir. Par exemple, lorsqu'on est à une certaine distance d'une personne placée vers le bout d'une salle, supposé qu'on la voie par un verre concave, pendant qu'on empêche peu à peu le verre de toucher l'œil, elle paroît toujours plus petite & s'éloigner un peu; mais quoiqu'elle paroisse diminuer continuellement, on ne peut pas l'imaginer plus loin que le bout de la salle, quoiqu'on en voie aussi une partie diminuée; parce qu'on voit le reste plus évidemment avec l'œil nud, par des rayons directs qui passent tout autour du verre. Mais si je la vois dans une campagne ouverte, elle paroît toujours s'éloigner de plus en plus du lieu où elle paroît à l'œil nud par les côtés du verre, pourvu que j'éloigne le verre dans une ligne dirigée exactement vers cette personne, ou même un peu au-dessus d'elle ou à l'un de ses côtés. Mais si la ligne de direction tombe en dessous, elle paroît dans le verre entre mon œil & son lieu apparent à l'œil nud; auquel cas selon l'ordre commun des objets apparents sur le terrain, je serai porté à la croire plus proche de moi qu'elle ne l'est effectivement; parce que la vue du terrain intermédiaire à mon œil nud, borne l'étendue de mon imagination dans le verre. Dans la figure 128 l'homme ou l'objet est PQ; l'œil de l'observateur est en O; la direction supérieure de la lentille en A est OAC, & l'inférieure en B est OBD terminée par le terrain CD en D de ce côté de l'objet.

Fig. 128.

77. De même si l'on conçoit que la ligne CD représente le côté d'un long bâtiment ou d'une rue au lieu du terrain, & que la lentille concave soit dirigée vers quelque partie de maisons plus proche de l'œil que le lieu de l'objet PQ, il paroîtra plus proche qu'il n'est. Si l'on imagine aussi que la figure soit renversée, en sorte que CD représente le plancher d'une longue galerie ou d'un cloître; la direction du verre vers une partie plus proche du plancher que n'est celle vers l'objet, le fera paroître plus proche qu'il n'est. Ce qui fait que l'obstacle aux opérations de l'imagination vient toujours de la proximité des surfaces qui sont vues par l'œil nud, & non de leur situation plus haute ou plus basse au-dessus de la ligne horizontale qui passe par l'œil. On peut encore mieux s'en assurer, en fixant le même verre dans un trou que l'on a fait sur une planche mince & large, ou en regardant dans le côté faux d'une petite lunette qui diminue les objets, quoiqu'il soit joint à l'œil, & qui par ce moyen intercepte à l'œil nud la vue directe de tous les objets collatéraux comme fait la grande planche; alors tout objet diminué paroîtra également éloigné, soit que le verre dans la planche ou la lunette soit dirigé exactement vers l'objet, ou en dessous ou par dessus ou à côté.

Mouvements progressifs apparents arrêtés de différentes manières.

78. Un autre obstacle au pouvoir de l'imagination, qui ne diffère pas de beaucoup du premier, est la diminution continuelle de la quantité, ou du nombre des objets, ou des parties d'un objet vu à travers une lentille concave, en l'éloignant toujours plus de l'œil (art. 113, 114), étant fort difficile d'imaginer qu'une partie d'un objet connu s'éloigne des autres que l'on voit à l'œil nud fixes dans un même lieu. On peut dire la même chose de l'approche des objets vus par une lentille convexe que l'on éloigne de l'œil. Et par conséquent, à plusieurs égards, ces expériences réussiront mieux dans une vaste campagne, où les objets étant plus éloignés & formant des angles plus petits dans l'œil, sont mieux renfermés dans l'étendue du verre, & l'imagination est plus en état d'agir. D'ailleurs l'âme étant moins préoccupée de la connoissance des distances & des situations que dans une chambre, a plus de liberté pour appercevoir la différence entre les idées que lui fournissent le verre & l'œil nud.

Les champs sont les lieux les plus propres à ces expériences.

79. J'ai remarqué dans l'art. 144, qu'un objet vu par réfraction au travers d'une lentille convexe, ou par la réflexion d'un miroir concave, doit paroître derrière, ou à la surface, ou par devant, selon que le diamètre réel de l'objet est plus grand, égal ou moindre que la partie du verre où il paroît. Delà il suit que l'objet PQR placé à une distance CQ du verre AC, paroîtra sur le verre, lorsque l'œil sera placé dans son principal foyer F (art. 148), & que si l'objet est placé à une plus grande distance du verre: que le double de celle CF ou Cf du foyer, il paroîtra encore sur le verre, lorsque l'œil sera porté à un autre point O, que l'on trouvera en divisant également la distance CQ en o, & en supposant que le point o est le foyer des rayons incidents & cherchant leur foyer conjugué O après les réfractions ou les réflexions. Car alors imaginant que chaque rayon OA revient de l'œil en O, & qu'après la réfraction ou réflexion en A & son passage par o, il tombe sur l'objet PQR en R, on verra le point R par un rayon (art. 90) qui revient par les mêmes lignes RA, AO; & puisqu'on a fait oQ égal à oC, la jambe QR du triangle rectangle oQR sera égale à la jambe AC du triangle rectangle égal oCA, & par consé-

Cas où un objet doit paroître dans une lentille ou un miroir.

Fig. 129, 130.

quent la partie QR de l'objet PQR paroîtra dans le même endroit par les réflexions ou réfractions, que si on l'avoit mise dans le lieu AC & qu'on l'eût vûe à l'œil nud placé dans le même point O (art. 139).

Delà il suit évidemment que si CQ est égal à $2 Cf$, le point O se confondra avec le foyer principal f , & qu'ainsi le foyer conjugué O sera à une distance infinie, & si CQ est moindre que $2 Cf$, & par conséquent CQ moindre que Cf , le point O tombera derrière le verre où l'œil ne peut pas arriver, & qu'enfin si l'objet est fort éloigné, le point O sera fort proche de F.

Soit maintenant q le lieu de l'image de l'objet PQR qu'on trouvera par l'art. 236; alors pendant que l'œil s'éloignera de C en F l'objet apparent le suivra jusqu'à ce qu'il touche le verre, & pendant que l'œil s'éloignera de F en q , l'objet apparent sortira du verre en suivant toujours l'œil jusqu'à ce qu'il le touche, lorsqu'ils seront arrivés tous deux en q , & pendant que l'œil s'écarte en arrière de q en O, l'objet apparent revient de q en C, & enfin pendant que l'œil s'écarte davantage en arrière de O, l'objet apparent traverse de nouveau le verre & vient en avant derrière lui (art. 45 & 139).

Telle doit être la marche & la contre-marche de l'objet apparent selon la théorie, pendant que l'œil s'éloigne continuellement du verre. Mais je trouve par des expériences faites avec des lentilles convexes, qu'il ne vient en avant de derrière le verre, que jusqu'au point où il le touche, que lorsque l'œil est en F, & pendant que l'œil s'écarte de F en O, l'objet apparent reste toujours sur le verre sans en sortir & qu'il commence à retourner aussitôt que l'œil a passé sur le point O.

Fig. 130.

Mais lorsque l'objet n'est pas placé loin du centre d'un grand miroir concave, quoiqu'il ne paroisse pas sortir par-devant le miroir, pendant que l'œil se meut du foyer f vers l'image q ; cependant lorsque l'œil a passé l'image, l'objet paroît souvent devant le miroir, sur-tout lorsqu'on le regarde des deux yeux. Ce qui fait voir que la grande force des sensations réunies des deux peintures qui tombent sur les points correspondants de la rétine, jointes peut-être avec la sensation du tour mutuel des axes des yeux, sont des secours pour nous aider à connoître les distances; parce que nous n'avons pas ces secours lorsque l'œil étant placé entre f & q , voit l'objet faiblement au travers d'un petit trou, ou même confusément, en n'employant que cet œil seul, ou que nous le voyons double & trop confusément avec les deux yeux. Je ne sçai pas si avec une lentille fort large, on ne pourra pas réussir dans cette expérience de manière à faire paroître l'objet en devant. Mais il y a des expériences si contraires à l'expérience commune, qu'il est difficile de les concilier avec cette partie de la théorie. Par exemple, lorsque je place mes doigts derrière un matras rond plein d'eau, soit en touchant sa surface postérieure, ou en les tenant derrière à une petite distance, ils paroissent alors beaucoup plus grands que les doigts de mon autre main qui touchent la surface antérieure du matras. Et ainsi par la théorie, les premiers doigts me devroient paroître plus proches que les seconds. Ce qui est contraire à l'expérience constante de la vue & du toucher; parce que les doigts qui sont derrière le matras, ne paroissent pas seuls, mais ils paroissent joints à la main & au bras dont je connois une partie, & que j'apperçois par la vision directe derrière le globe. Or



chacun peut examiner si le préjugé que j'ai qu'un autre objet est réellement derrière le globe ou la lentille convexe, n'est pas l'obstacle qui l'empêche de paroître par devant.

80. Si l'objet PQR est placé au foyer principal f d'une lentille convexe ACB, sa distance apparente Ox de l'œil placé dans un point O, sera toujours égale à la distance donnée du foyer de la lentille. On a fait voir cela ci-devant; mais à cause de l'application que j'en ferai, je vais le prouver de nouveau. Soit E le milieu de la lentille, puisque l'angle AOB ou $\angle O$, sous lequel l'objet PR paroît, est toujours formé par un couple de rayons successifs OA, OB parallèles aux axes PE, RE de leurs pinceaux respectifs, il est toujours égal à l'angle donné PER sous ces axes. Et puisque l'objet apparent πx , est toujours égal à l'objet réel PQR, il s'ensuit que le triangle mobile πO , est toujours égal au triangle fixe PER, & que par conséquent la distance apparente Ox est toujours égale à la distance du foyer Ef ou EF. Cela s'accorde parfaitement avec l'expérience tant que l'œil s'éloigne de la lentille jusqu'à son foyer F, mais non pas au delà, c'est-à-dire, que l'objet paroît suivre l'œil jusqu'à ce qu'il paroisse toucher la partie postérieure de la lentille, & alors il s'y arrête, quoique l'œil s'écarte de F.

Observations
sur un objet
placé au foyer
d'une lentille
convexe.

Fig. 131, 132.

81. J'ai encore observé dans cette expérience, que tandis que l'œil se meut de quelque façon que ce soit entre la lentille & son foyer F, comme l'objet paroît l'accompagner toujours à la même distance Ox , constamment égale à EQ, aussi paroît il constamment de la même grandeur. Mais pendant que l'œil s'éloigne toujours plus de F en arrière, & que l'objet apparent semble s'arrêter au verre, il paroît aussi devenir plus grand, jusqu'à ce qu'on y voie une petite tache circulaire, dont le diamètre est, par exemple, PR, & qui paroît remplir toute l'ouverture dont le diamètre est AB, lorsque EO distance de l'œil à la lentille est à la distance EQ du foyer, comme l'ouverture AB est à PR; comme je l'ai trouvé par des mesures exactes: ce qui fait voir que l'objet étoit placé exactement au foyer f , ou que les rayons OA, OB étoient respectivement parallèles aux axes EP, ER de leurs pinceaux.

Lorsqu'il paroît s'arrêter à la lentille il paroît croître.

82. Mais voici la circonstance la plus surprenante de ce phénomène. Quoique l'objet fut un morceau de papier imprimé ou écrit dont on pouvoit lire les lettres précisément à la distance EQ soit avec la lentille ou avec l'œil nud; cependant on pouvoit les lire au travers de la lentille avec la même facilité de toutes les distances quelque grandes qu'elles fussent. Mais si les lettres étoient trop petites pour être lûes distinctement lorsque l'œil touchoit la lentille ou qu'il étoit en quelque endroit entre la lentille & son foyer F; quoiqu'elles parussent ensuite croître prodigieusement pendant que l'œil s'éloignoit de F, on trouvoit toujours la même difficulté pour les lire qu'auparavant, nonobstant qu'elles parussent non-seulement grossies, mais aussi fort distinctes, les rayons dans chaque pinceau étant parallèles, comme on le prouva par expérience.

Circonstance
surprenante.

Or quoique ces apparences semblent étranges au premier coup d'œil, elles suivent pourtant naturellement de la définition de la grandeur apparente, & de ce que l'objet paroît s'arrêter sur la lentille. Car puisque la subtendante AB de l'angle visuel donné AOB croît à proportion de sa distance OC, & puisque nous rapportons l'objet apparent au lieu où se

trouve la tendance AB, nous devons nous imaginer que sa grandeur réelle augmente. Mais comme la peinture des lettres sur la rétine, continue d'être la même invariablement en quelque endroit que l'œil soit placé, à cause de l'angle visuel donné AOB, dont les parties données sont aussi invariables; elle doit donner à notre ame la même perception invariable des parties les moins sensibles des lettres, en quelque endroit que l'œil soit placé.

Deux fortes
de grandeurs
apparentes.

83. Il suit donc de cette expérience & d'une autre, dont je vais faire mention, qu'on doit distinguer deux espèces de grandeurs apparentes : l'une qui est proportionnelle à la grandeur de l'angle visuel ou de la peinture sur la rétine, & par conséquent au nombre & à la variété des parties les moins sensibles que l'on peut appercevoir dans un objet. La force de l'imagination ni aucune circonstance qui n'affecte pas cette peinture ne sauroient altérer cette grandeur apparente. Mais nous avons vu que l'autre dépendoit de l'imagination & varioit à proportion de la distance où nous imaginons que l'objet paroît, quoique sa peinture soit invariable dans la rétine. Car lorsque l'œil étoit en O & que CO étoit double de CF, le diamètre réel de l'objet PQR paroissoit être dans le lieu AB & double de ce qu'il auroit paru dans le même lieu lorsque l'œil étoit en F.

Apparence
semblable à
celle des di-
verses gran-
deurs du So-
leil & de la
Lune.

84. Je me suis étendu sur cette expérience pour être en état par là d'éclaircir & de confirmer la solution que j'ai donnée dans les art. 164 &c. du fameux & difficile phénomène des diverses grandeurs apparentes du Soleil, de la Lune & des constellations, à diverses hauteurs au-dessus de l'horizon. Supposons que l'objet PQR, qui doit à présent représenter la Lune, est un morceau de carte ou de papier blanc collé sur une planche, ou une tache ronde distincte, dont le diamètre soit au moins trois ou quatre fois moindre que le diamètre de l'ouverture AB de la lentille; que cet objet & la lentille soient l'un & l'autre fixes sur une longue planche MN, à un intervalle l'un de l'autre égal exactement à la distance du foyer de la lentille, qu'on trouvera par l'art. 63 ou autrement; que la planche MN soit fortement attachée à niveau de l'œil de l'observateur : en cet état, faites reculer son œil de l'espace de quatre ou cinq fois la distance du foyer de la lentille, jusqu'à ce que la tache ronde vûe précisément derrière la lentille lui paroisse remplir son ouverture ou à fort peu près. Qu'il conçoive alors que cette grandeur apparente & cette distance de la tache, représente la grandeur & la distance apparente de la Lune horizontale. En se rapprochant peu à peu de la lentille, la grandeur apparente de la tache, lui paroîtra diminuer à proportion de la diminution de sa distance apparente à l'œil; tout de même que la grandeur apparente de la Lune paroît aussi diminuer à proportion de la diminution de sa distance apparente, pendant qu'elle s'élève toujours plus dans les différentes parties de la concavité apparente du Ciel; lesquelles parties paroissent successivement toujours plus proches de l'œil pendant qu'il porte sa vue toujours plus haut sur l'horizon, comme je l'ai fait voir dans les art. 162, 163.

Comparaison
des deux ap-
parences.

85. Outre cela, comme la Lune, soit qu'elle soit haute ou basse, paroît toujours à la même distance de nous à laquelle les nuages ou les parties du ciel qui l'environnent paroissent être, ainsi la tache ronde paroît toujours à la même distance de l'œil à laquelle paroît la lentille avec le châssis qui l'entoure, tant que l'œil est plus loin d'elle que son principal foyer. Ces

deux phénomènes s'accordent aussi dans la principale circonstance qui forme la difficulté sur l'apparence de la Lune, c'est que chacun des angles visuels sous lesquels la tache & la Lune paroissent respectivement, continue toujours d'être invariable; non pas à cause d'aucune réfraction des rayons de la Lune qui passent par la surface concave imaginaire du Ciel, & qui répondent aux réfractions des autres rayons qui traversent la lentille, mais parce que la distance réelle de la Lune varie si peu pendant qu'elle monte ou descend, qu'il n'en résulteroit aucune variation sensible de grandeur apparente, si la distance apparente ne varioit pas. Je ne vois aucune circonstance sensible à la vue, où ces deux phénomènes ne s'accordent pas; d'autant plus que la réfraction des rayons n'affecte pas plus l'œil que s'ils venoient directement au travers d'un verre plan par le moyen d'une tache croissante ou décroissante placée précisément derrière ce verre. Mais si l'on pouvoit soupçonner que de regarder la Lune à mesure qu'elle s'élève toujours plus haut, & de regarder toujours horizontalement la tache ronde, ce fût une diversité de circonstances capable de produire quelque différence dans ces apparences; on pourroit aisément se délivrer de ce scrupule, en élevant peu à peu l'extrémité la plus éloignée de la planche MN avec la lentille & la tache ronde, & approchant son œil peu à peu en même-temps de la lentille. J'avoue que je n'ai pas fait l'expérience de cette manière, n'ayant pas le moindre soupçon que cette circonstance dût produire la moindre diversité dans les apparences; mais je trouve que l'expérience réussit fort exactement avec un objectif large d'un télescope de 5 pieds, pendant que l'œil se meut horizontalement & je crois qu'elle réussiroit assez bien avec un verre d'un moindre foyer & même avec les lunettes communes. Elle réussiroit également bien si l'on plaçoit l'objet dans le foyer principal d'un miroir concave, au lieu d'une lentille convexe.

86. Mais pour revenir à mes remarques sur quelques autres cas de cette théorie; l'intervalle entre mon œil & un grand miroir concave étant donné & étant plus grand que son demi diamètre, la distance apparente d'un petit objet brillant, que l'on place d'abord contre le miroir & que l'on retire ensuite peu à peu, paroît diminuer jusqu'à s'anéantir & ensuite croître après l'inversion apparente, selon la théorie. Mais alors il faut avoir soin de retirer l'objet de manière qu'il paroisse toujours à un œil seul vis-à-vis de la même partie du miroir; autrement si vous le regardez obliquement & en le faisant correspondre à différentes parties, il vous paroîtra s'éloigner de vous derrière le miroir, parce que le lieu de son image, d'où les rayons viennent divergents sur l'œil, s'éloigne au commencement de la partie postérieure du miroir, & par ce moyen elle affecte l'œil par des rayons qui coulent obliquement & successivement en différentes directions de différentes parties du miroir. Lorsque l'on tient les deux yeux ouverts, l'un d'eux au moins, doit être affecté de cette manière par des rayons obliques en différentes directions, & outre cela lorsque les deux images tombent sur les parties correspondantes de la rétine, l'apparence doit être plus forte & plus éloignée qu'avec un œil seul, selon l'expérience que l'on verra dans d'art. 977. L'objet dont on s'est servi dans le cas présent, étoit une petite bougie allumée & attachée au bout d'un long bâton droit, que je tirois en arrière par le côté de mon œil, regardant de temps en temps par un petit trou fait avec une épingle.

Autres remarques sur la théorie de la distance apparente.

De plus en regardant mon œil même, ou ma face dans un grand miroir concave par un petit trou, pendant qu'après l'avoir touché je m'éloignois vers son foyer principal, la grandeur apparente de mon visage diminueoit & sa distance croissoit. Le contraire arrivoit lorsque je continuois à m'éloigner de son foyer au centre conformément à la théorie. Mais sans le petit trou, la diminution de la grandeur apparente étoit à peine sensible en allant du verre à son foyer.

Quant à la nécessité d'admettre ces restrictions & d'autres semblables, il suffit d'observer en général que sans le petit trou nos jugemens de la grandeur apparente ne sont pas aussi certains & aussi déterminés qu'avec le petit trou, les apparences étant souvent trop confuses sans cela; & que nos jugemens sur le même sujet sont aussi plus incertains avec les deux yeux qu'avec un seul dans plusieurs cas. Parce que dans les verres larges nous voyons souvent deux apparences qui s'écartent ou s'approchent l'une de l'autre par des mouvements transversaux opposés; & lorsque tout est fixe & en repos, & que ces apparences ne sont unies qu'en partie (comme si elles débordoient l'une sur l'autre) nous les prenons quelquefois par mégarde pour une seule apparence, beaucoup plus grande qu'elle n'auroit paru à la vue simple; & quelquefois nous prenons la partie du milieu commune aux deux pour l'apparence totale, en ne faisant pas attention aux extrémités plus foibles & plus delavées de part & d'autre du milieu, & alors cette partie du milieu paroît plus petite que le tout n'auroit paru à un œil seul. C'est ainsi que votre visage étant placé proche d'un grand miroir concave, paroît latéralement plus grand à vos deux yeux qu'à un seul, & étant placé devant un miroir ordinaire, il paroît latéralement plus étroit. De même si l'on tient le poignet droit contre le front, il paroît beaucoup plus mince aux deux yeux qu'à un seul & même aux deux yeux, lorsqu'ils le regardent d'un peu plus loin. L'approche d'une grande image formée par un miroir concave peut produire une apparence semblable. Je parle de ces circonstances comme étant des idées générales par où l'on peut expliquer le désaccord de la théorie avec quelques cas particuliers & je les abandonne à l'examen de ceux qui en ont le loisir & le goût.

Les objets éloignés qui paroissent contigus & à égales distances de l'œil nud, paroissent communément contigus & à égales distances dans les verres, quelque inégales que soient leurs distances réelles de l'œil. La vérité de cette proposition est connue de ceux qui ont observé l'occultation des planetes & des étoiles fixes par la Lune; & l'on peut la vérifier tous les jours en regardant des montagnes fort éloignées, des tours ou des bâtimens qui paroissent les uns sur les autres. Car tous les objets tellement éloignés que leurs peintures paroissent à fort peu près dans un même plan au foyer du télescope, en sont également grossis, c'est-à-dire, en raison donnée (art. 120), & par conséquent quelle que soit la distance réelle que l'on prend pour représenter la même distance apparente de ces objets à l'œil nud, elle sera diminuée par le télescope dans la même raison donnée selon laquelle les objets sont également grossis. Pour un plus grand éclaircissement, soient KL & MN deux objets, qui paroissent à l'œil nud contigus & à la même distance apparente, représentée par une ligne donnée OQ & que les parties déterminées KL, MN de ces deux objets paroissent sous les deux

Fig. 133.

deux angles KOL, MON égaux chacun à l'angle donné POQ. Supposons que dans le télescope ils paroissent sous deux autres angles égaux chacun à l'angle donné $\alpha O\alpha$, leur distance apparente commune dans le télescope, par exemple, $O\alpha$ sera à OQ en raison donnée de l'angle POQ à l'angle $\alpha O\alpha$, par l'art. 141.

87. Delà il suit évidemment qu'on ne peut déterminer la distance apparente d'un objet vû dans les verres, qu'en prenant quelque mesure certaine de sa distance apparente à l'œil nud. Mais comme nous jugeons ordinairement que les distances apparentes des objets connus & qui nous sont familiers, sont proportionnelles à leurs distances réelles; parce que nous trouvons qu'elles croissent & décroissent ensemble, avec un degré d'exactitude qui suffit aux besoins ordinaires; il s'ensuit que dans ces cas, si l'on se représente la distance apparente d'un objet à l'œil nud par sa distance réelle, la distance apparente dans les verres répondra à la mesure qui en a été déterminée par la théorie, aussi exactement que dans la vision à l'œil nud. Dans les autres cas, où nous savons qu'il y a une grande disparité entre la distance réelle & la distance apparente d'un objet, nous sommes obligés de prendre une certaine quantité de distance réelle pour la mesure de sa distance apparente à l'œil nud, & de nous en servir dans les verres comme ci-devant; ce qui est toute l'exactitude que l'on peut espérer.

Conclusion générale.

88. Si l'on examine cette théorie lorsque l'œil est placé en dedans de la caustique $vp\alpha$, c'est-à-dire, entre sa pointe p & le centre de la sphère ou du miroir concave, il est nécessaire d'appliquer à l'œil un petit trou d'épingle, pour avoir la vision distincte. Et si on l'examine en regardant une chandelle allumée ou quelque autre petit objet brillant, vû au travers d'un verre à boire, plein d'une liqueur claire, l'objet paroîtra à l'œil, en quelque endroit que ce soit, toujours droit à proprement parler, & il ne paroîtra renversé que par rapport à la droite ou à la gauche, lorsque les pointes p, q seront devant l'œil. Parce que les réfractions en haut des rayons qui traversent ce verre, suivent les mêmes loix que si elles avoient passé par le bord d'un prisme que l'on tiendroit tourné en bas (art. 54), (auquel on peut comparer la figure conique du verre). Mais les réfractions par côtés suivent les loix des réfractions dans une sphère; ce qui est manifeste par les mouvements contraires apparents de l'œil ou du verre & de l'objet vû à travers, quoiqu'il paroisse droit.

Sur l'art. 155.

Apparences au travers d'un verre à boire plein de liqueur.

Fig. 93, 94.

89. Depuis l'impression de cet article, j'ai appris de Mr. North que cette divergence apparente des rangées d'arbres plantés sur le terrain qui s'élève au bout de sa perspective est très-manifeste dans une grande lunette aussi bien qu'à l'œil nud.

Sur l'art. 160.

90. En me regardant dans un miroir suspendu à une fenêtre qui donne sur un jardin, il m'est souvent arrivé qu'une mouche s'arrêtant sur la fenêtre auprès de mon miroir, & grimpant le long du miroir, m'a donné l'idée d'un grand oiseau qui voloît dans l'air & quelquefois celle d'un chien ou d'un chat, qui traversoit le jardin, selon que la situation de la mouche par rapport à mon œil, avoit jetté son image dans l'air ou sur le terrain. Je crois que la raison de cette apparence est celle-ci. Mes yeux étoient alors arrêtés sur ma propre image réfléchie par le miroir, & ils étoient tellement disposés qu'ils voyoient cette image distinctement dans un lieu qui étoit autant au-delà du verre, que mon visage étoit en deçà; or la

Remarques du Dr. Jurin sur les illusions de la vue, &c.

mouche étant beaucoup plus proche de moi que cette image, & la voyant de même obliquement, elle devoit par conséquent me paroître fort confuse & beaucoup plus grande qu'elle ne m'auroit paru, si mes yeux avoient été fixés sur elle. Comme d'ailleurs je ne pouvois pas croire, qu'un animal représenté par une si grande image, pût être aussi proche de moi, aussitôt mon imagination m'indiquoit qu'elle étoit à une plus grande distance & que c'étoit un animal beaucoup plus grand & qui se mouvoit avec une vitesse plus grande. Tant il est vrai, que dans les jugements précipités que nous formons, l'idée d'une plus grande distance produit en nous celle d'un plus grand objet & d'une plus grande vitesse; la promptitude apparente de son mouvement étant grossie en même proportion que le diamètre de son volume.

Il m'est aussi arrivé qu'en me servant d'une espèce de rebord sur ma tête pour défendre mes yeux de la lumière des chandelles en lisant, une mouche s'étoit arrêtée dans l'intérieur de ce rebord à trois ou quatre pouces de mes yeux, & en grim pant le long de son extrémité, elle produisit subitement dans moi l'idée d'un rat qui couroit le long du pavé. Ce que j'explique de la même manière que l'autre phénomène; le livre où mes yeux étoient attachés, en étant beaucoup plus éloigné que l'extrémité de ce rebord, & par conséquent la peinture de la mouche sur la rétine étant plus grande & moins distincte & sa vitesse apparente plus grande qu'elle ne l'auroit été autrement.

Les enfants de trois ou quatre ans n'ayant pas encore appris à estimer les moindres grandeurs apparentes des objets éloignés, croient que les objets qu'ils voient à quelque distance, sont plus petits qu'ils ne le sont effectivement. S'ils y voient un homme ou une femme de trente ou quarante ans, ils prennent l'un pour un enfant & l'autre pour une jeune fille. Et quoique l'expérience leur apprenne en peu de tems à corriger cette erreur dans les objets qu'ils voient de niveau, ou d'une hauteur modérée; cependant s'ils viennent à les regarder d'un lieu fort élevé, ils sont exposés à faire les mêmes méprises qu'auparavant.

Un enfant qui n'a jamais été sur un bâtiment fort élevé, venant à monter au haut du monument de *Londres*, qui est une colonne fort élevée, & regardant en bas dans la rue, les objets qu'il y voit, comme les hommes & les chevaux, lui paroissent si petits qu'il en est étrangement surpris. Mais dix ou vingt ans après, s'il s'est accoutumé dans cet intervalle à regarder en bas de cette hauteur ou de quelques autres hauteurs semblables, il ne trouve plus les mêmes objets si petits; parce qu'ayant acquis une longue expérience de la diminution des grandeurs apparentes par l'augmentation de la distance, il conçoit par un jugement prompt & imperceptible, que les objets sont de la même grandeur que s'ils étoient moins éloignés, & ne pouvant pas distinguer ce jugement de l'esprit de la perception des yeux, il s' imagine de les voir actuellement plus grands qu'auparavant. S'il s'accoutumoit à voir les mêmes objets de ces grandes hauteurs, aussi souvent qu'ils les voit de niveau dans les rues, je crois qu'ils lui paroistroient précisément de la même grandeur du haut du monument, qu'ils lui paroissent d'une fenêtre d'un premier étage. Car dans la rue, un homme à cent toises de distance paroît avoir la même hauteur qu'un autre à dix toises, quoique l'image du premier ne soit dans l'œil que

la dixième partie de la longueur de l'autre ; la petitesse de l'image étant compensée par la grandeur de la distance , & cette estimation se fait à l'instant & imperceptiblement dans les objets que l'on voit constamment & perpétuellement dans une situation.

Mais le fameux Mr. *Perrault* (*ordon. des 5 col. d'architect. p. 11. ch. 7.*) paroît s'être bien trompé en appliquant ce principe pour renverser l'opinion reçue de tous les Architectes & de tous les Sculpteurs depuis le tems de *Phidias*, sçavoir, que les statues placées sur des bâtimens fort élevés doivent être plus grandes & avoir des traits plus gros que celles que l'on doit voir de plus près. Il dit que le jugement de l'œil est si parfait & si accoutumé à tenir compte de la distance d'un objet, qu'il nous paroît de la même grandeur, soit qu'il soit plus ou moins éloigné. Cela est vrai pour les objets qui nous sont familiers ; mais nous ne voyons pas aussi constamment & communément les statues au haut des grandes bâtisses, que les hommes & les chevaux dans les rues ; & par conséquent nous ne pouvons pas faire une estime juste du rapport de leur grandeur à leur distance dans le premier cas comme dans le second. Je crois qu'il y a peu de spectateurs qui soient capables d'estimer à peu-près la longueur du Dragon qui est au haut du clocher, ou la hauteur de St. *Michel* à *Bruxelles* excepté ceux qui ont vu ces figures avant qu'on les mit en place. Outre cela tous les hommes, excepté les Architectes, sont portés à trouver la hauteur d'un grand bâtiment beaucoup moindre qu'elle n'est réellement. Ainsi je ne vois pas pourquoi ce sçavant homme tourne en ridicule la fameuse histoire de la *Minerve* de *Phidias* qui avoit paru excessivement difforme lorsqu'on la vit de près dans son laboratoire, & d'une grande beauté lorsqu'elle fut placée à la hauteur qui lui étoit destinée. On voit tous les jours quelque chose de semblable dans les tableaux, dont plusieurs paroissent rudes & grossiers lorsqu'on les regarde de trop près, mais parfaitement doux & naturels lorsqu'on les voit dans leur point de vue. La peinture qui est dans la coupole de l'Eglise de St. *Paul* de Londres, si elle étoit vue à la distance de quelques pieds, feroit un effet beaucoup moins agréable qu'elle ne le fait étant vue du pavé de l'Eglise. Telles sont les remarques du Dr. *Jurin*.

91. En voyageant vers le Nord dans le grand chemin de *Stilton* en *Huntingtonshire*, lorsque j'en fus éloigné d'un ou deux milles, j'observai par hasard que les logis qui sont dans le chemin & l'église qui est à main gauche paroissent tellement séparés, que je demandai à mon domestique si l'église qui étoit devant nos yeux appartenoit à *Stilton* ou à quelqu'autre ville ; à quoi il ne sçut que répondre. Nous crûmes alors qu'il y avoit près d'un mille de distance de l'église aux logis ; mais bientôt après, nous étant approchés des logis & jettant de nouveau les yeux sur l'église, je fus bien surpris de trouver qu'ils en étoient si proches. Cela me donna la curiosité de mesurer leur distance réelle, & la mesurant au pas, je trouvai qu'il y avoit à peu-près la distance de la huitième partie d'un mille. Environ un mois après, lorsque je revins passer par le même village, je tombai dans la même illusion sur cette distance qui me parut aussi forte qu'auparavant, quoique je sçusse de combien elle étoit réellement. Je fus donc plus curieux d'observer la situation de la ville

& des campagnes qui l'environnent, pour pouvoir découvrir la cause de cette illusion.

La pleine campagne par où passe le chemin au sud de la ville, est presque de niveau pendant un ou deux milles, & après cette distance les champs s'élevaient doucement de chaque côté de la ville pendant un demi-mille ou un mille; la ville paroît dans l'horizon (rien n'étant visible au-delà) quoiqu'un peu plus basse & plus éloignée que les parties de l'horizon attenantes de chaque côté; & je crois que c'est là la cause de l'illusion. Car lorsqu'un objet ou un intervalle entre deux objets nous paroît plus éloigné que selon nos idées communes, nous le jugeons aussi plus grand que nous n'aurions fait, s'il nous avoit paru proche.

A la distance d'un demi-mille du côté du nord de la ville, le chemin paroît monter au nord, & depuis le bas de cette montée l'intervalle entre les logis & l'église paroît aussi fort grand, le haut des logis & du clocher paroissant à l'horizon au-delà d'une longue chaîne de campagnes semées de bled, qui s'élevaient doucement à main droite du chemin. C'est de cette basse station que cet intervalle paroît beaucoup plus grand que du haut de la montée qui est au-dessus, quoique peu éloigné de la ville. Parce que de cette haute station ces chaînes intermédiaires n'interceptent pas la vue du petit champ qui est entr'elles & la ville, lequel champ est imaginé trop grand lorsqu'on est dans la station inférieure, & aussi parce que la ville ne paroît plus à l'horizon, les champs qui sont au-delà étant clairement visibles.

Je me suis aperçu depuis ce tems-là de quelques autres illusions semblables en d'autres endroits; par exemple de l'intervalle qui paroît être entre l'église & le château de *Scarborough* vu de certains endroits du chemin qui est entre *Hacknes* & ce château.

92. Depuis l'impression de cette explication de la concavité apparente du ciel, j'ai eu une ou deux occasions de faire une observation qui me paroît bien propre à appuyer ce que j'en ai dit. Etant sur le bord de la mer sous des rochers qui s'étendoient de part & d'autre en ligne droite, autant que je pus m'en apercevoir, & regardant l'horizon de la mer; il ne me parut pas un demi-cercle dont mon oeil fut le centre, mais la distance de ses parties vues de chaque côté le long des rochers, me parut la plus grande de toutes. Les distances des parties intermédiaires paroissent diminuer peu à peu, pendant que je portois ma vue depuis les rochers jusques au milieu de l'arc horizontal. Je m'aperçus aussi d'un certain navire éloigné, qui me parut couper également l'arc horizontal compris entre la ligne des rochers d'un côté & la perpendiculaire à cette ligne de l'autre côté. Et cependant l'angle compris par la ligne des rochers, & par celle qui alloit au navire, me paroissoit beaucoup plus petit que son complément compris sous la ligne du navire & sous la perpendiculaire à celle des rochers. Ce qui s'accorde avec des observations semblables sur la concavité du ciel, dont il est parlé dans l'art. suivant; par où l'on voit que notre idée de distance devient plus grande par la variété des objets. Dans la fig. 101 la ligne des rochers est AOD ; la perpendiculaire est OC ; le lieu de l'observateur est O ; l'horizon de la mer est $ABCD$; le lieu apparent du vaisseau éloigné est B , qui me parut diviser également à fort peu près l'arc

ABC en B, quoique l'angle AOB me parut beaucoup plus petit que l'angle BOC.

Dans un autre tems & dans un autre endroit, je fis une observation semblable, étant au sommet de quelques rochers fort élevés & alors l'horizon de la mer me parut s'élever un peu vers les nuages, comme le bord d'une soucoupe, surtout, lorsqu'il paroissoit plus foible & plus obscur.

93. Lorsque j'eus communiqué cette détermination de la figure du ciel à Mr. *Martin Folkes*, Ecuyer, il l'approuva & me dit qu'il avoit souvent observé que le ciel paroissoit avoir une figure conchoïdale, telle qu'elle est représentée par la ligne courbe ABCD dans la figure 134; ce que j'ai aussi trouvé souvent très-évident. Mais on voit aisément que cela n'altère pas sensiblement la proportion des distances apparentes de ses parties verticales & horizontales, ni la manière de les déterminer.

Il me fit aussi remarquer que la distance apparente du Soleil ou de la Lune dans un lieu donné B, pouvoit se calculer dans certaines limites, en imaginant une perpendiculaire BP sur le terrain OA & en observant quelque marque auprès de P où cette perpendiculaire paroît tomber (sur quoi j'ai éprouvé que plusieurs personnes qui se trouvoient dans le même tems en O s'accordoient à fort peu près dans leurs jugemens;) ensuite ayant mesuré la distance OP & ayant pris la hauteur du Soleil ou l'angle BOP, on peut trouver par différentes méthodes le côté OB du triangle OBP. On aura l'angle BOP assez exactement pour ce dessein en élevant un bâton *pb* & mesurant la longueur de son ombre *po*.

Et ainsi par la figure du concave ABC déterminée ci-devant (art. 163.) nous avons la distance apparente du Soleil dans toute autre hauteur, & en même tems la hauteur verticale des nuages ou du ciel en C.

Il me dit aussi que les côtés parallèles d'une allée fort longue & fort large, d'une avenue, d'un chemin ou autre chose semblable, ne paroissent pas convergents comme deux lignes droites qui tendent à un point fort éloigné; mais plutôt comme les jambes de deux hyperboles *abc, def* qui tendent de part & d'autre vers une asymptote *op*, menée de l'œil en *o* parallèlement aux côtés de l'allée, comme on voit dans la figure.

Il me dit encore, qu'en marchant fort vite sur les bords de plusieurs terres labourées longues & droites & les regardant de côté, elles lui paroissoient convexes vers son œil, tant qu'il fut vis-à-vis d'elles; ensuite droites, & après convexes, lorsqu'il les avoit passées. Je n'ai pas eu occasion d'observer ce phénomène; mais je crois que c'est là la description qu'il m'en donna.

94. J'ai fait voir dans ces articles en général, d'où vient que la Lune paroît toujours plus grande à l'horizon qu'au méridien, & j'en ai appuyé l'explication par une expérience décrite dans les remarques précédentes. Je dis en général, parce qu'on sçait qu'en différents tems la Lune horizontale paroît de différentes grandeurs dans un même horizon & quelque fois d'une grandeur extraordinaire. Je suis porté à croire que cela vient principalement de la largeur extraordinaire de sa peinture sur la rétine dans ces tems-là; laquelle peinture a été supposée invariable dans la théorie présente. On ne peut mieux examiner cela qu'en prenant ses diamètres avec un micromètre; ou bien, parce que cet instrument n'est pas entre les mains de tout le monde, en observant l'année & le jour du mois avec les hauteurs du baromètre & du thermomètre. Car si l'on

Sur l'art. 163.

Remarques de M. Folkes sur la figure conchoïdale du Ciel, &c.

Fig. 134

Fig. 135

Sur l'art. 164. &c.

Examen des Lunes horizontales d'une grandeur extraordinaire.

trouve par un grand nombre d'observations semblables, que les plus grandes Lunes horizontales arrivent communément dans son périgée, & dans les soirs les plus chaudes de l'été, lorsque le baromètre est bas & le thermomètre fort haut; & qu'au contraire les plus petites Lunes horizontales arrivent communément dans son apogée le matin dans le tems le plus froid en hyver, lorsque le baromètre est haut & le thermomètre bas; comme ces causes sont indépendantes les unes des autres & conspirent toutes à augmenter la peinture de la Lune dans le premier cas, & à la diminuer dans le second, on peut raisonnablement conclure que ces Lunes extraordinaires viennent principalement du concours de ces trois circonstances.

Dans mes remarques sur l'art. 170, relativement aux réfractions astronomiques, j'expliquerai d'où vient que la pleine Lune horizontale paroît rarement ovale comme le Soleil horizontal, (quoique leurs rayons éprouvent les mêmes réfractions) mais communément d'une figure ronde, à laquelle se réduit l'ovale des réfractions par le défaut de lumière à l'un de ses bords, un ou deux jours avant ou après la pleine Lune, surtout le soir en automne. Ainsi en comparant ensemble les aires de ces disques ronds de différentes pleines Lunes, on peut les supposer égaux à des cercles, dont les diamètres sont égaux aux diamètres verticaux des disques: parce que ces diamètres sont sujets à des changements plus petits & plus réguliers que tous les autres, & que vers la pleine Lune ils sont souvent d'autant plus grands que les autres sont moindres que l'horizontal (ou plutôt que le diamètre elliptique) selon que la Lune horizontale arrive à différentes distances de la pleine Lune exacte. Or puisque ces diamètres verticaux apparents & leurs peintures varient, tant par les distances de la Lune à la terre que par les réfractions horizontales qui dépendent de la densité de l'air, c'est-à-dire, de sa pesanteur & de la chaleur en même-tems; je trouve par un calcul de gros en gros, que ces diamètres apparents des plus grandes & des plus petites Lunes sont à fort peu près entr'eux comme 36 à 35 ou presque comme 3 à 2.

Mais on doit remarquer que nous ne comparons pas dans notre esprit une Lune extraordinairement grande avec une Lune extraordinairement petite (la dernière paroissant rarement, & même s'attirant alors fort peu notre attention, comme n'étant pas différente de chaque Lune un peu élevée): mais nous la comparons avec une idée fixe que nous avons acquise par l'inspection de la plupart des Lunes horizontales, dont il faut par conséquent prendre le diamètre moyen, comme une moyenne proportionnelle géométrique entre les diamètres des plus grandes & des plus petites pleines Lunes, & non pas comme une moyenne arithmétique; parce que nous voyons plus de Lunes en hyver qu'en été, & par conséquent plus de petites que de grandes, à raison de la plus longue durée des grandes réfractions qui resserrent ces diamètres. Donc le diamètre de la plus grande Lune est à celui de la plus commune d'une grandeur moyenne en raison sousdoublée de 36 à 25, c'est-à-dire (parce que 36, 30 & 25 sont en proportion continue) en raison de 6 à 5; qui est à fort peu près la raison des diamètres d'un schelling & d'une pièce de 6 sols ou d'un écu & d'un demi écu, par où nous pourrions mieux juger si cette hypothèse répond à notre idée de ces Lunes extraordinaires. Je la trouve confirmée par une observa-

tion, que j'ai mise par écrit, d'une Lune extraordinairement grande de la couleur ordinaire, comme celle du cuivre poli. Je la vis le 27 de Juillet 1732, vieux stile, se levant sur les 8 heures du soir au-dessus de la ville de *Cambridge* à la distance d'un demi mille, le vent étant à l'ouest, & le baromètre un peu variable. Or on voit par les Ephémérides que la Lune étoit alors proche de son périgée, & le vent d'ouest qui continua pendant ce mois est une preuve suffisante de la chaleur de l'air & de son peu de réfraction. Car je ne fis pas attention au thermomètre, parce que je ne pensois pas alors à cette hypothèse. Nous avons donc ici deux ou trois causes qui s'accordent avec la théorie, & la troisième (qui est le baromètre) tient à peu-près un milieu; mais je crois qu'il a moins d'action sur la grandeur apparente de la Lune qu'aucune des deux autres.

95. Puisque la peinture de la Lune horizontale est constamment plus ou moins resserrée par les réfractions & que celle de la Lune méridionale dans la plus grande hauteur par rapport à nous, qui est de 60 ou 65 degrés, en est à peine sensiblement resserrée, il s'ensuit que dans ces deux positions les diamètres de son disque considérés comme portions de la concavité du ciel, doivent être en moindre raison que celle de ses distances apparentes dans le ciel. Parce que dans la théorie présente de l'art. 164 la peinture de la Lune a été supposée invariable pendant qu'elle monte ou qu'elle descend. La raison de ces distances apparentes par la table de l'art. 164 est d'environ 1 à 3 ou de 3 à 9, & ce seroit la raison des diamètres de ses disques circulaires dans la concavité du ciel indépendamment de la réfraction; mais je trouve que par la réfraction le disque horizontal est communément resserré en raison de deux cercles dont les diamètres sont à fort peu-près comme 9 à 8. Ainsi le disque méridional le plus élevé n'est communément au disque horizontal que comme 3 à 8 en diamètre. Ces disques sont représentés par les cercles 3 & 8 sous la figure 102, afin que l'œil puisse juger de leur proportion. Dans cette comparaison, on ne fait pas attention au défaut d'illumination de la pleine Lune, parce qu'il affecte la Lune méridionale autant que l'horizontale, en prenant un terme dans l'autre.

Les diamètres apparents de la Lune à différentes hauteurs sont en moindre raison que celle des distances apparentes.

96. Puisque l'horizon vu du haut d'une montagne ou d'un lieu élevé paroît plus éloigné que d'en bas, il semble s'ensuivre de la théorie présente, que la Lune horizontale doit paroître plus grande d'en haut que d'en bas; ce qui, je pense, n'est nullement conforme à l'expérience & ne doit pas l'être en effet. Car on doit faire attention qu'une vue présente de la Lune & de l'horizon ensemble ne peut pas fournir une nouvelle idée d'une certaine grandeur déterminée de son disque (parce que la faculté d'estimer par la vue est trop foible & trop peu exacte pour cela), mais elle ne fait que réveiller l'idée ancienne que nous en avons, qui est le résultat d'une longue expérience d'une infinité de vues de la Lune & de l'horizon qui se sont présentés sous diverses situations. Notre idée de la grandeur de la Lune horizontale est donc à peu près un milieu que nous avons tiré de toutes nos observations, & elle est tellement gravée dans notre ame par des vues répétées qu'une vue seule ne peut pas l'altérer, mais la fortifier. Il en est de même de l'idée que nous avons de la grandeur de la Lune méridionale & de toutes ses positions à diverses hauteurs intermédiaires. Quoique ces idées nous viennent originairement de celles des distances de la Lune

Réponse à une objection.

dans le Ciel, elles se trouvent ensuite liées & réveillées par les idées de ses hauteurs correspondantes. C'est pour cela que les premières idées continuent d'être les mêmes, quoique la vue actuelle de l'horizon soit totalement interceptée, par l'interposition de quelque objet voisin, & même celle du Ciel environnant, par les côtés d'un tube vuide, lorsqu'on voit la Lune à travers. Car nous retenons dans notre mémoire pendant long-tems les idées fort distinctes des grandeurs de la Lune. Cependant si dans le cours de nos expériences, il arrive fort rarement que la grandeur de la peinture de la Lune horizontale soit considérablement altérée d'une façon quelconque; cette cause qui a beaucoup d'action, altère tout à coup l'idée établie de sa grandeur ordinaire, comme on peut l'éprouver en regardant la Lune au travers d'un verre de lunette que l'on écarte un peu de l'œil.

Examen de
différentes
explications
de la Lune
horizontale.

97. Il est assez évident non-seulement par la chose même, mais encore par le rapport des Historiens, que les observations astronomiques les plus anciennes sur les positions & les distances des étoiles n'ont pas été faites avec des instruments, mais seulement par estime ou par le coup d'œil. Et comme les premiers Astronomes ne sçavoient pas que les intervalles des étoiles paroissent beaucoup plus grands auprès de l'horizon que dans le méridien, il n'est pas douteux que leur astronomie a dû être fort embarrassée par une si grande illusion dans leur estime. Je n'ai pas examiné en quel tems on découvrit cette erreur avant *Ptolomée*; mais on voit clairement qu'il ne l'ignoroit pas, par les égards qu'il y avoit, toutes les fois qu'il avoit recours à ces anciennes observations. (*Almagest. l. 2, chap. 9*); mais quelle que soit l'époque de la découverte de cette illusion, il est certain que la cause en a été jusqu'ici douteuse & contestée, & c'est pour cela que je me suis si fort étendu sur cette matière, pour la mettre, s'il est possible, hors de toute dispute. La variété des Auteurs & des opinions est si grande à ce sujet, que pour éviter une prolixité superflue, je me détermine à renvoyer les curieux à l'*Almageste* de *Riccioli* (*tom. 2, lib. 10, Sect. 6, quest. 13, p. 643*) où il en rapporte un grand nombre, ou à la dissertation curieuse que l'ingénieur *Mr. Guill. Molyneux* a composé sur ces diverses opinions (*trans. phil. n°. 187*) dans l'intention, comme il le dit, non pas de rien établir de son propre fonds qui puisse satisfaire les curieux sur cette apparence admirable, mais de mettre au jour les erreurs de ceux qui ont prétendu l'expliquer, & qui n'ont rien dit de satisfaisant; afin que par ce moyen, les Physiciens se déterminent à reprendre ce sujet, & à faire de nouvelles recherches sur ce merveilleux phénomène. Depuis que ce discours a été publié, je ne vois pas qu'on ait rien dit de nouveau, excepté dans cet ingénieux *essai*, dont on a parlé ci-devant, sur une nouvelle théorie de la vision, où l'on trouve l'explication suivante, *sect. 68.*

D'où vient
que la Lune
paroît plus
grande à l'ho-
rizon que dans
le méridien.

98. » Pour rendre raison de cette apparence, on doit observer que les
» particules qui composent notre atmosphère, interceptent les rayons de
» lumière qui viennent d'un objet à l'œil, & que plus la portion de l'atmos-
» phère entre l'objet & l'œil est grande, plus est grand aussi le nombre
» des rayons interceptés, & plus par conséquent l'objet est affoibli; chaque
» objet paroissant plus vif ou plus foible à proportion qu'il envoie plus ou
» moins de rayons à l'œil. Mais entre l'œil & la Lune, lorsqu'elle est dans
» l'horizon, il y a une quantité d'atmosphère beaucoup plus grande que
lorsqu'elle

» lorsqu'elle est dans le méridien ; delà vient que l'apparence de la Lune
 » horizontale est plus languissante , & par conséquent par la sect. 56 on
 » doit la juger plus grande que dans le méridien , ou dans toute autre
 » élévation au-dessus de l'horizon.

99. » Dans la 56^e section où l'Auteur nous renvoie , il explique de
 » quelle manière la vue apperçoit la grandeur *tangible* des objets. C'est
 » premièrement par la grandeur ou l'étendue de l'objet visible , laquelle
 » étant immédiatement perçue par la vue , se trouve liée avec une autre
 » qui est tangible & placée à quelque distance. En second lieu , par la
 » confusion ou la distinction , & en 3^e lieu par la vivacité ou la foiblesse de
 » l'apparence visible. Tout le reste étant égal , plus l'objet visible est grand
 » ou petit , plus je conclus que l'objet tangible doit être grand ou petit.
 » Mais quelque grande que soit l'idée qui me vient par la vue , si elle
 » est confuse , je juge que l'objet est petit : si elle est claire & distincte ,
 » je le juge plus grand , & si elle est foible , je le juge encore plus grand.

Par quels
moyens on
apperçoit par
la vue les
grandeurs
tangibles.

100. Après cela , l'Auteur entreprend d'appuyer cette explication du
 phénomène par l'examen & l'exclusion de quelques autres causes & opinions.
 Mais pour ne pas entrer dans un détail particulier de ses preuves , je vais
 faire voir par la seule expérience que ces différents degrés de foiblesse de la
 Lune , ne produisent aucune variation sensible dans sa grandeur apparente ,
 ce que j'espère de démontrer par les observations suivantes.

Examen de
l'explication
précédente.

101. Premièrement , la Lune paroît beaucoup plus languissante pendant
 le jour que pendant la nuit , & par conséquent selon le principe de notre
 Auteur , elle devroit paroître plus grande le jour que la nuit à la même
 hauteur ; ce que je n'ai jamais pu observer quoique j'aie souvent regardé la
 Lune dans cette intention.

Elle est con-
traire à l'ex-
périence.

2^o. J'observe que la Lune horizontale étant beaucoup plus languissante
 que le Soleil horizontal vu à l'œil nud , devroit paroître en conséquence
 de ce principe (quoique l'expérience soit contraire) beaucoup plus grande
 que le Soleil horizontal ; parce que ces deux corps ne diffèrent en aucune
 autre circonstance apparente que dans celle de la foiblesse ou de la vivacité.
 Car les angles formés dans l'œil par leurs diamètres , sont communément
 à fort peu près égaux entr'eux , autant que l'œil nud peut en juger ; comme
 il est d'ailleurs évident par les tables astronomiques de ces angles aussi bien
 que par les éclipses totales du Soleil , le disque de la Lune étant quelque-
 fois suffisant pour le couvrir entièrement , & d'autre fois ne laissant qu'un
 petit anneau de lumière qu'elle ne couvre pas , selon les différentes propor-
 tions des distances du Soleil & de la Lune à notre œil. De plus le Soleil
 horizontal , malgré la grande quantité de ses rayons que retient l'atmosphère ,
 est encore moins foible que la Lune méridionale (l'œil étant communément
 blessé alors par l'éclat du Soleil & ne l'étant nullement par celui de la Lune) ,
 & par conséquent le Soleil horizontal devroit paroître moindre que la Lune
 méridionale , si le principe de l'Auteur étoit vrai. Mais ces conséquences que
 j'en tire sont manifestement contraires à l'expérience.

3^o. J'observe que la Lune dans son éclipse totale , paroît beaucoup plus
 languissante que lorsqu'elle n'est pas éclipsée , à la même hauteur , & cepen-
 dant elle ne paroît pas plus grande qu'à l'ordinaire , comme j'en ai été
 pleinement convaincu par l'éclipse totale de la Lune du 20 Novembre 1732.
 Car quoique je ne fûsse pas attention à cette comparaison , lorsque je vis

cette éclipse, cependant elle me vint dans l'esprit le matin suivant (où elle étoit encore pleine) en voyant la Lune qui étoit encore élevée de quelques degrés avant son coucher. Elle me parut alors beaucoup plus grande que 8 ou 9 heures auparavant, lorsqu'elle avoit été éclipée étant fort élevée & proche du méridien, où elle avoit paru d'une couleur beaucoup plus foible & plus foncée, tournant plus vers un rouge obscur que dans le tems de son coucher. Outre cela, en interrogeant différentes personnes qui l'avoient vue éclipée pendant la nuit, si elles avoient connoissance de quelqu'autre circonstance extraordinaire dans son apparence, outre celle de sa couleur obscure, elles me dirent qu'elles n'en avoient apperçu aucune. Ensuite je les interrogeai directement sur sa grandeur apparente; elles me repliquèrent qu'elle leur avoit paru la même qu'à l'ordinaire, c'est-à-dire, qu'elle n'avoit pas paru à beaucoup près aussi grande qu'à l'horizon. Mais si cette foiblesse plus grande de la Lune méridionale éclipée que n'est celle de la Lune horizontale non éclipée, avoit produit une idée de grandeur proportionnelle, ou même égale à celle de la Lune horizontale ordinaire, une apparence si remarquable n'auroit pas manqué d'être observée dans cette éclipse totale, & dans plusieurs autres qui sont arrivées à de fort grandes hauteurs au-dessus de l'horizon : & cependant je n'ai jamais vu qu'on en ait fait aucune mention dans aucune observation d'éclipse, quoiqu'on y parle souvent de la couleur obscure de la Lune. Or les degrés ordinaires de la pâleur de la Lune sont produits par les obstacles que l'atmosphère présente à différentes quantités de lumière rompue après avoir été réfléchiée par la Lune, comme notre Auteur l'explique, & les degrés de cette pâleur extraordinaire de la Lune lorsqu'elle est éclipée, sont produits en partie par l'absence des rayons du Soleil que la terre intercepte, & en partie par des obstacles semblables que l'atmosphère présente aux autres rayons rompus, tant avant qu'après leur incidence sur la Lune, comme je l'expliquerai dans mes remarques sur l'art. 170, & par conséquent cette pâleur extraordinaire ne diffère de l'ordinaire dans aucune autre circonstance sensible que dans le degré seulement, & cependant (comme on l'a vu) elle n'occasionne aucune différence dans les degrés de grandeur apparente. Cette pâleur ne peut donc pas servir de fondement aux objections que notre Auteur a opposées aux degrés semblables de pâleur du Soleil & de la Lune, produits par l'interposition des verres plans colorés ou enfumés (*ibid. sect. 72*), qui comme tout le monde sçait, ne produisent aucune altération sensible dans la grandeur apparente.

Enfin je remarque que cette hypothèse de la foiblesse des rayons ne peut suffire en aucune manière pour rendre compte d'une semblable variété de grandeurs apparentes dans les constellations, c'est-à-dire, des intervalles entre les mêmes étoiles fixes à différentes hauteurs; ce qui est regardé comme un phénomène de la même espèce & du même degré que celui du Soleil & de la Lune, & qui par conséquent dépend de la même cause.

Ce phénomène de la Lune n'est pas hors de la portée du calcul.

102. Pour conclure tout ceci, si ce phénomène de la Lune horizontale est un exemple évident de l'insuffisance des lignes & des angles, pour expliquer de quelle manière notre ame apperçoit & estime la grandeur des objets extérieurs, comme il plait à notre Auteur de l'assurer (*ibid. sect. 78*), je laisse à penser s'il ne fournit pas un exemple aussi évident de l'insuffisance de cette foiblesse de lumière pour expliquer la même chose. On en peut cependant déterminer & calculer les degrés par les lignes & par les angles,

au même point d'exactitude dans tous les cas , autant que l'œil peut les distinguer dans les cas les plus simples & les plus avantageux : & cette exactitude est plus que suffisante pour établir ou pour renverser tous les arguments & toutes les conclusions que l'on peut tirer en général de la foiblesse des couleurs ; comme on peut le faire voir dans le phénomène présent , si l'on vouloit parvenir à cette exactitude , & si (pour servir de base au calcul) on pouvoit produire certaines observations ou expériences , qui feroient voir que tout le reste étant égal , deux degrés donnés de pâleur produiroient réellement & clairement deux autres degrés distincts & donnés de grandeur apparente.

Mais n'allons pas plus avant , puisque l'Auteur veut bien accorder à l'Optique quelque usage du calcul mathématique ; quoique selon lui , on doive observer en général que ce calcul ne sauroit être exact & précis , parce que les jugements que nous formons de la grandeur des objets extérieurs , dependent souvent de diverses circonstances qui ne sont pas proportionnelles aux lignes ou aux angles , ou qu'on ne peut pas déterminer par leur moyen. Je remarquerai sur cela seulement que s'il avoit bien voulu se rappeler combien de différentes sortes de quantités (sans en excepter les couleurs) qui passoient , il n'y a pas long-tems , pour être incapables d'aucunes mesures , ont été néanmoins réduites exactement aux règles du calcul des mathématiques , il auroit eu moins de raison de desespérer de pouvoir parvenir à de pareilles réductions dans les quantités de plusieurs autres espèces. Je prierois qu'on me pardonnât cette digression , si un physicien n'étoit pas obligé d'éloigner toutes les difficultés que l'on peut opposer contre la méthode la plus approuvée & qui a eu le plus de succès , pour ne pas dire l'unique méthode de se former une idée juste & précise de la nature des choses , qui sont toutes produites en nombre , poids & mesure.

Dans la seconde édition de cet essai & en même tems pour défendre & pour expliquer ce que cet Auteur appelle *le langage de la vue* , imprimée depuis peu , on voit quelques additions à l'explication de ce phénomène , mais comme tout dépend du principe de la foiblesse des couleurs , j'abandonne le reste aux réflexions du Lecteur.

103. Depuis l'impression de cet article , j'ai eu plusieurs occasions pendant quelques années d'observer la figure des halos autour de la Lune , qui m'ont toujours paru ovales plus ou moins , selon que la Lune étoit plus basse ou plus élevée , sans aucune exception. Je n'ai plus vu de halo autour du Soleil depuis l'idée que j'en ai donnée dans cet article. Mais le D. *Walker* de notre collège , m'a dit qu'il en avoit vu d'ovales pendant plusieurs années & qu'il se souvenoit d'un ou deux qu'il avoit vus autour du Soleil lorsqu'il étoit fort élevé en été , & par conséquent lorsqu'on pouvoit moins distinguer la figure ovale selon cette théorie , qu'on n'auroit fait si le Soleil avoit été plus bas.

Sur l'art. 167.
Figure ovale
des halos.

104. Parmi tous les phénomènes qui servent à démontrer que les objets fort élevés & fort éloignés dans le Ciel ne nous paroissent pas dans leurs grandeurs réelles , dans le lieu où ils sont & dans leurs vraies positions , mais qu'ils paroissent selon les projections en perspective sur la concavité apparente du Ciel , comme on l'a expliqué ci-devant , il n'y en a aucun qui soit plus propre pour cela & plus convaincant que cette belle appa-

Sur l'art. 170.
De la divergence & convergence apparente des rayons du Soleil.

Fig. 136.

rence de ces rayons larges & divergents qui viennent du lieu apparent du Soleil, traverser les nuages, que l'on voit le soir dans les grandes chaleurs de l'été répandus tranquillement & distinctement dans cette région du ciel. Cette application de ce phénomène commun me vint d'abord dans l'esprit à l'occasion d'une apparence extraordinaire, un peu semblable à celle-là, que je vis une fois à *Lincolne* & dont je vais donner ici la description.

Leur convergence apparente.

Fig. 137.

Les rayons réels sont à fort peu près parallèles.

Fig. 134.

105. C'étoit une convergence apparente de longs rayons blancs, qui tendoient vers un point diamétralement opposé au Soleil; car selon que je pûs en juger, ce point étoit autant au-dessous de l'horizon, que le Soleil étoit au-dessus. L'horison est ici représenté par la ligne $1 D 1$ & le point au-dessous opposé au Soleil est E ; c'est vers ce point que tous les rayons $V 1$, $V 1$ paroissent convergents.

106. En voyant que le point de convergence étoit opposé au Soleil, je commençai à soupçonner que ce phénomène extraordinaire n'étoit qu'un cas particulier de la divergence apparente & commune des rayons du Soleil, qui partent de son lieu apparent à travers les nuages, comme ils sont représentés dans la fig. 136. Je dis divergence apparente, car quoiqu'il n'y ait rien de plus commun que la divergence des rayons qui partent d'un corps lumineux, cependant celle de ces rayons avec des angles aussi grands n'est pas réelle, mais apparente; parce qu'il est impossible que les rayons directs du Soleil se croisent mutuellement dans aucun point apparent du ciel, en formant un angle plus grand qu'environ un demi degré. Car le diamètre de la terre étant extrêmement petit en comparaison de la distance du Soleil, de manière qu'il ne forme dans chaque point de son corps qu'un angle de 20 ou 22 secondes tout au plus, comme on verra art. 875; & le diamètre de notre horizon visible étant beaucoup plus petit que celui de la terre, il est évident que tous les rayons qui tombent d'un point donné quelconque du Soleil sur l'horizon, doivent former entr'eux des angles extrêmement petits; puisque le plus grand de tous ces angles est d'autant plus petit que celui de 22 secondes, que le diamètre de l'horizon visible est plus petit que celui de la terre. Tous les rayons qui viennent à nous d'un point donné du Soleil peuvent donc être regardés comme parallèles entr'eux, tels que les rayons $e B g$ qui viennent du point e ou ceux $f B h$ qui viennent du point opposé f & par conséquent les rayons de ces deux pinceaux qui viennent des points opposés du diamètre réel du Soleil & qui se coupent mutuellement dans son lieu apparent B dans les nuages, ne peuvent pas former entr'eux un angle plus grand que d'environ un demi degré; cet angle de leur intersection $e B f$ étant le même que celui sous lequel le Soleil paroîtroit à un œil placé dans les nuages en B , ou (ce qui revient au même) à un œil en O sur le terrain, parce que la distance réelle OS du Soleil est incomparablement plus grande que sa distance apparente OB . Donc les rayons du Soleil, tels que $B g$, $B h$ ne sont réellement divergents de son lieu apparent B , que par un angle $g B h$ qui n'est pas plus grand qu'environ un demi-degré. Cependant ils paroissent divergents du lieu B selon tous les angles possibles, & même dans des directions opposées. Venons-en donc à l'explication de cette divergence apparente, qui n'est pas évidente par elle-même, quoiqu'au premier coup d'œil elle le paroisse, parce que nous ne distinguons pas la vaste différence qui se trouve entre la vraie distance & la distance apparente du Soleil.

107. Voici ce que j'ai à démontrer. En supposant que tous les rayons du Soleil tombent exactement parallèles les uns aux autres sur l'horizon de cette divisible, comme ils le font à fort peu-près, ils doivent néanmoins dans ces deux cas paroître divergents selon tous les angles possibles. Imaginons que le ciel est en partie couvert d'un lit spacieux de nuages rompus V, V, V , &c. parallèles au plan visible de l'horizon, qui est ici représenté par la ligne AOD. Lorsque les rayons du Soleil tombent sur ces nuages selon les directions parallèles SV, SV &c. supposons que quelques uns traversent leurs intervalles selon les lignes Vt, Vt &c. & tombent sur le plan de l'horizon en t, t &c. & puisque les autres rayons incidents SV, SV &c. sont supposés interceptés par le nuage X eu égard au lieu du spectateur en O & par les nuages V, V &c. par rapport aux intervalles entre les rayons transmis $Vt, &c.$ une petite partie de ces derniers rayons $Vt, Vt, &c.$ étant réfléchi de tous côtés par certaines vapeurs légères qui flottent dans l'air, suffiront indubitablement pour affecter l'œil d'une apparence de lumières & d'ombres, sous la forme de rayons brillants dans les endroits Vt, Vt &c. & de rayons obscurs dans leurs intervalles; précisément comme on voit dans une chambre de pareils rayons de lumière & d'ombre par la réflexion des rayons du Soleil sur l'air chargé de fumée ou de poussière: la lumière & l'ombre étant ici occasionnée par la transmission des rayons au travers de quelques fentes de la fenêtre & par leur interruption dans les autres parties.

Explication
de cette di-
vergence ap-
parente.

Fig. 138.

Mais si la concavité apparente de ce lit de nuages V, V &c. par rapport à l'œil en O, est représentée par l'arc ABCD, & si elle est coupée au point B par la ligne OBX parallèle aux rayons tV , il est évident par les règles de la perspective, que ces longs rayons ne paroîtront pas dans leurs places réelles, mais qu'ils paroîtront sur la concavité ABCD divergents de tous côtés par rapport au point B (art. 156 & 170) où le Soleil paroît, ou par rapport au nuage X qui couvre le corps du Soleil, comme on l'a représenté séparément dans la figure 136.

108. Par la même raison si l'on prolonge la ligne BO vers E, au dessous du plan de l'horizon AOD & que l'œil soit dirigé vers la région du ciel directement au-dessus de E, les extrémités inférieures des mêmes rayons réels Vt, Vt &c. paroîtront alors sur la partie DF de cette concavité & ils paroîtront aussi comme convergents vers le point E placé précisément autant sous l'horizon que le point opposé B est au-dessus; ce que l'on a représenté séparément dans la fig. 137. Car si l'on suppose que les rayons $Vt, Vt, &c.$ soient assez visibles dans toute leur longueur & que l'œil soit dirigé dans un plan qui leur soit perpendiculaire, & qui est ici représenté par la ligne OF; les parties de ces rayons les plus proches de l'œil paroîtront sur ce plan fort écartées les unes des autres, & leurs parties les plus éloignées paroîtront se rapprocher par gradation vers les extrémités opposées de la ligne BE. Pour mieux éclaircir ceci, nous pouvons imaginer que le spectateur en O est placé sur le haut d'une si grande descente OHI vers une vallée éloignée IK & que le Soleil est si bas, que le point E qui lui est opposé peut paroître au dessus de l'horizon de cette vallée obscure. En ce cas, il est évident que le spectateur en O verra ces rayons assez convergents pour s'entre couper en E dans le ciel.

Explication
de leur con-
vergence ap-
parente.

Fig. 138.

109. Je ne me souviens pas d'avoir jamais vu aucun phénomène de cette

D'où vient
que les rayons
convergens
sont moins
communs que
les diver-
gens.

espèce par la lumière de la Lune, ni d'avoir vu autant de rayons convergens que de rayons divergens. Apparemment que la lumière de la Lune est trop faible, après qu'elle a été réfléchie par les vapeurs, pour produire cette apparence sensible de lumière & d'ombre qui forme ces rayons; & quant au phénomène plus rare, je me ressouviens fort bien que les rayons du Soleil qui étoient convergens vers un point sous l'horizon, n'étoient pas tout-à-fait aussi brillants & aussi forts que ceux qui sont ordinairement divergens du corps du Soleil; & que le ciel derrière eux paroissoit fort noir (plusieurs ondées de pluie ayant passé de ce côté là) ce qui certainement contribuoit à produire cette apparence. Ainsi il est probable que la petitesse & la faiblesse des rayons réfléchis par les vapeurs opposées au Soleil, est la principale cause de ce que cette apparence est si rare en comparaison de celle des rayons divergens. Car comme la région du ciel tout autour du Soleil est toujours plus brillante que la région opposée; la lumière des rayons divergens doit aussi être plus brillante que celle des rayons convergens; car quoique les corps grossiers & raboteux réfléchissent les rayons dans toutes les directions possibles; on observe néanmoins communément qu'il s'en réfléchit plus par devant obliquement, que par derrière directement. Outre cela dans le cas présent, les rayons incidents sur la région opposée au Soleil, sont plus affaiblis par les réflexions continuelles d'un long espace de l'atmosphère que les rayons incidents sur la région voisine du Soleil.

Je crois que le phénomène commun des rayons divergens, est plus fréquent en été qu'en hyver; & lorsque le Soleil est bas que lorsque le Soleil est élevé: apparemment parce que les vapeurs inférieures étant plus denses, réfléchissent la lumière plus fortement que les vapeurs plus élevées; parce que la lumière inférieure du ciel n'est pas aussi brillante que la lumière supérieure; parce que l'air est communément plus tranquille le matin & le soir que vers le midi; & enfin parce qu'il s'exhale différentes espèces de vapeurs de toutes sortes de végétaux, en plus grande abondance l'été que l'hyver, & que ces vapeurs, lorsque l'air est rafraîchi & condensé le matin & le soir, peuvent devenir assez denses pour réfléchir une lumière sensible.

Sur les réfrac-
tions astrono-
miques.

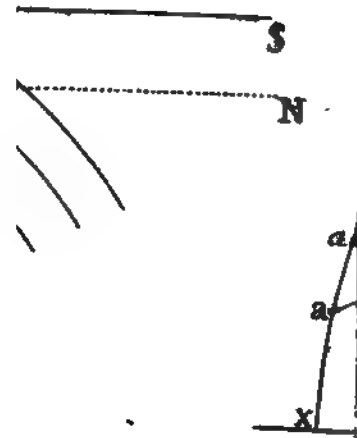
110. Je vais conclure mes remarques sur ces apparences optiques dans le ciel, par une explication populaire de la réfraction des rayons dans l'atmosphère & du principal phénomène qui en résulte.

Histoire de
cette décou-
verte.

111. L'Arabe *Alhazen* qui vivoit vers l'an 1100 de N. S. paroît avoir fait plus de recherches sur la nature des réfractions que les écrivains qui l'ont devancé; tellement qu'ayant fait des expériences sur la surface commune de l'air & de l'eau, de l'air & du verre, de l'eau & du verre ou du cristal, & étant préoccupé de l'opinion ancienne des orbes de cristal dans les régions supérieures à l'atmosphère, il eut assez de courage pour y soupçonner quelque réfraction. On peut, dit-il, la prouver (*opr. l. 7. pr. 15*) en prenant la distance d'une étoile au pôle de l'équateur (avec une sphère armillaire) tant lorsqu'elle est au-dessous que lorsqu'elle est proche du zénith, & il ajoute qu'on trouvera la première distance polaire moindre que la seconde à cause de la réfraction des rayons, & cela, nous dit le moine *Bacon* (*opus majus p. 398.*) a été tiré du 5^e livre des aspects de *Ptolomée*, qui attribue cette différence à la réfraction des rayons qui se fait dans la surface commune à l'air & à l'éther. Si cela est, il faut



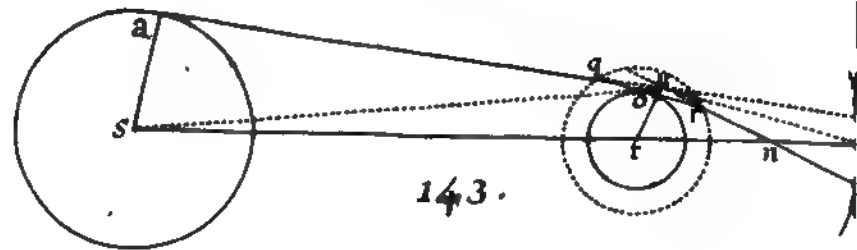
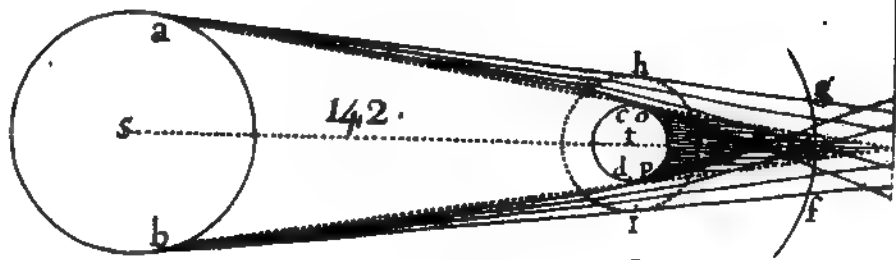
Planche 16.



Y

141

d



que *Ptolémée* ait composé son livre des aspects (que je n'ai jamais pu trouver) après son almageste. Car il dit dans cet ouvrage (lib. 3. cap. 2. voyez aussi l'almageste de *Niccoli* tom. 1. p. 113.) qu'*Hyparque*, pour déterminer le temps des équinoxes en observant le jour & l'heure où les rayons du Soleil se confondoient exactement avec le plan de sa machine armillaire (qui étoit un cercle de bronze fixé dans le plan de l'équateur) fut étonné de voir que cela arriva deux fois le même jour, dans l'intervalle de 9 à 6 heures, le Soleil étant élevé dans un tems & étant bas dans l'autre tems ; il nous dit aussi qu'il a observé lui-même la même chose & il l'attribue au peu d'exactitude & de solidité de la machine armillaire : de sorte, qu'il n'avoit alors aucun soupçon que cet effet pût provenir de la réfraction des rayons du Soleil.

Quoiqu'il en soit, il est certain qu'*Alhazen* s'attacha à déduire différentes propriétés de cette espèce de réfraction, il trouva qu'elle augmentoit les hauteurs de tous les objets célestes, qu'elle resserroit leurs diamètres & leurs distances mutuelles, & qu'elle produisoit la scintillation des étoiles. Mais nous ne voyons pas que ni lui ni son sectateur *Vissellion* aient eu aucune connoissance de sa vraie quantité ; laquelle étant si petite ne peut se déterminer que par des instruments très-exacts. Le défaut de ces instruments a été cause qu'on n'en a guères parlé que vers l'an 1500 où *Bernard Walther*, *Messlin* & quelques autres, mais principalement l'illustre *Tycho Brahe* la tirent de l'oubli, & en firent une étude suivie. S'apercevant de la grande importance de cet examen pour la perfection de l'astronomie, ils n'épargnerent ni peines ni travaux, pour inventer des instruments & pour faire des observations, avec quoi ils fixèrent la quantité de ces réfractions pour toutes les hauteurs, jusques à un degré passable d'exactitude.

Mais ils ne purent pas découvrir en quel endroit, ni de quelle manière les rayons étoient rompus ; *Kepler* lui-même qui a tant écrit sur cette matière (*paralip. in Vissellionem*) ne put pas en venir à bout. *Tycho* croit que la réfraction venoit principalement de la densité des vapeurs qui sont auprès de la surface de la terre ; *Kepler* la plaçoit totalement au haut de l'atmosphère qu'il croyoit être d'une densité uniforme ; & de là, il en détermina la hauteur par la quantité observée de la réfraction, & il conclut qu'elle étoit un peu moindre que celle des plus hautes montagnes. Mais la vraie constitution de la densité de l'atmosphère, déduite de l'expérience de *Torricelli*, donna une idée plus juste de ces réfractions, surtout après qu'on se fut convaincu par la répétition d'une expérience de *Mr. Louvetdorp*, que la puissance réfractive de l'air est proportionnelle à sa densité.

112. Pour concevoir la marche d'un rayon rompu dans l'atmosphère, imaginez que le plan de la figure 139 traverse l'atmosphère & le centre Y de la terre ; autour du quel soient décrits des cercles sans nombre Oo, Pp, Qq &c. très-peu éloignés les uns des autres, depuis le bas jusqu'au plus haut de l'atmosphère. Quoiqu'il soit évident par la nature de la pesanteur & du ressort de l'air, que sa densité décroît continuellement en montant vers le haut de l'atmosphère (le ressort de chaque partie plus élevée étant moins pressé par le poids d'une colonne plus courte de l'air qui est au-dessus), cependant on peut d'abord la regarder comme interrompue en quelque manière ; ou qu'entre les deux cercles les plus bas Oo, Pp,

Explication
de la réfraction
d'un rayon dans l'atmosphère.

Fig. 139.

l'air est par-tout également dense, mais un peu plus que celui qui est immédiatement au-dessus ; que de même cet air, qui est entre les cercles Pp , Qq , est aussi uniformément dense, mais un peu plus que celui qui est immédiatement au-dessus, & ainsi de suite jusqu'au haut de l'atmosphère : donc l'expansion sera limitée, lorsque sa densité sera tellement diminuée, & par conséquent son ressort tellement affoibli, qu'il sera précisément contre-balancé par le poids d'une surface de particules simples.

Soit maintenant O l'œil du spectateur, YOZ une ligne menée à son zénith, $OPQRS$ le cours d'un rayon qui vient d'un astre S , & que nous pouvons considérer, comme s'il revenoit de l'œil à l'astre, parce qu'il décroiroit la même route en reculant (art. 11). Le rayon OP en sortant en P d'un air plus dense pour entrer dans un air moins dense sera rompu en s'éloignant de la perpendiculaire YP prolongée (art. 12) & en sortant de même en Q de ce dernier air pour entrer dans un air encore moins dense, il sera de nouveau rompu en s'écartant de la perpendiculaire YQ prolongée, & ainsi de suite jusqu'à ce qu'à la fin il sorte du haut de l'atmosphère pour entrer dans un espace vuide.

Tous les astres paroissent élevés par la réfraction.

113. Le dernier rayon émergent RS étant prolongé en arrière, jusqu'à ce qu'il rencontre la ligne verticale YOZ en V , & le rayon visuel OP étant prolongé en X , il est évident que la distance apparente de l'astre au zénith, mesurée par l'angle XOZ (art. 101) est moindre que sa vraie distance, mesurée par l'angle XVZ , & que par conséquent OXV différence de ces deux angles (Eucl. 1. 32) est l'effet total de toutes les réfractions ; par où l'astre paroît d'autant plus élevé qu'il l'auroit été sans elles. Parce que, ce qu'on a prouvé de ces réfractions interrompues en P, Q, R au travers de cette atmosphère imaginaire, a également lieu dans la vraie atmosphère, en concevant les intervalles des cercles Oo, Pp, Qq diminués, & leur nombre augmenté à l'infini, de manière que le rayon soit continuellement rompu en chaque point, & que par ce moyen sa route, qui étoit un polygone, devienne une courbe continue, dont les lignes SX, OX sont les tangentes au haut & au bas de l'atmosphère.

J'ai supposé ici que la vraie distance de l'astre au zénith étoit mesurée par l'angle SVZ , parce que toute ligne droite ON menée de l'œil à l'astre, forme un angle insensible avec le rayon SRV , la distance de l'astre étant excessivement grande & la courbure du rayon très-petite, sur-tout vers le haut de l'atmosphère. Si cette courbure étoit circulaire, je trouve que la plus grande distance OV entre les lignes ON, VS seroit même alors à peine de trois milles.

La réfraction totale d'un rayon diminue en montant.

114. La réfraction totale d'un rayon horizontal est la plus grande de toutes, & pendant que l'astre monte, la réfraction diminue continuellement, jusqu'à disparoître au zénith. Car en supposant qu'un astre en s'élevant est vu successivement dans les directions OP, Op , & que les rayons reviennent par les mêmes lignes $OPQRS, Opqrs$ par où elles étoient allées à l'œil ; puisque le rayon Op est moins incliné que OP au cercle réfringent pP , la réfraction en p sera moindre qu'en P (art. 14, &c.) & par conséquent le rayon suivant pq sera aussi moins incliné que PQ au cercle suivant réfringent qQ . Donc la réfraction suivante en q sera moindre qu'en Q , & ainsi la somme de toutes les réfractions en p, q, r &c. sera moindre que la somme pareille de toutes celles en P, Q, R &c. c'est-à-dire,

c'est-à-dire, que l'angle OXV diminuera continuellement jusqu'à s'anéantir au zénith. D'un autre côté, lorsque le rayon OP devient horizontal, il est beaucoup plus rompu, parce qu'il passe beaucoup plus obliquement par tous les cercles réfringents.

115. L'œil étant le centre d'une surface sphérique, à laquelle on rapporte les lieux relatifs des astres; le point où elle est coupée par une ligne droite menée de l'œil à l'astre, se nomme le *vrai lieu de l'astre*, & le point où elle est coupée par une tangente au rayon visuel dans son incidence sur l'œil, se nomme le *lieu apparent de l'astre*; l'arc d'un grand cercle qui passe par le lieu vrai & par le lieu apparent, ou l'angle NOX (dans l'œil) qui est mesuré par cet arc, ou l'angle égal OXV , sous les deux tangentes de la courbure du rayon visuel à ses deux extrémités, se nomme la *réfraction de l'astre*. Par conséquent l'arc d'un grand cercle entre les lieux vrais de deux astres, ou l'angle à l'œil mesuré par cet arc, est le *vrai intervalle des astres*, & enfin l'arc d'un grand cercle entre les lieux apparents, ou l'angle à l'œil que cet arc mesure, est l'*intervalle apparent des astres*. On sçait qu'un grand cercle divise la surface sphérique en deux hémisphères, & que son plan passe par l'œil & par le centre.

Ce que c'est que la réfraction des astres, leur lieu vrai & apparent, & leurs intervalles.

116. L'intervalle apparent de deux astres placés du même côté du zénith & dans le même cercle ou plan vertical, est d'autant moindre que leur vrai intervalle, que la réfraction de l'astre le plus élevé est moindre que celle de celui qui est plus bas. Car si les réfractions des astres étoient égales, leur intervalle apparent seroit toujours égal à leur vrai intervalle. Donc autant que l'astre le plus haut est moins élevé par la réfraction que celui qui est au-dessous, autant leur intervalle apparent est moindre que le vrai intervalle, & la différence est celle des deux réfractions.

Les intervalles de tous les astres paroissent resserrés par les réfractions.

Si les astres sont placés des deux côtés opposés du zénith & dans le même cercle vertical, leur intervalle apparent sera moindre que le vrai, & la différence sera la somme de leurs réfractions.

En second lieu, l'intervalle apparent entre deux astres quelconques également élevés est toujours moindre que leur vrai intervalle. Car les astres étant également élevés au-dessus de leur vrai lieu dans deux cercles verticaux qui sont convergents au zénith, leur vrai intervalle est un peu resserré par les réfractions; quoique fort peu, parce que auprès de l'horizon où les réfractions sont les plus grandes, les deux cercles verticaux sont presque parallèles entr'eux & auprès du zénith où ils sont plus convergents, les réfractions sont fort petites.

Enfin l'intervalle apparent entre deux étoiles placées obliquement est toujours moindre que leur vrai intervalle. Soient les vrais lieux des astres a & b & leurs lieux apparents α , β dans les deux cercles verticaux aZ , bZ . Puisque la réfraction de l'astre le plus bas est plus grande que celle du plus haut, c'est-à-dire, α plus grand que β , l'intervalle apparent $\alpha\beta$ sera moins oblique aux deux cercles verticaux que le vrai intervalle ab , & étant plus élevé il sera plus court que ab par deux raisons.

Fig. 140.

117. L'usage principal de la table des réfractions est de conclure aisément le vrai lieu d'un astre de son lieu apparent en retranchant la réfraction qui convient à la hauteur apparente observée avec un Instrument. La table suivante calculée par *Newton* est tirée des *transact. philos.* n°. 368 où le *Doct. Halley* qui l'a rendue publique, a joint des remarques utiles sur quelques

Table des réfractions des astres.

attentions que l'on doit faire aux réfractions de l'air, dans les observations astronomiques sans se donner la peine des calculs trigonométriques.

T A B L E

Des Réfractions des Astres relatives à leurs hauteurs apparentes.

Hauteurs apparentes.		Réfractions.		Hauteurs apparentes.		Réfractions.		Hauteurs apparentes.		Réfractions.	
Deg.	Min.	Min.	Sec.	Deg.	Min.	Min.	Sec.	Deg.	Min.	Min.	Sec.
0	0	33	45	16		3	4	46		0	52
0	15	30	24	17		2	53	47		0	50
0	30	27	35	18		2	43	48		0	48
0	45	25	11	19		2	34	49		0	47
1	0	23	7	20		2	26	50		0	45
1	15	21	20	21		2	18	51		0	44
1	30	19	46	22		2	11	52		0	42
1	45	18	22	23		2	5	53		0	40
2	0	17	8	24		1	59	54		0	39
2	30	15	2	25		1	54	55		0	38
3	0	13	20	26		1	49	56		0	36
3	30	11	57	27		1	44	57		0	35
4	0	10	48	28		1	40	58		0	34
4	30	9	50	29		1	36	59		0	32
5	0	9	2	30		1	32	60		0	31
5	30	8	21	31		1	28	61		0	30
6	0	7	45	32		1	25	62		0	28
6	30	7	14	33		1	22	63		0	27
7	0	6	47	34		1	19	64		0	26
7	30	6	22	35		1	16	65		0	25
8	0	6	0	36		1	13	66		0	24
8	30	5	40	37		1	11	67		0	23
9	0	5	22	38		1	8	68		0	22
9	30	5	6	39		1	6	69		0	21
10	0	4	52	40		1	4	70		0	20
11	0	4	27	41		1	2	71		0	19
12	0	4	5	42		1	0	72		0	18
13	0	3	47	43		0	58	73		0	17
14	0	3	31	44		0	56	74		0	16
15	0	3	17	45		0	54	75		0	15

Quant à la méthode des Astronomes pour faire une table des réfractions, il suffit de dire ici brièvement, qu'elle consiste principalement à trouver d'abord la latitude du lieu de l'Observateur par des observations faites si proches du zénith qu'elles ne puissent pas être affectées d'aucune réfraction sensible. Secondement en prenant la plus grande hauteur d'une étoile qui passe si près du zénith qu'elle ne puisse souffrir aucune réfraction sensible,

par où l'on aura la vraie distance au pôle. Troisièmement en observant autant d'autres hauteurs qu'on voudra de la même étoile, & marquant le tems de chaque observation, à compter depuis son passage au méridien; & enfin par ces quantités données ou d'autres semblables, on calculera les vraies hauteurs de ces astres pour les tems donnés, lesquelles étant respectivement soustraites des hauteurs observées, donneront les réfractions correspondantes. Un Observateur sous l'équateur peut faire une table avec moins de peine par le moyen d'une étoile qui passe par son zénith.

118. Il faut encore remarquer que quoiqu'on ne puisse pas avoir une astronomie exacte sans une table parfaite des réfractions, cependant une table ne peut servir avec précision que pour un pays, pour une même saison ou peut-être pour la même heure du jour (art. 691) sur-tout lorsque les objets que l'on observe sont bas; car on sçait fort bien que la densité de l'air, & sa puissance réfractive croissent par le froid & diminuent par la chaleur (*Voyez les notes du Dr. Jurin sur la géographie de Varenus chap. 9, pr. 21*) sans parler du mélange variable des vapeurs & des exhalaisons dans l'air auprès de l'horizon. Il y a une observation fameuse de cette espèce qui fut faite par quelques *Hollandois* qui hyvernerent dans la *nouvelle Zemble* en 1596, & qui furent surpris de voir qu'après une nuit continuelle de trois mois, le Soleil commença à se lever dix sept jours plutôt que ne l'annonçoit le calcul fait sur la hauteur du pôle observée de 76° . Ce qui ne peut venir que d'une quantité extraordinaire de réfractions des rayons du Soleil qui traversoient l'air froid & dense de ce climat. *Kepler* trouve par son calcul, que le Soleil étoit presque 5 degrés sous l'horizon lorsqu'il commença à paroître (*Paralip. in Vitellion. p. 158*), & par conséquent la réfraction de ses rayons étoit environ neuf fois plus grande que chez nous. D'un autre côté on a observé que les réfractions horizontales dans les pays situés près de l'équateur, sont presque un tiers plus petites qu'à Paris. Mais en montant également, leur différence diminue peu à peu, jusqu'à devenir insensible à la hauteur d'environ 60 degrés. *Voyez l'histoire de l'Académie Royale des Sciences par Duhamel p. 600.*

Inconstance
de ces réfrac-
tions.

119. Puisque les diamètres verticaux du Soleil & de la Lune à l'horizon (à cause des réfractions inégales des rayons les plus hauts & les plus bas), sont beaucoup plus resserrés que leurs diamètres horizontaux; leurs peintures sur la rétine, & par conséquent leurs figures deviennent ovales. Leurs diamètres apparents le plus long & le plus court étant souvent entr'eux comme 5 à 4 (*Balthazaris micrometria p. 101*) sur-tout le matin lorsque les rayons sont plus rompus en traversant un air plus froid, plus dense & plus humide. Le cercle $adce$ dont le centre est b , représente le vrai disque du Soleil, dont la projection est sur la surface sphérique dont on a parlé jusqu'ici, & l'ovale asx est son disque apparent. Si l'on suppose que bs réfraction ou élévation de son centre soit égale à son vrai diamètre ac , l'élévation as de son point inférieur sera plus grande, & celle cx de son point supérieur sera plus petite que bs ; ce qui sera cause que bs sera moindre que sx , & que le segment inférieur de l'ovale sera plus aplati que le supérieur. On peut aisément calculer leurs proportions par la table des réfractions & les observer à travers un verre obscur ou avec un télescope. Mais à moins que la Lune horizontale ne soit exactement pleine, le défaut d'illumination de son disque, vers la droite ou la gauche, détruira en partie

Figures ova-
les du Soleil
& de la Lune
à l'horizon.

Fig. 141.

Zij

la figure ovale, & lui donnera cette figure ronde, quoiqu'irrégulière, qu'elle paroît souvent avoir. La pleine Lune en se levant dans le tems de l'équinoxe d'automne, & en se couchant vers l'équinoxe du printemps, sera plus ronde que dans tous les autres tems, parce que l'écliptique est alors fort oblique à l'horizon; de manière que le défaut d'illumination tombe à plein sur l'un des bouts du diamètre horizontal. De là vient que la Lune horizontale paroît fort rarement ovale sur-tout le soir, en été, les réfractions étant alors plus petites.

Effets visibles des réfractions dans les Eclipses de Lune.

120. La réfraction d'un rayon horizontal étant communément équivalente au diamètre apparent du Soleil ou de la Lune, il est manifeste que tous les corps célestes sont entièrement visibles, lorsque dans la réalité ils sont au-dessous du plan de l'horizon prolongé. C'est pour cette raison que l'on a vu plusieurs éclipses totales de Lune dans l'horizon, tandis que le Soleil étoit aussi visible dans la partie opposée de ce cercle. Les anciens Philosophes qui ne connoissoient pas le pouvoir réfractif de l'air, étoient fort embarrassés sur cet étrange phénomène, & ils ne pouvoient pas non plus trouver la raison pour laquelle la Lune étoit entièrement visible, même dans toutes les hauteurs, lorsqu'elle étoit plongée totalement dans l'ombre de la terre, comme elle l'est toujours, paroissant d'une couleur rouge & obscure, assez semblable à celle du cuivre terni, ou du fer presque entièrement rougi au feu. Ils croyoient que c'étoit la lumière propre de la Lune, qui la rendoit visible, lorsqu'elle étoit privée de la lumière plus brillante du Soleil. *Plutarque* dans son discours sur la face de la Lune, attribue cette apparence à la lumière des étoiles fixes qui nous est réfléchiée par la Lune; mais cette lumière est trop foible pour produire cet effet. La vraie & unique cause de ce phénomène, sont les rayons dispersés du Soleil pliés par la réfraction dans l'ombre de la terre au travers de l'atmosphère de la manière suivante.

Combien l'ombre de la terre est réfléchiée par les réfractions.

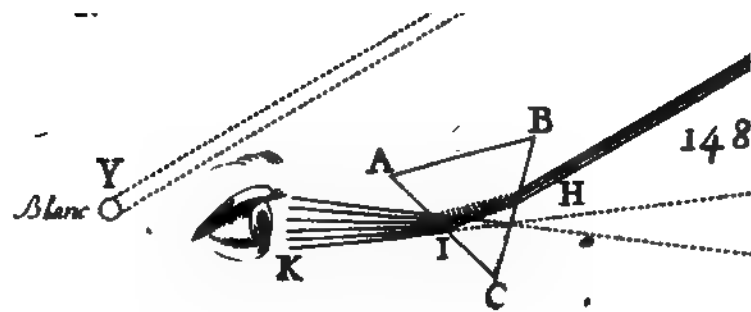
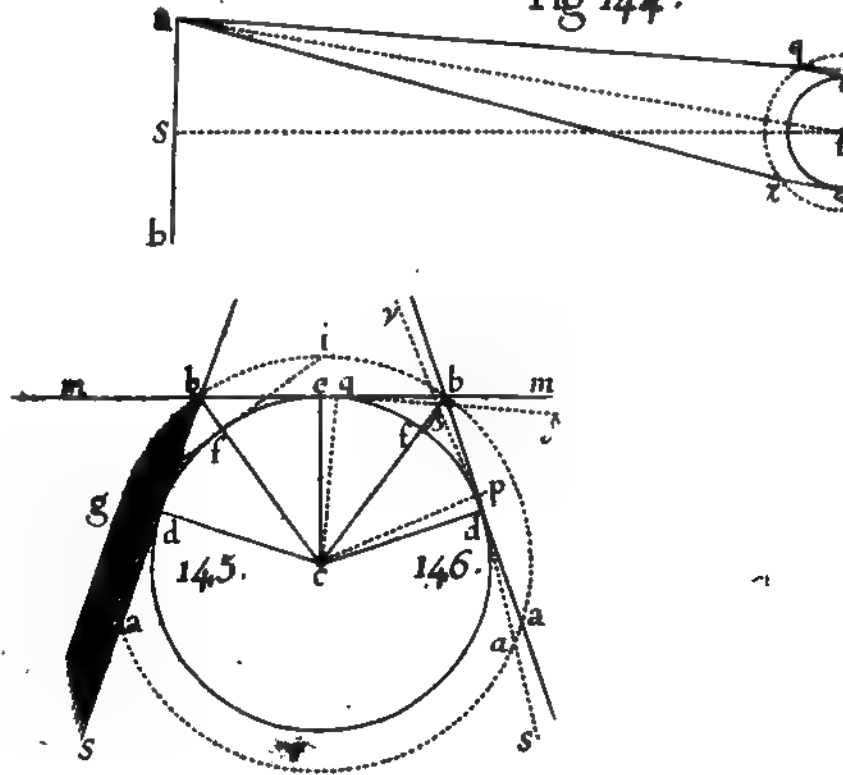
Fig. 142.

121. Soit le corps du Soleil représenté par le grand cercle ab & celui de la terre par le petit cercle cd ; & que les lignes ace , bde touchent ces deux corps dans leurs côtés opposés, & se rencontrent en e au-delà de la terre. L'espace angulaire ced représentera la figure conique de l'ombre de la terre, qui seroit totalement privée des rayons du Soleil, si aucun d'eux n'étoit plié par la puissance réfractive de l'atmosphère. Supposons que cette puissance disparoisse précisément au cercle hi , concentrique à la terre, de manière que les rayons ah & bi qui touchent ses côtés opposés soient des lignes droites non rompues & se rencontrent en k . Alors les deux rayons les plus proches de ceux-ci, qui coulent en dedans, des mêmes points a & b , étant rompus en dedans par les bords de l'atmosphère, se couperont mutuellement dans un point l un peu plus proche de la terre que k . Et de même les deux rayons opposés suivants en dedans des deux derniers, se couperont mutuellement en un point m , un peu plus proche de la terre que l , ayant souffert de plus grandes réfractions en traversant des espaces plus longs & plus denses de l'air qui est un peu plus proche de la terre. On doit dire la même chose des approches semblables des intersections successives k , l , m d'une infinité de couples de rayons, jusqu'à l'intersection n des deux les plus intérieurs, que nous pouvons supposer toucher précisément la terre aux points o & p . Il est donc clair que l'espace terminé par ces rayons on , np , fera la seule partie de l'ombre de la



Planche 17.

Fig 144.



terre totalement privée des rayons du Soleil. Soit $fm g$ une partie de l'orbite de la Lune, lorsqu'elle est la plus proche de la terre, dans le tems que l'ombre noire onp est la plus longue. Je vais faire voir qu'en ce cas, la raison de tm à tn est environ de 4 à 3, & que par conséquent la Lune, quoiqu'éclipsée centralement en m , peut encore être visible par le moyen de ces rayons dispersés dont on a parlé, transmis à la Lune par les réfractions au travers de l'atmosphère & réfléchis de la Lune à la terre.

Car si les parties incidentes & émergentes aq, rn du rayon $aqorn$ qui touche précisément la terre en o , sont prolongées jusqu'à leur rencontre en u , & que qu prolongée rencontre l'axe st prolongé en x & joignant us & um ; puisque les réfractions d'un rayon horizontal qui passe de o en r ou de o en q , sont semblables & égales, l'angle extérieur nux sera double de la quantité ordinaire de réfraction d'un rayon horizontal; & l'angle aus est la mesure du demi-diamètre apparent du Soleil vu de la terre; l'angle ust est celle du demi-diamètre de la terre tu vu du Soleil (qu'on nomme sa parallaxe horizontale), & enfin l'angle umt est celle du demi-diamètre de la terre vu de la Lune (qu'on nomme la parallaxe horizontale de la Lune); parce que l'élévation du point u au-dessus de la terre est trop petite pour produire une erreur sensible dans la quantité de ces angles, dont voici les mesures par les tables Astronomiques.

Fig. 143.

Le moindre demi-diamètre apparent du Soleil	== angle aus ==	15'. 50".
La parallaxe horizontale du Soleil	== angle ust ==	0'. 10".
Leur différence (Euclide 1. 32)	== angle txu ==	15'. 40".
Double de la réfraction horizontale	== angle nux ==	67'. 30".
Leur somme est (Eucl. 1. 32)	== angle tmu ==	83'. 10".
La plus grande parallaxe horizontale de la Lune	== angle tmu ==	62'. 10".

Nous avons donc $tm : tn ::$ (angle tnu : ang. tmu par l'art. 60 :: 83'. 10" : 62'. 10" ::) 4 : 3 en nombres ronds, ce qu'il falloit prouver. Il est aisé de conclure par la plus grande parallaxe horizontale de la Lune de 62'. 10" que la moindre distance tm est d'environ 55 $\frac{1}{2}$ demi-diamètres de la terre, & que par conséquent la plus grande longueur tn de l'ombre noire, étant les $\frac{1}{2}$ de tm est d'environ 41 $\frac{1}{2}$ demi-diamètres.

122. La différence des angles dont on vient de parler, tnu, tmu est $muu = 21'$, c'est-à-dire, environ les deux tiers de 31'. 40" angle que le diamètre total du Soleil comprend en u . D'où il suit que le point du milieu m de la Lune éclipsée centralement est éclairé par les rayons qui viennent des deux tiers de chaque diamètre du disque du Soleil & qui passent à côté de la terre. Ce qui se conçoit aisément en imaginant que le rayon $aqorn$ est inflexible, & que son point du milieu o glisse sur la terre, pendant que la partie rn s'approche pour toucher le point m (art. 44). Car alors la partie opposée qa tracera les deux tiers du diamètre du Soleil (art. 59). On n'a pas pu conserver dans la figure la vraie proportion des angles num, aus ; à cause de la distance immense & de la grandeur du Soleil par rapport à la terre.

Combien est grande la lumière de la Lune éclipsée.

123. Ayant mené la droite asu , on doit observer que tous les rayons incidents comme aq, ax , qui viennent de chaque point du Soleil, à la

Comment se forment les images du Soleil par l'atmosphère. Fig. 144.

la circonférence de la terre, se réunissent à un foyer α , dont la distance $\tau\alpha$ est moindre que τm en raison de 62 à 67 à fort peu-près; & qu'ainsi l'image du Soleil se formera en $\nu\beta$, d'où les rayons seront divergents sur la Lune; car l'angle $\tau\alpha\nu$ est la différence des angles $\alpha\nu\alpha$, $\alpha\nu\tau$ trouvés ci-dessus, & $\tau\alpha : \tau m :: \text{angle } \tau m \nu : \text{ang. } \tau\alpha\nu$ (art. 60) :: 62' 10" : 67' 30".

Combien elles croissent en grandeur & en clarté.

124. Les rayons qui viennent immédiatement au-dessus de $a\gamma$ & de αx , en traversant une partie plus mince de l'atmosphère, se réunissent en un point de l'axe $\alpha\tau$ un peu plus éloigné de la terre que le dernier foyer α ; & l'on peut dire la même chose des rayons qui passent immédiatement au-dessus de ceux-ci & ainsi de suite; par où il se forme une suite infinie d'images du Soleil dont les diamètres & les degrés de clarté augmentent avec leurs distances à la terre.

Explication de la couleur de la Lune éclipée.

125. Par-là on voit clairement d'où vient que la Lune éclipée paroît toujours dans son périégée plus foible & plus noire que dans son apogée. Je crois que voici la raison pourquoi sa couleur est toujours celle du cuivre entre le rouge obscur & l'orangé. La couleur bleue du ciel lorsque le tems est serain, fait voir manifestement que les rayons qui produisent le bleu sont réfléchis plus abondamment par l'air pur, que ceux de toute autre couleur, par conséquent ils sont transmis moins copieusement parmi ceux qui viennent du Soleil & d'autant moins que l'espace de l'air qu'ils parcourent est plus long. Ainsi la couleur ordinaire du Soleil & de la Lune est plus blanche au méridien & tourne toujours plus au jaune delayé, à l'orangé & au rouge à mesure que ces astres descendent plus bas, c'est-à-dire, à mesure que leurs rayons sont transmis par un plus long espace d'air. Cet espace étant encore plus allongé du Soleil à la Lune & de la Lune à nous, produit une plus grande perte des rayons qui forment le bleu à proportion des autres; & ainsi la couleur résultante des rayons transmis doit être entre l'orangé obscur & le rouge, selon la règle que donne Newton (*opr. p. 134*) pour trouver le résultat d'un mélange de couleurs. Nous avons un exemple de l'inverse de ce cas dans les feuilles d'or qui paroissent jaunes par les rayons réfléchis, & bleues par les rayons transmis. Le bord circulaire de l'ombre dans une éclipse partielle paroît rouge, parce que les rayons qui produisent le rouge sont le moins réfrangibles, comme on verra (art. 172) & par conséquent ils restent seuls dans la surface conique de l'ombre, tous les autres y étant rompus.

Autres effets de la puissance réfléchissante de l'air.

126. La puissance réfléchissante de l'air est la principale cause qui éclaire les objets si uniformément de tous les côtés. L'absence de cette puissance produiroit une étrange altération dans les apparences des objets; leurs ombres seroient si noires, & leurs côtés éclairés par le Soleil, seroient si brillants, que probablement nous ne pourrions voir que leurs moitiés brillantes; de sorte que pour voir leurs autres moitiés, il faudroit leur donner un demi tour, ou s'ils étoient immobiles, il faudroit attendre que le Soleil en tournant tout autour vint à les éclairer. Une atmosphère aussi transparente & sans réflexions auroit été à la vérité fort commode pour les observations astronomiques du cours du Soleil & des planètes parmi les étoiles fixes, qui auroient été aussi visibles le jour que la nuit; mais alors le passage subit des ténèbres à la lumière & de la lumière aux ténèbres, immédiatement après le lever & le coucher du Soleil sans aucun crépuscule auroit été fort incommode & auroit blessé nos yeux.

127. Pour mieux comprendre le commencement, l'accroissement & la fin du crépuscule, soient les rayons du Soleil qui viennent dans la direction sab , éclairer un segment de l'atmosphère, représenté par le segment ombré $abga$ & terminé en dessous par la ligne adb , qui touche la surface de la terre en d & au-dessus par l'arc agb . De l'extrémité b opposée au Soleil, menez la ligne be qui touche la terre dans un autre point e . Supposé qu'il n'y eut point de réfractions, un spectateur en e verroit précisément une lumière foible dans son horizon eb , qui lui seroit réfléchi par l'air ou par les vapeurs en b . Supposons que par la rotation diurne de la terre, le spectateur soit porté de e en f & que son horizon be prenne la position gf , qui coupe ab en h ; il verra en f la partie bgb du segment lumineux $bgab$, par les rayons réfléchis de tous côtés par chaque point de ce segment (art. 56). Et enfin lorsque la terre l'aura porté en d , il verra tout ce segment lumineux $agba$ & en même-temps le Soleil dans son horizon da .

Explication
du crépuscule.

Fig. 145.

128. Les anciens Mathématiciens se sont servi de cette théorie pour déterminer la hauteur de l'atmosphère, qu'ils ont trouvée d'environ 50 milles (*Alhazen prop. ult.*) en cette manière. Dès qu'ils appercevoient la première & plus foible lumière dans l'horizon oriental eb , ils observoient les hauteurs & les positions de quelques-unes des plus brillantes étoiles; par où ils calculoient de combien de degrés le Soleil étoit alors abaissé sous l'horizon & ils trouwerent en prenant le milieu que cet abaissement étoit d'environ 18 degrés. Ce qui étant la mesure de l'angle dbm formé par les deux horizons db , eb ou par leurs perpendiculaires cd , ce menées du centre de la terre, ils conclurent avec raison que les vapeurs éclairées en b étoient placées dans la ligne cb qui divise également ledit angle dce de 18 degrés. Or dans le triangle rectangle cdb , le rayon cd est à la secante cb de l'angle $dc b$ de 9 degrés comme 10000 à 10125, ou (multipliant par 4 & divisant par 10) comme 4000 à 4050. Donc le demi-diamètre de la terre étant d'environ 4000 milles, on aura cb égal à 4050 milles & par conséquent la hauteur des vapeurs en b au-dessus de la surface de la terre sera de 50 milles; en supposant, comme je l'ai dit, que les rayons horizontaux db , be ne sont pas rompus, ce qu'*Alhazen* n'examine pas, par ce qu'il ignoroit la quantité de la réfraction, comme je l'ai observé ci-devant.

Ancienne
manière de
trouver la
hauteur de
l'atmosphère.

129. Mais parce que ces rayons db , be souffrent chacun une réfraction continue en dedans, le long des courbes $d\beta$, βe : la plus grande hauteur de la matière réfléchissante en β par dessus la surface de la terre sera réduite à environ 44 $\frac{1}{2}$ milles, selon la règle suivante que donne le Dr. *Halley* (transf. phil. n°. 181). De l'angle précédent dce de 18 degrés otez deux fois la réfraction ordinaire d'un rayon horizontal, ou environ un degré; & la moitié du reste sera 8 $\frac{1}{2}$ degrés; donc la secante étant 10111, il s'ensuit que comme 10000 est à 10111, ainsi le demi-diamètre de la terre 4000 milles, à 4044, 4 milles.

Correction
de cette hau-
teur par les
réfractions.

Fig. 146.

Car en supposant que deux rayons partent de d & e le long des lignes horizontales db , eb , & qu'après avoir décrit les courbes $d\beta$, $e\beta$ ils se coupent mutuellement au haut de l'atmosphère; ils s'en écarteront aussi-tôt selon les lignes droites $\beta\gamma$, $\beta\delta$ qui déclinent chacune des horizons respectifs db , eb d'un angle d'un demi-degré, & par conséquent les perpendiculaires cp , cq aux lignes $\beta\gamma$, $\beta\delta$

prolongées en arrière, déclineront aussi des perpendiculaires cd , ce aux mêmes horizons, de la même quantité pcd , qce d'un demi-degré; & seront à fort peu-près égales au demi-diamètre de la terre; parce que la courbure des rayons pd , pe auprès de p est extrêmement petite. Donc cp est la sécante de l'angle pcp sous le rayon cp ou cd à fort peu-près; c'est-à-dire, de l'angle $dc b$ diminué de dcp , réfraction d'un rayon horizontal. On doit encore observer que le rayon ad β vient du soleil lorsqu'il n'est pas situé dans la ligne horizontale adb , mais dans la tangente sa de la courbe ad inclinée sur ad d'un demi-degré. Puisque donc la tangente βd au rayon réfléchi βe est aussi inclinée à l'autre horizon ab de la même quantité, l'angle sous les tangentes sa , βd doit être égal à l'angle abm sous les deux lignes horizontales, bd , be .

Dimensions
du segment
visible de l'at-
mosphère.

130. Delà il suit que la hauteur de l'atmosphère réfléchissante (étant d'environ 44 $\frac{1}{2}$ milles) est environ $\frac{1}{10}$ du demi-diamètre de la terre & qu'un rayon de lumière ad β qui passe horizontalement par un point quelconque d sur la surface de la terre, est tellement rompu le long de la courbe ad , qu'au point β où il se sépare de l'atmosphère réfléchissante, il est à environ 5 $\frac{1}{2}$ milles sous la tangente db du point d ; & que la distance $d\beta$ est d'environ 600 milles. Par conséquent chaque point d est constamment éclairé pendant le jour, par des rayons réfléchis de toutes les parties d'un segment de l'atmosphère, dont la hauteur est d'environ 44 $\frac{1}{2}$ milles, & dont la base circulaire a environ 1200 milles de diamètre.

Puissance
réfractive de
l'air.

131. Le sinus d'incidence dans le vuide, est au sinus de réfraction dans l'air commun comme 1000000 est à 999736, comme on le verra dans les remarques sur le chapitre 6^e. & par conséquent lorsque l'angle d'incidence est droit ou fort approchant, le plus grand angle de déviation, compris sous le rayon rompu & sous le rayon incident prolongé, est presque de 79 minutes; & cet angle étant assez petit, doit être diminué à fort peu-près en raison soudoublée de la densité de l'air, comme *Newton* le fait voir dans son Optique (p. 247) & il démontre dans le livre des principes (page 512. 3^e édit.) qu'à la hauteur d'un demi-diamètre de la terre par dessus la surface, si l'air s'étendoit aussi haut, il deviendrait plus rare que l'air que nous respirons, en raison beaucoup plus grande que celle de tout l'espace contenu dans l'orbe de saturne à un globe dont l'espace n'auroit qu'un pouce de diamètre.

Tous les
corps célestes
sont élevés
également
par les ré-
fractions.

132. De là on peut raisonnablement conclure que le Soleil & toutes les planètes dans chaque hauteur donnée, paroissent également élevés par les réfractions; parce qu'ils sont tous beaucoup au-dessus de cet air raréfié & parce que leurs lumières étant toutes dérivées du Soleil, sont également réfrangibles. Il paroît aussi par les observations astronomiques que les rayons émanés des étoiles fixes sont aussi rompus également comme ceux du Soleil & des planètes. *Tychobrahé* fut pendant long-tems d'un sentiment contraire, prétendant que les réfractions des étoiles fixes sont moindres que celles du Soleil & de la Lune; mais à la fin il s'aperçut de sa méprise, qui venoit de ce qu'il faisoit les parallaxes du Soleil & de la Lune trop grandes; par où il les abaissoit trop parmi les étoiles fixes, & il étoit par conséquent obligé de les élever trop en donnant trop aux réfractions.

133. La scintillation des étoiles est un autre effet de la puissance réfractive & du

& du tremblement de l'air & des vapeurs qui s'y trouvent ; ce qui est cause que des rayons successifs tombent sur l'œil en différentes directions, & par conséquent sur différentes parties de la rétine en différents tems, & de ce qu'ainsi ils frappent & manquent la prunelle alternativement. Ces tremblements de l'air se manifestent aux yeux par le tremblement des ombres qui tombent des hautes tours, & lorsqu'on regarde des objets au travers de la fumée d'une cheminée ou des vapeurs de l'eau bouillante, ou lorsqu'on voit des objets situés au-delà de sables brûlants, sur-tout si l'air se meut au travers en dessus (*Micrographie d'Hook p. 232*). Car (comme l'a observé Newton, *Opt. p. 98*) les rayons de lumière qui passent par divers points de la prunelle tremblent chacun séparément, & par le moyen de leurs tremblements divers & quelquefois contraires, ils tombent en même tems sur différents points au fond de l'œil ; & leurs mouvements sont trop vifs & trop confus pour être aperçus séparément. Tous ces points éclairés forment un grand point lumineux, composé de ce grand nombre de points tremblants, mêlés confusément & insensiblement les uns avec les autres par des tremblements fort courts & fort prompts ; & sont cause par ce moyen, que l'étoile paroît plus large qu'elle n'est & sans aucun tremblement de sa totalité.

La scintillation des Etoiles vient des réfractions.

CHAPITRE VI.

Sur l'origine & la cause des Couleurs.

Pour rendre ce Traité Populaire plus complet, je joins ici la Théorie de *Newton* sur les couleurs, prouvée par ses propres expériences.

171. **D**Ans une chambre fort obscure ayant percé le volet d'une fenêtre d'un trou rond F, large d'environ le tiers d'un pouce, j'ai placé un prisme de verre ABC, par lequel le rayon de lumière du Soleil, qui entroit par ce trou, se rompoit en haut vers la muraille qui étoit vis-à-vis de la fenêtre, & y formoit une image colorée du Soleil, représentée en PT. L'axe du prisme (c'est-à-dire, la ligne qui passe par le milieu du prisme, d'un bout à l'autre, parallèlement à l'arête de l'angle réfringent) étoit dans cette expérience & dans celle qui suit, perpendiculaire aux rayons incidents. Je fis tourner lentement le prisme autour de cet axe, & je vis que la lumière rompue sur la muraille, ou l'image colorée du Soleil, descendoit au commencement, & ensuite montoit. Entre la montée

1^{re}. Exper. Description de l'image du Soleil formée par un prisme *Newt. Opt. p. 21.*

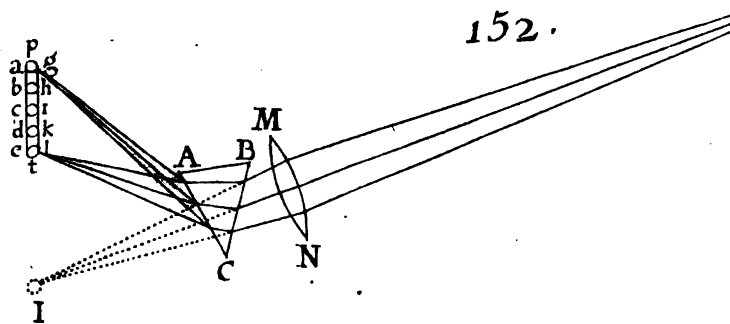
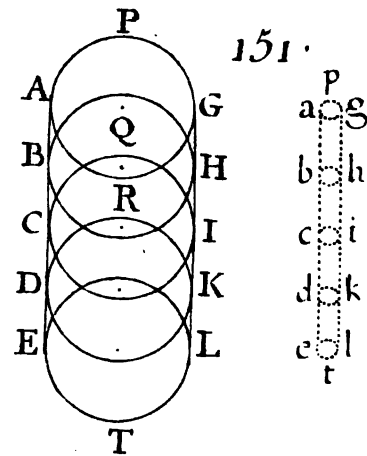
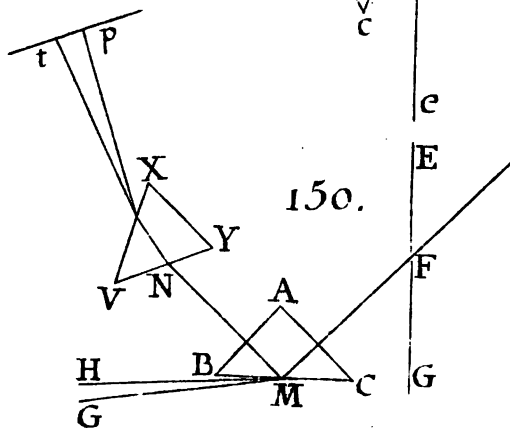
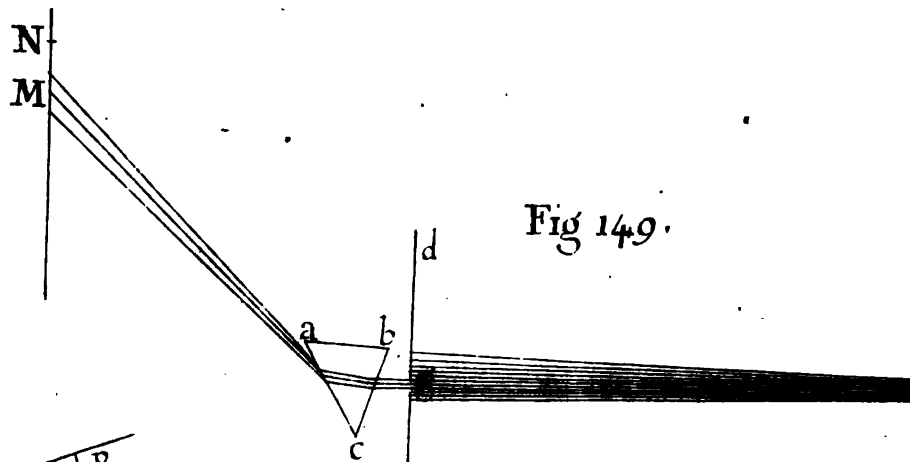
Fig. 147.

& la descente, lorsque l'image paroissoit stationnaire, j'arrêtai le prisme & le laissai dans cette situation. Alors je fis tomber la lumière rompue perpendiculairement sur une feuille de papier blanc MN, placée contre la muraille de la chambre, & j'observai la figure & les dimensions de l'image solaire PT, formée sur le papier par cette lumière. Cette image étoit oblongue & non ovale, mais terminée par deux côtés rectilignes & parallèles, & par deux bouts demi-circulaires; dans ses côtés elle se terminoit fort distinctement, mais à ses bouts fort confusément, la lumière s'y affoiblissant & s'y dissipant peu à peu. A la distance de $18\frac{1}{2}$ pieds du prisme, la largeur de l'image étoit d'environ $2\frac{1}{2}$ pouces, & sa longueur d'environ $10\frac{1}{4}$; mais la longueur des côtés rectilignes n'étoit que d'environ 8 pouces. L'angle réfringent ACB du prisme qui produisoit une si grande longueur étoit de 64 degrés; avec un angle moindre, la longueur de l'image étoit moindre, & la largeur restoit la même. On doit encore observer que les rayons alloient en ligne droite du prisme à l'image, & que par conséquent en sortant du prisme ils avoient les uns à l'égard des autres, toute l'inclinaison qui produisoit la longueur de l'image. Cette image PT étoit colorée, & les principales couleurs étoient placées dans l'ordre suivant; depuis l'en bas T jusqu'au haut en P; le rouge, l'orangé, le jaune, le verd, le bleu, l'indigo, le violet, avec toutes leurs nuances intermédiaires qui varioient dans une succession continue.

Donc les
rayons du So-
leil sont diffé-
remment ré-
frangibles.

172. Notre Auteur conclut de cette expérience & de plusieurs autres dont nous parlerons dans la suite, que la lumière du Soleil est un mélange de différentes sortes de rayons colorés; dont quelques-uns à égales incidences sont plus rompus que les autres, & qu'il nomme pour cela plus réfrangibles. Le rouge en T étant plus proche du lieu Y, où les rayons du Soleil iroient directement, si l'on ôtoit le prisme, sont les rayons les moins réfrangibles; & l'orangé, le jaune, le verd, le bleu, l'indigo & le violet sont de plus en plus réfrangibles, à mesure qu'ils s'écartent toujours plus de la route du rayon direct. Car il a prouvé par des raisonnements mathématiques, que lorsque le prisme est arrêté dans la situation dont on a parlé, de manière que le lieu de l'image soit le plus bas qu'il est possible, ou

Fig 149.



dans la limite entre sa montée & sa descente ; la figure de l'image devoit être alors ronde comme la tache Y , si tous les rayons qui y tendent étoient rompus également. Donc puisqu'on voit par expérience que cette image n'est pas ronde , mais environ 5 fois plus longue que large ; il s'ensuit que tous les rayons ne sont pas également rompus, & cette conclusion est encore appuyée sur les expériences suivantes.

Dans le rayon du Soleil SF , qui étoit introduit dans la chambre par le trou du volet de la fenêtre EG , je tins le prisme ABC à la distance de quelques pieds du trou , en telle situation que son axe étoit perpendiculaire à ce rayon ; ensuite je regardai à travers le prisme vers le trou F , & tournant le prisme de tous les côtés autour de son axe , pour faire monter & descendre l'image *pt* , j'arrêtai le prisme , lorsqu'entre ces deux mouvements contraires , l'image me parut stationnaire. Dans cette situation du prisme , en regardant à travers le trou F , j'observai que la longueur de son image *pt* étoit plusieurs fois plus grande que sa largeur , & que sa partie la plus rompue paroissoit violette en *p* , la moins rompue rouge en *t* , & les parties du milieu , indigo , bleu , verd , jaune & orangé par ordre. La même chose arriva lorsque j'éloignai le prisme de la lumière du Soleil , & que je regardai au travers du prisme le trou qui brilloit par la lumière des nuages qui étoient en delà. Et ici encore, si les réfractions de tous les rayons étoient égales selon une certaine proportion des sinus d'incidence & de réfraction , comme on le suppose communément , l'image rompue auroit dû paroître ronde par la démonstration mathématique précédente. De sorte que par ces deux expériences, il est évident qu'à égales incidences il y a une inégalité considérable de réfractions.

On voit que pour découvrir cette propriété fondamentale de la lumière qui a dévoilé tout le mystère des couleurs ; notre Auteur ne s'est pas fondé uniquement sur les expériences que plusieurs autres avoient faites avant lui , mais qu'il a employé les secours de la géométrie , ce qui étoit absolument nécessaire pour déterminer la figure que l'image rompue devoit avoir selon l'ancien principe de la réfraction égale de tous les rayons ;

A a ij

2°. Exper.
Newt. Opt.
p. 27.

Fig. 148.

mais après avoir fait cette découverte, il imagina l'expérience suivante pour la rendre sensible aux yeux.

3°. Exper.
Newt. Opt.
p. 37.

Fig. 149.

Au milieu de deux planches minces *DE*, *de*, je fis dans chacune un trou rond en *G* & *g*, d'un tiers de pouce de diamètre; & ayant fait un trou beaucoup plus grand dans le volet de la fenêtre en *F*, pour introduire dans ma chambre obscure un grand rayon de lumière du Soleil, j'y plaçai un prisme *ABC* vis-à-vis du rayon de lumière, pour le rompre sur la muraille opposée, ensuite contre le prisme, je fixai par derrière une des planches *DE* pour faire passer par le trou *G* le milieu de la lumière rompue, & pour intercepter le reste avec la planche; & à la distance d'environ 12 pieds de la première planche, j'arrêtai l'autre de manière que le milieu de la lumière rompue qui venoit par le trou de la première planche, & tomboit sur la muraille vis-à-vis, pût passer par le trou *g* dans cette autre planche *de*, & que le reste, intercepté par la planche, vint y peindre le spectre coloré du Soleil, & derrière cette planche, j'arrêtai un autre prisme fort proche *abc* pour rompre de nouveau la lumière qui passoit par le trou *g*. Ensuite je revins promptement au premier prisme *ABC*; & en le tournant doucement de tous les côtés autour de son axe, je fis mouvoir en haut & en bas l'image qui tomboit sur la seconde planche *de*, afin que toutes ses parties pussent passer successivement par le trou pratiqué dans cette planche & tomber sur le prisme qui étoit derrière. En même tems, je marquois les endroits *M*, *N* sur la muraille où cette lumière arrivoit après sa réfraction dans le second prisme, & par la différence de ces endroits *M* & *N*, je trouvai que la lumière qui étant la plus rompue dans le premier prisme *ABC*, alloit à l'extrémité bleue de l'image, étoit encore plus rompue par le second prisme *abc* que celle qui alloit à l'extrémité rouge de cette image. Car lorsque la partie inférieure de la lumière qui tomboit sur la seconde planche *de* passoit par le trou *g*, elle se rendoit à la place inférieure *M* sur la muraille, & lorsque la partie supérieure de cette lumière passoit par le même trou *g*, elle se rendoit à la place supérieure *N* sur la muraille, & lorsqu'une partie intermédiaire de la lumière passoit par ce

trou, elle venoit en quelque place sur la muraille entre M & N. La position immobile des trous dans les planches rendoit l'incidence des rayons sur le second prisme toujours la même dans tous les cas, & cependant dans cette incidence commune, quelques rayons étoient plus rompus & d'autres moins; & ceux-là étoient plus rompus dans ce prisme, qui par une plus grande réfraction dans le premier, s'étoient plus écartés de leur route; & c'est à cause de leur constance à être plus rompus qu'on les a appellés avec raison plus réfrangibles.

Notre Auteur fait voir aussi, par des expériences faites avec un verre convexe, que les lumières (réfléchies par les corps naturels) qui diffèrent en couleur, diffèrent aussi en degrés de réfrangibilité (*Nouv. Opt. p. 16*), & qu'elles en diffèrent de la même manière que les rayons du Soleil.

173. La lumière du Soleil est composée de rayons différents en réflexibilité, & ceux qui sont plus réfrangibles, sont aussi plus réfléchibles que les autres. Je plaçai un prisme A B C dont les deux angles à la base B C étoient égaux entr'eux & demi droits, & dont le troisième A étoit droit, dans un rayon F M de la lumière du Soleil, qui entroit dans une chambre obscure par un trou F d'un tiers de pouce de largeur. En tournant le prisme lentement autour de son axe, jusqu'à ce que la lumière qui venoit par un de ses angles A C B & en étoit rompue vers G & H, commençât à être réfléchie par sa base B C selon la ligne M N, selon laquelle elle sortit du prisme; j'observai que les rayons comme M H qui avoient souffert la plus grande réfraction, étoient plutôt réfléchis que les autres. Pour faire voir évidemment que les rayons qu'on cessoit de voir en H, étoient réfléchis en M N, je fis passer ce rayon par un autre prisme V X Y, & en étant rompu pour passer ensuite sur une feuille de papier blanc p t placée à quelque distance par derrière, il peignit par cette réfraction les couleurs ordinaires en p t. Ensuite faisant tourner le premier prisme autour de son axe, selon l'ordre des lettres A, B, C, j'observai que lorsque les rayons M H, qui dans ce prisme, avoient souffert la plus grande réfraction & avoient paru bleus & violets, commencèrent à être totalement réfléchis, la lumière bleue & violette sur le papier qui étoit la plus rompue sur

4^e. Exper.
Les rayons
du Soleil sont
différemment
réflexibles.

Nouv. Opt.
P. 45.

Fig. 150.

le second prisme, recevoit un accroissement sensible en p par dessus celui du rouge & du jaune en t , & ensuite lorsque le reste de la lumière qui étoit verte, jaune & rouge, commençoit à être totalement réfléchi & à disparaître en G , la lumière de ces couleurs en t sur le papier p recevoit autant d'augmentation que le violet & le bleu en avoient reçu auparavant. Ce qui prouve incontestablement que les rayons qui auparavant à égales incidences avec les autres sur la base BC avoient souffert les plus grandes réfractions, furent aussi les premiers à être totalement réfléchis par cette base. Je ne me suis pas aperçu ici d'aucune réfraction sur les côtés AC , AB du premier prisme, parce que la lumière entroit presque perpendiculairement au premier côté, & sortoit presque perpendiculairement au second, & par conséquent n'en souffroit aucune, ou si peu, que les angles d'incidence à la base BC n'en étoient pas sensiblement altérés; sur-tout si les angles du prisme à la base BC étoient chacun de 40 degrés environ. Car les rayons FM commencent à être totalement réfléchis lorsque l'angle CMF est d'environ 50 degrés (art. 15), & par conséquent ils formeront alors avec AC un angle de 90 degrés.

Il paroît aussi par cette expérience que le rayon de lumière MN , réfléchi par la base du prisme, étant augmenté d'abord par les rayons les plus réfrangibles, & ensuite par ceux qui le sont moins, est composé de rayons différemment réfrangibles.

Définitions
Nouv. Opt.
p. 4 & 108.

J'appelle lumière simple, homogène & semblable, celle dont les rayons sont tous également réfrangibles, & j'appelle lumière composée, hétérogène & dissemblable, celle dont les rayons sont les uns plus, & les autres moins réfrangibles. J'appelle la première homogène, sans prétendre qu'elle le soit à tous égards; mais parce que les rayons qui s'accordent en réfrangibilité, s'accordent au moins dans toutes les autres propriétés que je considère dans le discours suivant.

J'appelle couleurs principales, homogènes & simples, les couleurs des lumières homogènes; & couleurs hétérogènes ou composées, celles des lumières hétérogènes. Car celles-ci sont toujours composées de lumières hétérogènes, comme on le verra dans le discours suivant. J'appelle *rubrique* ou rouge

la lumière homogène & les rayons qui paroissent rouges, ou plutôt qui font paroître les objets rouges; j'appelle *jaune*, *verte*, *bleue*, *violette* & ainsi des autres, la lumière qui fait paroître les objets jaunes, verts, bleus & violets, & lorsque je parle de la lumière & des rayons comme colorés, ou ayant des couleurs, je ne prétends pas parler philosophiquement & proprement, mais grossièrement, & selon les idées que le peuple se forme, en voyant ces expériences. Car les rayons, à parler exactement, ne sont pas colorés. Il n'y a rien autre dans eux qu'une certaine puissance ou disposition pour exciter dans nous la sensation de telle ou telle couleur. Comme le son dans une cloche, dans une corde d'Instrument de musique, ou dans quelqu'autre corps sonore, n'est autre chose qu'un mouvement d'ondulation, qu'il n'est dans l'air qu'un mouvement qui vient de l'objet, & que dans nos organes c'est un sentiment de ce mouvement sous l'idée du son; ainsi les couleurs dans l'objet ne sont qu'une disposition à réfléchir telle ou telle sorte de rayons plus abondamment que les autres; dans les rayons, ce ne sont que leurs dispositions à porter tel ou tel mouvement dans nos organes, & dans nous, ce sont les sensations de ces mouvements sous l'idée des couleurs.

174. Par la proposition mathématique dont on a parlé ci-devant (art. 172), il est certain que les rayons qui sont également réfrangibles tombent sur un cercle qui répond au disque apparent du Soleil, ce qui sera aussi prouvé par les expériences qui suivent. Si maintenant A G représente le cercle qui seroit éclairé par tous les rayons les plus réfrangibles qui viennent de tout le disque du Soleil, & qui en formeroient l'image sur la muraille qui est vis-à-vis, s'ils étoient seuls; E L le cercle qui seroit éclairé de même par tous les rayons les moins réfrangibles s'ils étoient seuls; B H, C I, D K, les cercles qu'autant d'espèces intermédiaires peindroient sur la muraille, si ces espèces venoient seules du Soleil dans cet ordre successif, les autres étant interceptées; & si l'on imagine qu'il y a d'autres cercles sans nombre qu'une infinité d'autres espèces intermédiaires de rayons peindroient successivement sur la muraille, si le Soleil les envoyoit successivement chacun à part; & puisque le Soleil les envoie tout à la fois, ils doivent

Que la longue image est composée de cercles de différentes sortes de rayons
Opt p. 31.

Fig. 151.

tous ensemble éclairer & peindre une infinité de cercles égaux ; qui composent tout le spectre P T étant placés selon leurs degrés de réfrangibilité dans la suite continue qu'on a représentée dans la première expérience.

Comment
on peut sépa-
rer ces sortes
de rayons.
Newt. Opt.
p. 45.

Fig. 151.

175. Si l'on peut diminuer le diamètre de ces cercles , en conservant à leurs centres, leurs distances & positions respectives , on diminuera aussi à proportion leur mélange l'un sur l'autre , & par conséquent aussi le mélange des rayons hétérogènes. Soient les cercles , A G , B H , C I &c. les mêmes que ci-devant & soient autant d'autres cercles plus petits , *a g* , *b h* , *c i* &c. placés dans une semblable suite continue , entre deux lignes droites parallèles *a e* & *g l* , avec les mêmes distances entre leurs centres, & éclairés par les mêmes espèces de rayons , c'est-à-dire , le cercle *a g* par la même espèce qui éclaire le cercle correspondant A G & les autres cercles *b h* , *c i* , *d k* , *e l* respectivement par les mêmes espèces de rayons qui éclairent les cercles correspondants B H , C I , D K , E L. Dans la figure P T composée de grands cercles , trois de ces cercles A G , B H , C I sont tellement étendus l'un sur l'autre , que trois sortes de rayons qui éclairent ces trois cercles , jointes à une infinité d'autres sortes de rayons intermédiaires sont mêlées en Q R au milieu du cercle B H. Et le même mélange se trouve presque dans toute la longueur de la figure P T. Mais dans la figure *p t* composée de petits cercles , les trois cercles plus petits *a g* , *b h* , *c i* , qui répondent aux trois cercles plus grands , ne s'étendent pas l'un dans l'autre , & il n'y a dans aucun endroit autant de mélange de deux des trois espèces de rayons qui éclairent ces cercles , & qui dans la figure P T se confondent tous en Q R. De sorte que si l'on veut diminuer le mélange des rayons , il faut diminuer les diamètres des cercles. Or on pourra les diminuer , si l'on rend le diamètre du Soleil auquel ils répondent , plus petit qu'il n'est , ou (ce qui revient au même) si hors de la fenêtre , à une grande distance du prisme vers le Soleil , on interpose quelque corps opaque percé d'un trou rond au milieu , pour intercepter toute la lumière du Soleil ; excepté celle qui venant du milieu de son corps , doit passer par ce trou vers le prisme. Car ainsi les cercles A G , B H & les autres , ne répondront plus à tout le

le disque du Soleil , mais seulement à la partie du disque que l'on pourroit voir à travers le prisme par ce trou , c'est-à-dire , à la grandeur apparente de ce trou vu à travers le prisme. Mais afin que ces cercles puissent répondre plus distinctement à ce trou , il faut placer une lentille auprès du prisme pour qu'elle porte l'image du trou , (c'est-à-dire , chacun des cercles *AG* , *BH* , &c.) distinctement sur le papier *PT* ; tout de même que par le moyen d'une lentille placée dans une fenêtre , les peintures des objets du dehors sont portées distinctement sur un papier dans la chambre obscure. Si l'on prend cette précaution , il ne sera pas nécessaire de placer ce trou fort loin , ni même au-delà de la fenêtre. Et ainsi au lieu de ce trou , je me suis servi de celui qui étoit dans le volet de la fenêtre en cette manière.

Dans le rayon du Soleil qui entroit dans ma chambre obscure , par un petit trou rond de ma fenêtre , à dix ou douze pieds environ de cette fenêtre , je plaçai une lentille *MN* , par laquelle l'image du trou *F* pouvoit tomber distinctement sur une feuille de papier blanc placée en *I*. Ensuite immédiatement après la lentille , je plaçai un prisme *ABC* par lequel la lumière transmise étoit rompue en haut ou à côté ; & par ce moyen l'image ronde que la lentille seule formoit sur le papier en *I* , devenoit oblongue avec ses côtés parallèles , comme elle est représentée en *pt*. Je fis tomber cette image oblongue sur un autre papier environ à la même distance du prisme que l'image *I* , en approchant ou éloignant le papier du prisme , jusqu'à ce que je trouvai la juste distance où les côtés rectilignes de l'image *pt* étoient mieux terminés. Car en ce cas les images circulaires du trou , qui composent cette image , de la même manière que les cercles *ag* , *bh* , *ci* &c. composent la figure *pt* , étoient terminées très-distinctement , & par conséquent ne débordoient l'une sur l'autre que le moins qu'il étoit possible , & ainsi le mélange des rayons hétérogènes étoit le moindre de tous. Les cercles *ag* , *bh* , *ci* , &c. qui forment l'image *pt* sont égaux chacun au cercle *I* , & par conséquent en diminuant le trou *F* , ou en éloignant davantage la lentille du trou , on peut diminuer à volonté ces cercles , pendant que leurs centres conservent entr'eux les mêmes distances. C'est

5^e. Exper.
Nouv. Opt.

p. 57.

Fig. 1524

ainsi qu'en diminuant la largeur de l'image $p t$ on peut séparer autant que l'on veut les uns des autres les cercles des rayons hétérogènes qui la composent. Cependant au lieu du trou circulaire F , il vaut mieux substituer un trou oblong comme un parallélogramme dont la longueur soit parallèle à celle du prisme. Car si ce trou a un ou deux pouces de long, & seulement la dixième ou la vingtième partie d'un pouce de large, ou s'il est plus étroit, la lumière de l'image $p t$ sera aussi simple ou même plus qu'auparavant, & en même tems l'image étant beaucoup plus large, sera plus propre aux expériences.

6°. Exper.
La lumière
homogène est
rompue réguliè-
rement &c.
Opt. p. 62.

176. La lumière homogène est rompue régulièrement sans aucune dilatation des rayons, sans qu'ils se fendent ou se croisent, & la vision confuse des objets vus au travers des corps réfringents par la lumière hétérogène, vient de la différente réfrangibilité des différentes sortes de rayons. On en sera convaincu par l'expérience suivante. Je fis au milieu d'un papier noir un trou rond d'un cinquième ou sixième de pouce en diamètre. Je fis tomber sur ce papier le spectre de la lumière homogène décrit dans l'article précédent, en sorte qu'une partie de la lumière pouvoit passer par le trou de ce papier. Je rompis avec un prisme placé derrière le papier cette partie de lumière & la faisant tomber perpendiculairement sur un papier blanc à deux ou trois pieds de distance du prisme, je trouvai que le spectre formé sur le papier par cette lumière, n'étoit pas oblong, comme dans la première expérience, où il étoit formé par la lumière composée du Soleil & rompue, mais qu'il étoit (autant que l'œil en pouvoit juger) parfaitement circulaire, sa longueur n'étant en aucun endroit plus grande que sa largeur; ce qui fait voir que cette lumière est rompue régulièrement sans aucune dilatation des rayons; & c'est une démonstration oculaire de la proposition mathématique dont on a parlé dans l'article 172.

7°. Exper.
Opt. p. 63.

J'ai placé dans la lumière homogène un cercle de papier d'un quart de pouce de diamètre, & dans la lumière du Soleil directe, hétérogène & blanche un autre cercle de papier de la même grandeur. En m'écartant de ces papiers à la distance de quelques pieds, je regardai les deux cercles au travers d'un prisme. Le cercle éclairé par la lumière hétérogène du Soleil



me parut fort oblong, comme dans la seconde expérience, sa longueur étant plusieurs fois plus grande que sa largeur. Mais l'autre cercle éclairé par la lumière homogène me parut circulaire & bien terminé, comme lorsque je le voyois à l'œil nud; ce qui prouve toute la proposition avancée au commencement de cet article.

Je plaçai dans la lumière homogène des mouches & d'autres petits objets & les regardant au travers d'un prisme, je vis leurs parties aussi bien terminées que si je les avois vues à l'œil nud. Je regardai aussi au travers d'un prisme les mêmes objets placés dans la lumière hétérogène, non rompue & blanche du Soleil, & je les vis tous mal terminés, de manière que je ne pouvois pas distinguer leurs petites parties les unes des autres. Je plaçai encore en même tems des lettres d'un petit caractère dans la lumière homogène, & ensuite dans l'hétérogène, & les regardant au travers d'un prisme, elles me parurent dans le second cas si confuses, que je ne pouvois pas les lire; mais dans le premier elles étoient si distinctes que je les lisois aisément, & que je croyois les voir aussi distinctement qu'avec l'œil nud. Dans ces deux cas, je regardai les mêmes objets à la même distance, dans la même situation & au travers du même prisme. Il n'y avoit de différence que dans les lumières qui éclairoient les objets, & qui dans un cas, étoient simples & dans l'autre composées. Et ainsi la vision distincte dans le premier cas & confuse dans le second, ne pouvoit venir que de la différence des lumières. Ce qui prouve toute la proposition.

177. Ce qui est encore très-remarquable dans ces trois expériences, c'est que la couleur de la lumière homogène ne fut jamais changée par la réfraction ni par les réflexions. Car tous les corps blancs, gris, rouges, jaunes, verts, bleus, violets, comme le papier, les cendres, le minium, l'orpiment, l'indigo, l'or, l'argent, le cuivre, l'herbe, les fleurs bleues, les violettes, les bulles d'eau teintes de différentes couleurs, les plumes de Paon, l'infusion du bois néphretique & autres semblables, paroissent totalement rouges dans la lumière homogène rouge, totalement bleus dans la lumière bleue, verts dans la lumière verte, & ainsi des autres couleurs.

8°. Exper.

Ibid.

La couleur de la lumière homogène ne sçauroit changer par les réfractions ni par les réflexions.
Neuvt. Opt.
p. 107.

Dans la lumière homogène d'une couleur quelconque, ils paroissent tous entièrement de la même couleur, avec cette seule différence, que quelques-uns renvoyent cette lumière plus fortement & d'autres plus foiblement. Je n'ai jamais vu aucun corps qui ait pû changer par la réflexion la couleur de cette lumière homogène.

De tout cela il suit évidemment, que si la lumière du Soleil n'étoit composée que d'une sorte de rayons, il n'y auroit qu'une seule couleur dans le monde : qu'il ne seroit pas même possible de produire aucune nouvelle couleur par les réflexions ou par les réfractions, & que par conséquent toute la variété des couleurs dépend de la composition de la lumière primitive.

Toute lumière homogène a sa propre couleur qui répond à son degré de réfrangibilité.
Nouv. Opt.
p. 106.

178. L'image solaire *pt* formée par les rayons séparés dans la 5^e. expérience, en avançant depuis son extrémité *p* où tombent les rayons les plus réfrangibles, jusqu'à l'autre extrémité *t* où tombent les moins réfrangibles, paroît teinte de cette suite de couleurs; le violet, l'indigo, le bleu, le jaune, l'orangé, le rouge, avec tous leurs degrés intermédiaires dans une succession continue qui varie perpétuellement. De sorte qu'il y paroît autant de degrés de couleurs qu'il y a de sortes de rayons qui diffèrent en réfrangibilité; & puisque ces couleurs ne peuvent pas être changées par réfractions ni par réflexions, il s'ensuit que toute lumière homogène a sa propre couleur qui répond à son degré de réfrangibilité.

Le sinus d'incidence de chaque rayon homogène est à son sinus de réfraction en raison donnée.
Nouv. Opt.
p. 64.

Nouv. Opt.
p. 64.

Fig. 153.

179. Chaque rayon homogène considéré séparément se rompt suivant une seule & même loi, de sorte que son sinus d'incidence est à son sinus de réfraction en raison donnée, c'est-à-dire, que chaque rayon différemment coloré a une différente raison qui lui appartient. Notre Auteur a prouvé cela par expérience, & il a déterminé par d'autres expériences les nombres qui expriment ces raisons données. Par exemple, si un rayon blanc hétérogène du Soleil sort du verre dans l'air, ou ce qui revient au même, si les rayons de toutes les couleurs sont supposés se succéder les uns aux autres dans la même ligne *AC*, & que leur sinus commun *AD* d'incidence dans le verre soit divisé en 50 parties égales, alors les sinus *EF* & *GH* de réfraction dans l'air, des rayons les moins réfrangibles, & les plus réfrangibles seront 77 & 78 de ces parties

respectivement. Et puisque chaque couleur a son degré particulier, les sinus de réfraction de tous les degrés du rouge ont tous les degrés intermédiaires de grandeur depuis $77 \frac{1}{8}$ jusqu'à $77 \frac{1}{2}$, ceux de tous les degrés de l'orangé depuis $77 \frac{1}{2}$ jusqu'à $77 \frac{3}{4}$, ceux du jaune depuis $77 \frac{3}{4}$ jusqu'à $77 \frac{1}{2}$, du verd depuis $77 \frac{1}{2}$ jusqu'à $77 \frac{1}{4}$, du bleu depuis $77 \frac{1}{4}$ jusqu'à $77 \frac{1}{8}$, de l'indigo depuis $77 \frac{1}{8}$ jusqu'à $77 \frac{7}{8}$, & du violet depuis $77 \frac{7}{8}$ jusqu'à 78 (*Nevv. Opt. p. 109*).

180. On peut produire par composition des couleurs qui seront semblables aux couleurs de la lumière homogène, quant à l'apparence de la couleur, mais non pas quant à son immutabilité & à la constitution de la lumière; & plus ces couleurs seront composées, plus elles seront pleines & intenses, & par trop de composition elles pourront devenir delavées & s'affaiblir jusqu'à disparaître; le mélange devenant alors blanc ou gris. On peut aussi produire par composition des couleurs qui ne seront pas entièrement semblables à aucune des couleurs de la lumière homogène. Car un mélange de rouge & de jaune homogènes produit un orangé semblable en apparence à l'orangé qui dans la série des couleurs prismatiques simples se trouve entre celles-là. Mais la lumière de l'un de ces orangés est homogène quant à la réfrangibilité, celle de l'autre est hétérogène. La couleur de l'une étant vue au travers d'un prisme reste inaltérable, celle de l'autre change & revient aux couleurs rouge & jaune dont elle est composée. On peut de même avec les autres couleurs homogènes voisines composer de nouvelles couleurs, semblables à ces deux homogènes; comme du jaune & du verd une couleur entre les deux, & si l'on y ajoute ensuite le bleu, on produira un verd qui tiendra le milieu entre les trois qui forment la composition. Car le jaune & le bleu d'un côté, étant égaux en quantité, entraînent également vers eux le verd qui est intermédiaire, & le tiennent ainsi comme en équilibre, de sorte qu'il ne tourne pas plus vers le jaune d'une part que vers le bleu de l'autre, mais leurs actions étant mêlées, la couleur moyenne subsiste. On peut encore ajouter à ce verd mêlé, quelque rouge & quelque violet, & le verd ne cessera pas pour cela, mais il deviendra seulement moins plein & moins vif, & si l'on augmente le rouge & le

Différentes propriétés des couleurs simples & composées.

Nevv. Opt. p. 115.

violet, il sera toujours plus délavé, jusqu'à ce que les couleurs ajoutées prévalant, elles le surmonteront & le changeront en blanc ou en quelqu'autre couleur. De même, si à la couleur d'une lumière homogène, on ajoute la couleur blanche du Soleil composée de toutes les espèces de rayons, cette couleur ne disparaîtra pas ou ne changera pas d'espèce, mais elle sera délavée; & en y ajoutant toujours plus de blanc, elle s'affaiblira continuellement. Enfin, si l'on mêle le rouge & le violet, on produira selon leurs différentes proportions divers pourpres; qui ne seront semblables en couleur à aucune lumière homogène & le mélange de ces pourpres avec le jaune & le bleu produiront d'autres nouvelles couleurs.

9^e. Exper.
On peut composer le blanc avec des couleurs.

Nevv. Opt.
p. 117.

Fig. 154.

181. La blancheur & toutes les couleurs grises entre le blanc & le noir peuvent se composer de couleurs; & la blancheur de la lumière du Soleil est composée de toutes les couleurs principales mêlées ensemble, selon la proportion requise.

Car soit l'image du Soleil *P T* qui tombe sur une lentille *M N* large de plus de 4 pouces & éloignée d'environ 6 pieds du prisme *A B C*, d'une telle figure qu'elle puisse rendre convergente à son foyer *G* à 6 ou 8 pieds de distance de la lentille, la lumière colorée qui sort divergente du prisme, afin que dans ce point elle tombe perpendiculairement sur un papier blanc *D E*. Si l'on fait mouvoir ce papier en avant & en arrière, on verra qu'auprès de la lentille, comme en *de*, toute l'image du Soleil, par exemple, *pt*, paroîtra sur ce papier fortement colorée, de la manière qu'on l'a expliqué ci-devant, & qu'en l'éloignant de la lentille, ces couleurs s'approcheront toujours les unes des autres, & se mêlant toujours plus, elles seront plus foibles, jusqu'à ce qu'à la fin le papier arrive au foyer *G*, où par un mélange parfait, elles disparaîtront totalement & se changeront en couleur blanche, toute la lumière paroissant alors sur le papier comme un petit cercle blanc. Ensuite en s'éloignant encore plus de la lentille, les rayons qui auparavant étoient convergents, se couperont mutuellement au foyer *G* & en seront divergents; ce qui fera paroître de nouveau les couleurs, mais dans un ordre contraire, comme en *st*, où le rouge *s* qui étoit dessous est maintenant en dessus & le violet *p* qui étoit dessus est en dessous.

Arrêtons maintenant le papier au foyer G où la lumière paroît totalement blanche & circulaire , & considérons sa blancheur. Je dis qu'elle est composée de toutes les couleurs convergentes. Car si l'une de ces couleurs est interceptée à la lentille , la blancheur cesse & dégénère en une couleur qui résulte de la composition des autres couleurs non interceptées. Et alors si on laisse passer les couleurs interceptées , en sorte qu'elles tombent sur cette couleur composée , elles se mêlent avec elle , & par leur mélange elles rétablissent la blancheur. Par exemple , si le violet , le bleu & le verd sont interceptés , le jaune , l'orangé & le rouge qui restent , formeront sur le papier un orangé , & si ensuite on laisse passer les couleurs interceptées , elles tomberont sur cet orangé composé & formeront ensemble le blanc. De même si l'on intercepte le rouge & le violet , ce qui restera , sçavoir le jaune , le verd & le bleu composeront du verd sur le papier , & si on laisse passer le rouge & le violet , ils tomberont sur ce verd & tous ensemble ils formeront de nouveau le blanc. Et l'on peut encore prouver de la manière suivante , que dans cette composition du blanc , les divers rayons ne souffrent aucun changement dans leurs couleurs , en agissant les uns sur les autres , mais qu'ils sont seulement mêlés , & que c'est le mélange de leurs couleurs qui produit le blanc.

Si l'on place le papier au-delà du foyer G , & que l'on regarde l'image ronde & blanche G au travers du prisme H I K ; que par la réfraction de ce prisme , elle soit portée au lieu ru ; elle y paroîtra teinte de différentes couleurs , sçavoir , du violet en u & du rouge en r & des autres entre deux. Si alors on arrête la couleur rouge plusieurs fois , & qu'on la laisse passer plusieurs fois , le rouge en r disparaîtra & reviendra aussi souvent , mais le violet en u ne souffrira aucun changement. Et ainsi en arrêtant & laissant passer alternativement le bleu dans la lentille , le bleu en u disparaîtra & reviendra alternativement sans qu'il se fasse aucun changement dans le rouge en r . Le rouge dépend donc d'une espèce de rayons & le bleu d'une autre espèce , lesquelles dans le foyer G où elles sont toutes mêlées n'agissent point l'une sur l'autre ; & il en est de même des autres couleurs.

Je fis encore réflexion que lorsque les rayons les plus réfrangibles Pp & les moins réfrangibles Tt , étoient par la convergence inclinés les uns sur les autres, si l'on tenoit le papier fort oblique à ces rayons dans le foyer G , il en réfléchiroit une espèce plus abondamment qu'une autre espèce, & par ce moyen la lumière réfléchie seroit teinte dans ce foyer de la couleur prédominante, pourvu que ces rayons retinssent tous leurs couleurs ou qualités colorifiques dans la composition du blanc. Mais que s'ils ne les retenoient pas dans ce blanc, & s'ils y prenoient tous la disposition d'imprimer aux sens la perception du blanc, ils ne perdroient jamais leur blancheur par de pareilles réflexions. J'inclinai donc le papier fort obliquement aux rayons, comme on le voit dans la situation 2 s , 2 t , afin que les rayons les plus réfrangibles Pp tombant plus directement, & par conséquent avec plus de densité que les autres, sur le papier, fussent réfléchis plus abondamment que les autres, & la blancheur se changea successivement en bleu, indigo & violet. Ensuite j'inclinai le papier de l'autre côté, comme on voit dans la situation 2 D , 2 E , afin que les rayons les moins réfrangibles Tt vinssent à y tomber plus directement, & qu'ils fussent par conséquent plus abondants que les autres dans la lumière réfléchie & le blanc devint successivement jaune, orangé & rouge.

Enfin, je fis un instrument XY en forme de peigne, qui avoit 16 dents d'environ 1 pouce & demi de large, l'intervalle entre les dents étant d'environ 2 pouces; ensuite en interposant successivement les dents de cet instrument auprès de la lentille, j'interceptai par ce moyen une partie des couleurs, pendant que les autres passaient par l'intervalle des dents sur le papier DE & y peignoient une image solaire ronde. Mais j'avois placé le papier de manière que l'image parût blanche toutes les fois qu'on ôtoit le peigne, & lorsqu'on l'interposoit, cette blancheur à raison de la partie interceptée des couleurs dans la lentille, se changeoit toujours en une couleur composée de celles qui n'étoient pas interceptées. Elle varioit tellement par le mouvement du peigne, qu'en faisant passer chaque dent sur la lentille, toutes les couleurs, le rouge, le jaune, le bleu, le verd, le pourpre, se succédoient continuellement.

nuellement. Je fis donc passer successivement toutes les dents sur la lentille, & lorsque le mouvement étoit lent, on voyoit sur le papier une succession continue de couleurs, mais lorsque j'accélérois le mouvement de manière que les couleurs, à raison de leurs vîteses, ne pussent pas se distinguer l'une de l'autre, on ne voyoit plus l'apparence de chaque couleur. Il n'y avoit plus, ni rouge, ni jaune, ni verd, ni pourpre; mais la confusion de toutes ces couleurs produisoit une couleur blanche uniforme. Aucune partie de la lumière qui par le mélange de toutes les couleurs paroïssoit blanche, n'étoit réellement blanche. L'une étoit rouge, l'autre jaune, la troisième verte, la quatrième bleue, la cinquième pourpre, & chaque partie retenoit sa couleur jusqu'à son incidence sur les sens. Si les impressions se suivoient lentement l'une après l'autre, en sorte qu'on pût les percevoir séparément, il se faisoit une sensation distincte de toutes les couleurs l'une après l'autre dans une succession continue. Mais si les impressions se suivoient l'une l'autre avec tant de vîtesse qu'on ne pût pas les appercevoir séparément, il en résultoit une sensation commune, qui n'étoit d'aucune couleur en particulier, mais qui étoit indifférente à l'égard de toutes, & telle est la sensation du blanc. Par la vîtesse des successions, les impressions des différentes couleurs se confondoient dans les organes, & de cette confusion il résultoit une sensation mixte. Si l'on fait mouvoir fort vite un charbon allumé dans un cercle par un grand nombre de tours continuellement répétés, tout le cercle paroîtra être de feu. La raison de cela est, que la sensation du charbon dans les différents points de ce cercle reste imprimée sur notre organe jusqu'à ce que le charbon revienne au même point. C'est ainsi que dans une suite prompte de couleurs, l'impression de chaque couleur reste dans la rétine, jusqu'à ce qu'une révolution de toutes les couleurs soit achevée, & que la première couleur revienne. Ainsi les impressions de toutes les couleurs restent toutes ensemble dans la rétine, & produisent conjointement la sensation de toutes. Il est donc manifeste par cette expérience que les impressions mêlées de toutes les couleurs excitent dans nous la sensation du blanc,

c'est-à-dire, de celle qui est composée de toutes les autres couleurs mêlées ensemble.

10^e. Exper. *Nevv. Opt.*
p. 129. Jusqu'à présent j'ai produit le blanc par le mélange des couleurs prismatiques; il faut maintenant parler des couleurs des corps naturels mêlées ensemble. Si l'on épaissit un peu d'eau avec du savon, & si on l'agite pour la faire écumer, qu'ensuite on la fasse reposer un peu, en la regardant attentivement, on y verra différentes couleurs répandues sur la surface de chaque bulle d'eau; mais si l'on s'écarte assez, pour ne pouvoir pas distinguer les couleurs les unes des autres, toute l'écume paroîtra d'un blanc parfait.

11^e. Exper. *Ibid.* Enfin en essayant de composer du blanc par le mélange de toutes les poudres colorées dont les peintres se servent, je fis réflexion que toutes ces poudres arrêtent & absorbent une grande partie de la lumière qui les éclaire. Car elles deviennent colorées en réfléchissant la lumière de leur couleur plus abondamment & beaucoup moins celle de toutes les autres couleurs; & même elles ne réfléchissent pas aussi abondamment que les corps blancs la lumière de leurs propres couleurs. Si l'on place, par exemple, le minium & un papier blanc dans la lumière rouge du spectre coloré formé dans la chambre obscure par la réfraction d'un prisme, comme on l'a expliqué dans la 5^e. expérience, le papier paroîtra plus brillant que le minium, & par conséquent il réfléchit plus abondamment les rayons rouges que ne fait le minium quoique rouge. Si on les place dans la lumière d'une autre couleur, la lumière réfléchie par le papier surpassera celle qui est réfléchie par le minium en proportion beaucoup plus grande. La même chose arrive dans les poudres des autres couleurs. Et par conséquent en mêlant ces poudres nous ne devons pas nous attendre à une blancheur forte & vive, comme celle du papier, mais obscure & foible, comme celle qui résulte d'un mélange de lumière & d'obscurité, ou du blanc & du noir, c'est-à-dire, que l'on aura une couleur grise & obscure, ou rousse, telle que celle des ongles, des rats, des cendres, des pierres ordinaires, du mortier, de la poussière & de la boue des grands chemins ou autre semblable. Et

j'ai souvent produit un blanc semblable par le mélange des poudres colorées. Par exemple, en mêlant une partie de minium avec cinq parties de verd de gris, j'ai produit une couleur semblable à celle des rats. Car ces deux couleurs sont tellement composées chacune des autres, qu'il y a dans les deux ensemble un mélange de toutes les couleurs; & j'y mis moins de minium que de verd de gris, à cause de la couleur plus vive du minium. De même une partie de minium avec quatre parties de bleu de montagne, composèrent une couleur obscure qui tournoit vers le pourpre, & en y ajoutant un certain mélange d'orpiment & de verd de gris dans une proportion convenable, le mélange perdit sa teinture de pourpre & devint parfaitement brun. Mais l'expérience eut plus de succès sans le minium, en cette manière. J'ajoutai peu à peu à l'orpiment certain pourpre brillant, dont les peintres se servent, jusqu'à ce que l'orpiment cessât d'être jaune & devint d'un rouge pâle. Ensuite je rendis ce rouge plus foible en y ajoutant un peu de verd de gris, & un peu plus de bleu de montagne que de verd de gris, jusqu'à ce qu'il prit une telle couleur grise ou d'un blanc pâle qu'elle ne tournoit pas plus vers l'une que vers l'autre de ces couleurs: par ce moyen, il prit une couleur égale en blancheur à celle des cendres ou du bois qu'on vient de couper ou de la peau d'un homme. L'orpiment réfléchit plus de lumière qu'aucune autre de ces poudres, & par là contribue plus que les autres à la blancheur de la couleur composée. Il est difficile de déterminer exactement les proportions à raison des différentes bontés des poudres de la même espèce. Selon que la couleur d'une poudre est plus ou moins pleine ou lumineuse, on doit l'employer en moindre ou plus grande dose.

En considérant maintenant que ces couleurs grises & brunes peuvent aussi se produire par le mélange du blanc & du noir, & que par conséquent elles ne diffèrent pas du blanc parfait par l'espèce des couleurs, mais seulement par les degrés de lumière, il est manifeste que pour en faire des blancs parfaits, il ne reste plus qu'à augmenter suffisamment leur lumière; & au contraire si en augmentant leur lumière, on peut les conduire à la blancheur parfaite, il s'en suivra de là

qu'elles ont la même espèce de couleur que les plus beaux blancs, & qu'elles n'en diffèrent que par la quantité de lumière. C'est ce que j'ai éprouvé en cette manière. J'ai pris le tiers du mélange gris dont je viens de parler (celui qui étoit composé d'orpiment, de pourpre, de bleu & de verd de gris), & j'en ai frotté grossièrement le pavé de ma chambre, dans l'endroit où le Soleil donnoit par l'ouverture de la fenêtre, & j'ai placé à côté dans l'ombre un papier blanc de la même grandeur. Ensuite en m'éloignant à la distance de 12 à 18 pieds, pour ne pouvoir pas distinguer l'inégalité de la surface de la poudre, ni les petites ombres que produisoient ses particules; la poudre me parut très-blanche de manière que sa blancheur surpassoit même celle du papier, sur-tout lorsque le papier étoit un peu obscurci par l'ombre des nuages; alors le papier comparé à la poudre paroissoit aussi gris que la poudre l'avoit paru auparavant. Mais en plaçant le papier dans l'endroit où le Soleil brilloit au travers des vitres, ou en fermant la fenêtre, de manière que le Soleil ne donnât sur la poudre qu'au travers des vitres, & en prenant d'autres moyens propres à augmenter ou à diminuer la lumière qui éclairoit la poudre & le papier, celle qui éclairoit la poudre devenoit plus forte que celle qui éclairoit le papier dans une telle proportion, que la poudre & le papier paroissent avoir exactement la même blancheur. Or si l'on fait attention que cette blancheur de la poudre dans les rayons du Soleil, étoit composée des couleurs que les poudres composantes ont dans les rayons de lumière, on conviendra que, suivant cette expérience & les précédentes, la blancheur parfaite est composée de toutes les couleurs.

Explication
des couleurs
permanentes
des corps.

182. Les couleurs permanentes des corps naturels viennent de ce que quelques-uns réfléchissent certaines espèces de rayons, & d'autres, certaines autres espèces plus abondamment que les autres rayons. Le minium réfléchit les moins réfrangibles ou les rayons rouges plus abondamment, & de là vient qu'il paroît rouge. Les violettes réfléchissent les plus réfrangibles plus abondamment, & de là vient leur couleur, & ainsi des autres corps. Chaque corps réfléchit les rayons de sa propre couleur plus abondamment que les autres; & sa couleur vient de l'excès ou prédominance de la lumière réfléchie.

Car si dans les lumières homogènes que l'on a par la 5^e. Exper., on place des corps de différentes couleurs, on trouvera, comme je l'ai éprouvé, que chaque corps paroît plus brillant & plus lumineux dans la lumière de sa propre couleur. Le cinnabre dans le rouge homogène est plus resplendissant, dans la lumière verte il est manifestement moins brillant, & dans la lumière bleue encore moins. L'indigo dans la lumière bleue & violette est très-brillant, & son éclat diminue par degrés dans la lumière verte & jaune jusqu'au rouge. Le porreau réfléchit plus fortement la lumière verte, & ensuite la lumière bleue & jaune qui composent le verd, que celle des autres couleurs, du rouge & du violet. Mais pour rendre ces expériences plus sensibles, il faut choisir des corps qui ayent les couleurs les plus fortes & les plus vives, & comparer ensemble deux de ces corps. Ainsi, par exemple, si l'on compare le cinnabre & le bleu d'outremer, ou quelqu'autre beau bleu, & qu'on les place dans la lumière rouge homogène, ils paroîtront tous deux rouges, mais le cinnabre paroîtra d'un rouge plus fort, plus lumineux & plus resplendissant, & le bleu d'outremer d'un rouge foible & obscur. Si on les place tous deux dans la lumière bleue homogène, ils paroîtront tous deux bleux; mais le bleu d'outremer paroîtra d'un bleu plus vif, plus lumineux & plus resplendissant & le cinnabre d'un bleu foible & obscur. Cela prouve incontestablement que le cinnabre renvoie la lumière rouge beaucoup plus abondamment que ne le fait l'outremer, & que l'outremer renvoie la lumière bleue beaucoup plus abondamment que ne le fait le cinnabre. On peut faire la même expérience successivement avec le rouge & l'indigo ou avec d'autres corps colorés quelconques, si l'on a l'égard convenable à la différente force ou foiblesse de leur couleur & de leur lumière.

On verra encore mieux par la considération suivante que ce n'est pas là seulement la vraie raison de leurs couleurs, mais que c'en est l'unique cause; c'est que la réflexion des corps naturels ne sauroit en aucune manière changer la couleur de la lumière homogène. Car si les corps ne peuvent en aucune manière changer par la réflexion la couleur d'aucune espèce de rayons, ils ne peuvent paroître colorés par

12^e. Exper.
Nevv. Opt.
p. 157.

aucun autre moyen que par la réflexion des rayons qui sont de leur propre couleur, ou qui par leur mélange peuvent produire cette couleur.

On remarque dans les liqueurs colorées transparentes que leur couleur varie ordinairement avec leur épaisseur. Ainsi, par exemple, une liqueur rouge dans un verre conique, placé entre l'œil & la lumière, paroît d'un jaune pâle & delayé au fond du verre où elle a peu d'épaisseur; & un peu plus haut où elle occupe plus d'espace, elle devient orangé; & dans l'endroit où elle en a encore plus, elle devient rouge; & enfin dans l'endroit où elle a le plus de largeur, le rouge est plus foncé & plus obscur. Car on doit concevoir que cette liqueur arrête plus aisément les rayons indigo & violet, plus difficilement les rayons bleus, encore plus les rayons verts, & très difficilement les rayons rouges. Si l'épaisseur de la liqueur est assez grande pour arrêter un nombre convenable de rayons violets & indigo, sans beaucoup diminuer le nombre des autres, le reste composera un jaune pâle, qui est la couleur de l'image du Soleil au milieu de ces rayons, comme on peut l'éprouver en arrêtant le violet & l'indigo sur la lentille dans la neuvième expérience, & laissant passer le reste au foyer. Mais si la liqueur est tellement épaisse qu'elle arrête aussi un grand nombre de rayons bleus & quelques-uns des verts, les autres formeront l'orangé; & lorsqu'elle est assez épaisse pour arrêter aussi un grand nombre de rayons verts & un nombre considérable de rayons jaunes, le reste commencera à composer le rouge, & ce rouge deviendra plus foncé & plus obscur à mesure que les rayons jaunes & orangés seront toujours plus arrêtés par la plus grande épaisseur de la liqueur, de sorte qu'elle ne pourra presque plus transmettre d'autres rayons que les rouges.

Si l'on a deux liqueurs de couleurs fortes, comme de rouge & de bleu, & que toutes les deux soient assez épaisses, pour rendre leurs couleurs assez vives; quoique chaque couleur séparément soit transparente, on ne pourra pas cependant voir à travers les deux ensemble. Car s'il ne passe que des rayons rouges au travers d'une liqueur, & des rayons bleus au travers de l'autre, il n'en passera d'aucune espèce au travers des deux. C'est ce que Mr. Hook éprouva par hasard avec

des verres remplis de liqueur rouge & de liqueur bleue ; & il fut fort surpris de l'événement auquel il ne s'attendoit pas , parce que l'on n'en sçavoit pas alors la raison (*Hook* , Micrographie , p. 73).

Maintenant puisque , les corps deviennent colorés par la réflexion ou par la transmission d'une espèce de rayons plus abondamment que des autres , on doit concevoir qu'ils arrêtent , & éteignent dans eux-mêmes les rayons qu'ils ne réfléchissent pas , ou qu'ils ne transmettent pas. Car si l'on place une feuille d'or entre l'œil & la lumière , la lumière paroît d'un bleu tirant sur le verd ; & par conséquent l'or en masse retient dans son corps des rayons bleus qui se réfléchissent de tous côtés en dedans , jusqu'à ce qu'ils soient arrêtés & éteints , pendant qu'il réfléchit en dehors les rayons jaunes ce qui le fait paroître jaune. Et tout de même que la feuille d'or est jaune par la lumière réfléchie , & bleue par la lumière transmise , il y a aussi des espèces de liqueurs , comme la teinture du bois néphrétique , & des espèces de verre qui transmettent abondamment une sorte de lumière , & qui en réfléchissent une autre , ce qui les fait paroître de différentes couleurs , selon la position de l'œil par rapport à la lumière. Un corps transparent qui paroît d'une couleur par la lumière transmise , peut aussi paroître de la même couleur par la lumière réfléchie , si la lumière de cette couleur est réfléchie par la surface postérieure du corps (art. 17).

R E M A R Q U E S.

1. *Newton* ne nous a pas seulement communiqué ses propres découvertes sur la vraie origine & cause des couleurs , mais il nous a aussi exposé les idées qu'on en avoit eues avant lui. (lect. opt. p. 146) Mais comme ces idées sont peu satisfaisantes , je n'en ferai pas mention & je me bornerai à transcrire quelques-unes des méthodes pratiques dont il s'est servi pour déterminer la raison constante de la réfraction , tant dans les fluides que dans les solides & pour confirmer par-là cette propriété fondamentale de la lumière d'où dérive principalement toute la certitude & l'exactitude de nos connoissances en Optique.

Soit HK une poutre de bois quarrée , de deux ou trois aunes de long ou plutôt un tube creux , pour l'empêcher de plier par son propre poids , & que ses côtés opposés soient parfaitement plans & parallèles ; soient

Description
d'un instru-
ment pour
trouver la rai-
son de la ré-
fraction dans
les solides.
Fig. 155.

HI & KL deux planches quarrées de bois arrêtées perpendiculairement à ses côtés, l'une KL tout-à-fait à l'extrémité du tube, & l'autre HI environ à 4 pouces de distance de l'autre extrémité. Soit ensuite la base d'un petit vaisseau profond CF d'une figure & matière quelconque, arrêtée avec de bon ciment sur la planche HI & qu'elle soit percée d'un petit trou large d'environ un dixième de pouce vers son milieu en F, aussi bien que la planche où elle est arrêtée & soit sur la planche opposée peinte de blanc une marque R à la même distance de la poutre que le centre du trou F; de manière que la ligne FR soit exactement parallèle aux côtés de la poutre. Soit enfin un morceau de verre plan, également épais par tout & bien poli, appliqué au côté supérieur de la planche HI & qui lui soit attaché avec du ciment tout autour du trou F pour empêcher qu'il ne sorte du vaisseau aucune partie du fluide. Faites ensorte que ce verre par le moyen d'une Equerre soit exactement perpendiculaire aux côtés de la poutre; arrêtez ensuite deux chevilles cylindriques de cuivre ou de fer au milieu des côtés opposés de la poutre & placez-les dans deux coches angulaires pratiquées sur deux planches parallèles qui seront arrêtées par un piedestal solide, afin que la poutre puisse tourner aisément sur les chevilles comme le fleau d'une balance, & qu'on puisse aisément l'arrêter dans une situation donnée par rapport à l'horizon.

L'instrument étant ainsi préparé & la poutre étant placée dans un plan vertical qui passe par le Soleil, soit le vaisseau CF à demi plein d'eau; & lorsque la poutre est assez inclinée pour que les rayons rompus passant par le trou F tombent sur la planche KL, en donnant un peu de mouvement à la poutre, il sera aisé de faire tomber sur la marque R la couleur que l'on voudra; prenez alors l'inclinaison de la poutre avec l'horizon par le moyen d'un grand quart de cercle, dont le côté ek étant appliqué au côté inférieur de la poutre, donnera l'angle de réfraction ekr de ce rayon & son sinus er ; parce que le fil à plomb kr est perpendiculaire à la surface de l'eau. Prenez dans le même-tems la hauteur du Soleil & son complément AkD à 90 degrés sera l'angle d'incidence & AD son sinus. Ces sinus étant comparés ensemble, après diverses répétitions de l'expérience à différentes hauteurs du Soleil, se trouveront toujours en même raison, lorsqu'un rayon de la même couleur tombera sur la marque R. Si l'on veut faire plusieurs répétitions de cette expérience en peu de tems, & pour des angles d'incidence plus petits que ceux de la plus prochaine distance du Soleil au Zenith, il faut incliner un miroir à l'ouverture du vaisseau, pour faire réfléchir les rayons en bas, partie dans le vaisseau & partie à côté, pour les examiner comme ci-devant au lieu des rayons directs du Soleil (*leçons d'Opt. part. 1. sect. 2.*).

Manière de
placer un prisme
qui rompt
les rayons
également
de tous les
côtés.

2. La manière la plus exacte de toutes pour trouver la vraie quantité de la raison des réfractions est cette autre de *Newton* (*ibid. part. 1. sect. 2.*) On a observé dans l'art. 171. que lorsqu'on tient l'axe d'un prisme perpendiculaire aux rayons du Soleil & que les réfractions se font vers le haut, si l'on tourne le prisme lentement autour de son axe, la lumière rompue ou l'image colorée du Soleil qui tombe sur la muraille, descend d'abord, & ensuite monte pendant la rotation du prisme. Si entre la montée & la descente, lorsque l'image est stationnaire, on fixe le prisme dans cette situation, les réfractions des rayons en entrant & en sortant de part & d'autre du prisme, seront égales.

Car

Car pendant la descente de l'image, il est clair que la somme des deux réfractions décroît continuellement & qu'elle croît de nouveau pendant qu'elle monte; & ainsi il y a deux positions du prisme, avant & après que l'image est stationnaire, dans lesquelles la somme des réfractions à ses côtés est égale & qui fait que l'image retombe au même endroit de la muraille. Dans ces deux positions le rayon DE dans l'une & δ dans l'autre, étant au dedans de l'angle réfringent ABC, est également incliné sur les côtés AB, BC mais dans un sens contraire; c'est-à-dire, que les triangles BDE, B δ sont équiangles; car en les supposant tels & que les rayons entrent des deux côtés le long des lignes DE, δ , les réfractions en sortant de D & de δ seront égales entr'elles, aussi bien qu'en sortant par E & δ par conséquent la somme des deux réfractions inégales en D & E sera égale à la somme de celles en δ & ϵ . De là vient que l'image tombe sur le même endroit de la muraille dans ces deux positions du prisme. Mais à mesure que cette place commune de l'image s'approche plus de la limite de son mouvement contraire, l'expérience fait voir que les deux positions du prisme s'approchent plus de la position intermédiaire qui porte l'image à sa limite. Donc dans le même-tems, les angles aux bases DE, δ , de ces triangles semblables BDE, B δ s'approchent peu-à-peu de l'égalité, & deviennent égaux lorsque l'image est à sa limite; par conséquent les réfractions en D & E sont alors égales. Cela se voit aussi par les rayons STV réfléchis du haut d'un prisme de verre, pourvu que les côtés AB, BC de l'angle réfringent soient égaux, comme ils le sont communément; car alors les rayons incidents ST & SD étant parallèles, le rayon réfléchi TV & le rayon rompu EP sont aussi parallèles dans cette position du prisme, comme on le voit à l'œil par la petite distance, ou plutôt la coïncidence des deux images V & P sur la muraille, qui dans toutes les autres positions du prisme sont fort éloignées. *Newton* a prouvé tout cela mathématiquement. *Leç. Opt. part. 1 sect. 3 prop. 25.*

Fig. 156.

3. Dans cette position du prisme l'angle de réfraction à l'entrée d'un rayon est égale à la moitié de l'angle réfringent ABC. Car soit LDK perpendiculaire à AB & puisque la ligne BQ qui divise également l'angle B du triangle isoscèle DBE est perpendiculaire à sa base DE; dans le triangle rectangle BQD ses deux angles aigus QBD, QDB seront égaux à son angle droit (*Euc. 1. 32.*) ou à l'angle droit BDK, composé de l'angle QDB, & de l'angle QDK. Donc en retranchant l'angle commun QDB, il restera QBD égal à QDK, c'est-à-dire la moitié de l'angle réfringent du prisme égale à l'angle de réfraction.

L'angle de réfraction est alors la moitié de l'angle réfringent du prisme.

Fig. 157.

4. On peut mesurer l'angle réfringent d'un prisme en appliquant deux règles à ses deux côtés qui se croiseront sur une table bien polie & en les inclinant l'une à l'autre jusques à ce que les parties qui s'étendent sur la table se confondent avec les côtés du prisme interposés entr'elles. Car alors les deux lignes menées sur la table le long des deux règles donneront l'angle réfringent que l'on mesurera avec un secteur: comme on voit dans la figure; où les règles sont *ab*, *cd* & le prisme *e*.

Fig. 158.

5. Le prisme étant placé comme-ci-dessus, soient les hauteurs des rayons incident & émergent SD, EP, prises avec un quart de cercle, l'angle d'incidence SDL sera égal à la demi-somme de ces hauteurs, plus la moitié de l'angle réfringent du prisme. Car si ces rayons sont prolongés

Comment on trouve l'angle d'incidence.

Fig. 159.

en arrière, jusques à ce qu'ils se coupent mutuellement en I & qu'ils coupent une ligne horizontale en M & N, les angles M & N seront les hauteurs de ces rayons au dessus de l'horizon; & les deux ensemble seront égaux à l'angle extérieur MIE (*Eucl. 1. 32*) qui est égal aux deux angles intérieurs du triangle IDE; & par conséquent la demi somme des hauteurs est égale à l'un de ces angles égaux IED ou IDE, lequel étant ajouté à l'angle de réfraction EDK trouvé ci-devant, donne l'angle d'incidence IDK ou SDL.

Si le Soleil est plus haut de manière que le rayon émergent EP devienne parallèle à l'horizon, l'angle en N disparoit & si le Soleil est encore plus haut, le rayon émergent tend en embas, & alors l'angle en N devient négatif. Ainsi dans ce dernier cas, la moitié de la différence de ces hauteurs doit être ajoutée à la moitié de l'angle réfringent du prisme, pour avoir l'angle d'incidence.

Exemple 6. *Newton* nous a donné l'exemple suivant de cette méthode. Dans un prisme de verre, dont l'angle réfringent étoit de $62^{\circ} 15'$, la moitié $31^{\circ} 15'$ étoit l'angle de réfraction dans le prisme, dont le sinus est 5188 le rayon étant 10000. Lorsque l'axe du prisme étoit parallèle à l'horizon & que l'image du Soleil sur la muraille étoit dans la limite de regression, il observa avec un quart de cercle l'angle des rayons de réfrangibilité moyenne avec l'horizon; (c'est-à-dire de ceux qui sont au milieu de l'image colorée) & en ajoutant cet angle à la hauteur du Soleil observée dans le même-tems, il trouva l'angle PIM des rayons émergents avec les rayons incidents, qui fut de $44^{\circ} 40'$, dont la moitié $22^{\circ} 20'$ étant ajoutée à l'angle de réfraction $31^{\circ} 15'$, donne l'angle d'incidence $53^{\circ} 35'$ dont le sinus est 8047, & la raison de ces sinus en nombres ronds est celle de 20 à 31. (voyez *Cotes harmonia mensur. p. 7. schol. 3.*)

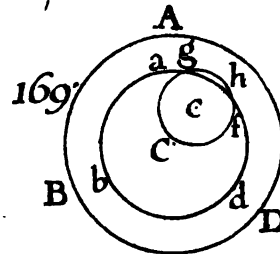
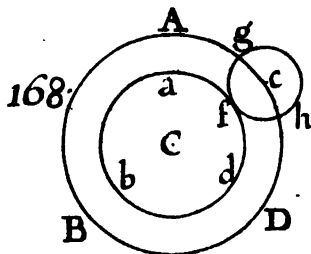
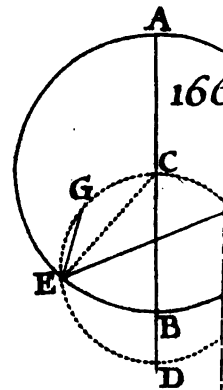
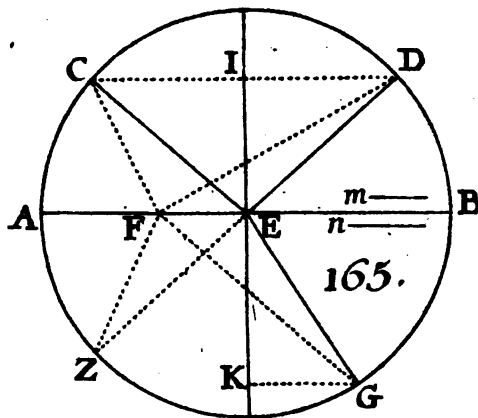
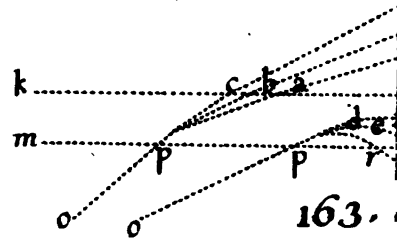
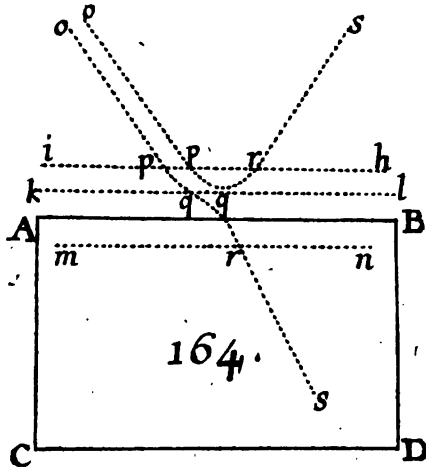
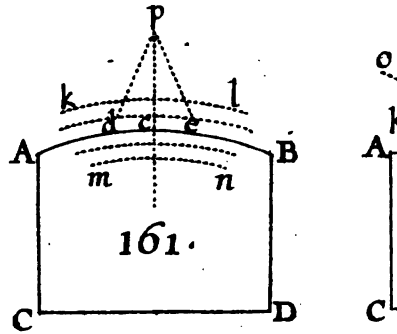
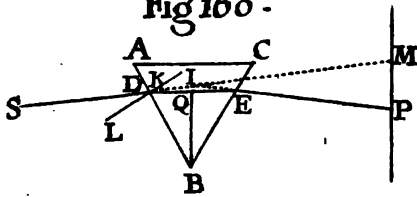
Excellence de cette méthode. 7. On voit l'excellence de cette méthode par les réflexions suivantes. 1°. Elle ne demande point d'autre instrument, qu'un prisme & un quart de cercle. 2°. La réfraction du rayon étant doublée, une erreur dans la pratique n'est que la moitié de ce qu'elle feroit, si la réfraction étoit simple. 3°. Il est fort aisé de placer le prisme dans la position requise & une petite déviation de cette position, n'altère pas le lieu de l'image ou la somme des deux réfractions, comme il est évident par l'expérience, & parce que cette somme est alors la moindre de toutes. Car c'est une chose connue que les variations des quantités produites par le mouvement sont communément insensibles, lorsque les quantités deviennent les plus grandes ou les plus petites de toutes, c'est-à-dire, au moment entre leur accroissement & leur décroissement.

Propriété des réfractons par plusieurs plans parallèles. 8. *Newton* nous apprend ici quelques propriétés des réfractions qui méritent bien d'être connues: si un rayon de lumière passe de l'air dans différents milieux contigus terminés par des plans parallèles, comme dans l'eau & dans le verre, & si de là il rentre dans l'air, le rayon émergent sera toujours parallèle au rayon incident. Car si un morceau de glace d'un carreau d'une égale épaisseur, que l'on monille avec un peu d'eau ou avec quelque autre fluide, est tenu parallèle à l'horizon, afin que l'eau soit partout d'une épaisseur égale, on verra que les rayons du Soleil transmis par ces deux milieux seront parallèles aux rayons non rompus. On n'a pour cela qu'à observer les points où ils tombent sur quelque plan éloigné au-delà du verre.



Planche 20.

Fig 160.



Donc si un rayon passe par plusieurs milieux réfringents terminés par des plans parallèles, il aura la même inclinaison à la surface du dernier milieu que s'il n'avoit souffert qu'une seule réfraction immédiatement du premier milieu au dernier. Par exemple, soient Aa , Bb , Cc des surfaces parallèles d'eau répandue sur le verre & que le rayon DE soit rompu en EF dans l'eau, & ensuite en FG dans le verre, & qu'un autre rayon PQ parallèle à DE tombe immédiatement sur le verre & soit rompu en QR , les rayons rompus FG , QR seront parallèles. Car si ces rayons entrent dans l'air selon les lignes GH , RS ; GH étant parallèles (à DE ou à PQ par l'hypothèse ou) à RS (art. 38); il suit que les réfractions en G & R sont égales (art. 11. 12) & que par conséquent les rayons FG & QR sont parallèles & également inclinés aux rayons incidents DE , PQ ; c'est-à-dire, que la somme des réfractions de l'un en E & F est équivalente à la réfraction simple de l'autre en Q .

Fig. 159.

Ainsi la proportion du sinus d'incidence au sinus de réfraction d'une seule & même espèce de rayons qui sortent d'un milieu pour entrer dans un autre, est composée de la proportion du sinus d'incidence au sinus de réfraction du premier milieu au troisième & de la proportion du sinus d'incidence au sinus de réfraction du troisième milieu au second. (*Newt. Opt. p. 113*) de sorte que par ce théorème on trouve la réfraction en passant d'un milieu dans un autre, toutes les fois qu'on a les réfractions de tous les deux dans un troisième milieu.

Car soient IK , LM , NO des perpendiculaires aux surfaces par les points de réfraction E , F , G . Le sinus de l'angle EFL ou FEK est au sinus de DEI , comme 3 à 4 & le sinus du même angle DEI ou HGO est au sinus de FGN ou GFM comme 31 à 20; & en composant ces proportions, le sinus de EFL est au sinus de GFM comme 3×31 est à 4×20 , comme 93 à 80; ce qui mesure la réfraction en passant de l'eau dans le verre.

9. Si l'on fait un vaisseau prismatique de bois, avec deux trous opposés dans les côtés qui forment l'angle réfringent pour y faire passer la lumière & si l'on y cimente des morceaux de miroir non étamés en dehors de ces trous, (il est bon que cet angle réfringent soit exactement droit, étant plus aisé de le vérifier avec une équerre) & si l'on remplit d'eau ce vaisseau par un trou fait au-dessus dans le 3^e côté, ou de quelque autre fluide dont on veut connoître la puissance réfractive, fermant ensuite le trou avec du liège; on pourra répéter avec ce prisme la même expérience qu'on a fait ci-devant avec le prisme de verre, & l'on aura la réfraction de l'eau. Car les rayons incidents & émergents dans l'air seront inclinés aux rayons intermédiaires en dedans de l'eau par les mêmes angles qu'ils l'auroient été, si l'eau avoit été contigue à l'air, par la remarque précédente. *Newton* par cette méthode exacte, trouve que la raison des réfractions des rayons rouges en passant de l'air dans l'eau est de 4 à 3.

Manière la plus exacte de déterminer la réfraction des fluides.

10. Pendant que les rayons passent par le prisme au lieu P sur la muraille opposée, si l'on suppose que l'eau en soit toute tirée, l'image qui étoit en P descendra tout-à-coup en M où arriveroit la ligne droite SD prolongée sur la muraille: parce que les réfractions aux surfaces extérieures & intérieures des verres se corrigent mutuellement (remarque 8). De même en supposant le prisme plein d'air condensé & que cet air ait une plus grande puissance réfractive que l'air extérieur, le même phénomène arrivera à pro-

Détermination par expérience de la réfraction de l'air.

Fig. 157.

Dd ij

Fig. 160.

portion de cette puissance, excepté que l'image P dans ce cas, ne descendrait pas tout-à-coup, mais par degrés, à mesure que l'air du dedans deviendrait moins dense, en s'échappant peu-à-peu. Par conséquent, si l'on suppose que l'air restant soit tout tiré du prisme, les réfractions se feront alors vers l'embas & pendant que l'air rentrera dans le prisme, l'image paroîtra monter par degrés. Si pendant ces expériences on suppose que les rayons aillent en arrière à l'œil d'un spectateur placé en S, il verra au commencement le lieu P sur la muraille, & pendant que l'air condensé s'échappe du prisme dans le premier cas, ou que l'air extérieur y rentre dans le second, il verra tous les points de la ligne PM qui paroîtront successivement dans la même direction SD : & enfin si l'on suppose que la muraille PM soit fort éloignée & que les rayons DS passent à son œil par un télescope fixe, il verra les mêmes apparences plus clairement & plus distinctement, surtout s'il place des fils en croix au foyer du télescope, pour viser par leur moyen à l'objet.

Mr. *Lovvthorp* est le premier qui ait fait une expérience de cette espèce (*Transf. philos. n.º. 257.*). Il fit son vuide entre deux verres plans par le moyen de l'argent vif, & il trouva que la raison du sinus d'incidence au sinus de réfraction, en sortant de l'air dans le vuide, étoit celle de 100000 à 100036 & l'Académie Royale des Sciences de *Paris* ayant ensuite fait la même tentative sans succès (*Hist. de 1700*), elle fut répétée à *Londres* par ordre de notre Société Royale. Les préparatifs en furent faits sous la direction du Dr. *Halley* : ils consistoient en un prisme de cuivre très-fort, dont les deux côtés avoient des rainures pour y recevoir des verres plans, & le troisième avoit un tuyau & un robinet par où l'on pouvoit tirer l'air du prisme ou le condenser; le prisme avoit aussi une jauge de mercure pour faire connoître la densité de l'air qui y étoit renfermé & on l'avoit fait de manière à pouvoir tourner sur son axe, afin de rendre les réfractions égales des deux côtés, lorsqu'il étoit arrêté au bout du télescope. L'angle réfringent étoit presque de 64 degrés & la longueur du télescope d'environ 10 pieds, avec un fil délié à son foyer.

Mr *Hauksbée* rapporte le résultat des expériences en ces termes (*Phil. mech. exper. p. 225. 8º.*) « Ayant choisi un objet droit convenable & fort » distinct, qui étoit éloigné de 2588. pieds (le 15 juin 1708, V. S. le matin, » le baromètre étant alors à 29. 7 $\frac{1}{2}$ & le thermomètre à 60) nous commen- » çâmes par pomper l'air du prisme ; & ensuite l'appliquant au télescope, » le fil horizontal dans le foyer couvroit une marque sur notre objet que l'on » voyoit distinctement au travers du vuide, les deux verres étant également » inclinés aux rayons visuels. Ensuite laissant entrer l'air dans le prisme, nous » vîmes l'objet s'élever peu-à-peu au-dessus du fil, à mesure que l'air entroit, » & à la fin, nous trouvâmes que le fil cachoit une marque à 10 $\frac{1}{2}$ pouces au » dessous de la première ligne. Cette expérience a réussi toutes les fois » qu'on l'a répétée.

» Cela fait, nous nous mîmes à condenser l'air du prisme par le moyen » de la machine des condensations, & y ayant insinué une autre atmosphère, » de manière que la densité de l'air enfermé étoit, par la jauge de mercure, » double de celle de l'air extérieur, nous le plaçâmes de nouveau devant » le télescope, & ensuite faisant sortir l'air par le robinet, l'objet qui paroissoit » auparavant monter, nous parut alors descendre par degrés & à la fin » le fil s'arrêta sur un objet plus haut qu'auparavant, du même inter-

» valle de 10 ½ pouces , & cette expérience souvent répétée ne man-
 » qua jamais.

» Nous insinuâmes encore dans le prisme une autre atmosphère & en
 » déchargeant l'air condensé , nous vîmes l'objet environ 21 pouces plus
 » bas que le fil ; mais dans cette expérience , la grande pression forçant
 » le ciment , ne nous permit pas de la répéter aussi souvent que la précédente.

» Or le rayon étant 2588 pieds , l'intervalle 10 ½ pouces est compris par un
 » angle PIM de 68". dont la moitié donne 34" pour l'angle QDI ; lequel
 » étant soustrait de l'angle QDK ou QBD de 32°. donne l'angle KDI
 » de 31°. 59'. 26". & ainsi le sinus d'incidence dans le vuide est au sinus
 » de réfraction dans l'air que nous respirons , comme 10000000 est à
 » 999736. » Telle est la relation de Mr. *Hauksbée*.

Fig. 160.

11. Il paroît par ces expériences que les cordes des angles de déviation
 PIM & par conséquent les angles eux-mêmes (art. 59.) produits par la
 puissance réfractive de l'air , sont proportionnels aux densités de l'air , &
 puisque la densité de l'atmosphère , est en raison directe de son poids &
 inverse de sa chaleur , on aura la raison de sa densité dans tous les tems
 donnés par les hauteurs du baromètre , & par celles du thermomètre de Mr.
Hauksbée dont il donne la description p. 220 du même Ouvrage ; d'où il
 conclut que ce sera aussi la raison des réfractions de l'air , c'est-à-dire ,
 des angles de déviation dans les tems donnés. Mais avant que de pouvoir
 compter sur l'exactitude de cette conclusion ; je crois qu'on doit examiner
 si la chaleur & le froid seuls ne peuvent pas altérer la puissance réfrac-
 tive de l'air , pendant que sa densité continue d'être la même. On peut
 faire cette expérience en échauffant l'air condensé ou raréfié contenu dans
 le prisme un peu avant que de l'arrêter au télescope , & en observant si
 le fil qui est à son foyer continue de couvrir la même marque pendant
 tout le tems que l'air employé à se refroidir.

Si la chaleur
 seule ne peut
 pas altérer la
 puissance ré-
 fractive de
 l'air.

12. On peut voir dans l'Optique de *Newton* p. 247. la table des sinus
 d'incidence & de réfraction au travers d'une grande variété de corps so-
 lides & fluides , par où il a calculé une autre table des forces qu'ont ces
 corps pour rompre & réfléchir la lumière ; & il trouve qu'elles sont à fort
 peu-près proportionnelles aux densités des mêmes corps ; excepté que les
 corps onctueux & sulphureux rompent la lumière plus que les autres de
 même densité. Mr. *Hauksbée* a aussi donné (dans le même livre p. 252) une
 autre table de la raison des réfractions de plusieurs autres liqueurs , & sur-
 tout des liqueurs chymiques ; & lorsqu'il dit que les corps ne rompent
 pas la lumière à proportion de leurs gravités spécifiques ou de leurs densi-
 tés , il veut dire seulement que lorsque les sinus d'incidence sur différents
 corps sont les mêmes , la raison des sinus de réfraction n'est pas la même
 que la raison inverse de leurs gravités spécifiques ; ce qui est très-vrai &
 n'est nullement contraire à la règle de *Newton* pour la raison de leurs
 forces. Je trouve par cette règle , & par les expériences précédentes que
 la force réfractive de l'air est comme sa densité , si son degré de chaleur
 est donné.

Table des
 réfractions.

CHAPITRE VII.

Sur la cause de la réfraction , réflexion , inflexion & émission de la lumière.

La réflexion
ne vient pas
de ce que la lu-
mière frappe
le milieu.
Newt. Opt.
p. 237.

183. **O**N verra par les réflexions suivantes , que la cause de la réflexion n'est pas le choc de la lumière par les parties solides des corps qu'elle ne peut pas pénétrer. 1°. Lorsque la lumière passe du verre dans l'air , il y a une réflexion aussi forte que lorsqu'elle passe de l'air dans le verre , ou plutôt un peu plus forte & de plusieurs degrés plus forte que dans son passage du verre dans l'eau. Or il ne paroît pas probable que l'air ait plus de parties réfléchissantes que l'eau ou le verre. Mais quand même on pourroit le supposer , on n'en seroit pas plus avancé ; car la réflexion est aussi forte ou même plus forte , lorsqu'on a séparé l'air du verre par la machine pneumatique , que lorsqu'il lui est contigu. 2°. Si la lumière dans son passage du verre dans l'air est incidente plus obliquement que de 40 à 41 degrés , elle est totalement réfléchie ; si elle est incidente moins obliquement , elle est transmise en grande quantité. (*Exper. 4. art. 173*). Or on ne sçauroit imaginer que la lumière dans un degré d'obliquité dût rencontrer assez de pores dans l'air pour s'y transmettre en grande partie , & que dans un autre degré d'obliquité , elle ne rencontre que des parties propres à la réfléchir totalement : sur-tout si l'on fait réflexion que dans son passage de l'air dans le verre , quelque oblique que soit son incidence , elle trouve assez de pores dans le verre pour se transmettre en grande partie. Si l'on suppose qu'elle n'est pas réfléchie par l'air , mais par les parties de la surface extérieure du verre , on trouvera toujours la même difficulté : outre que cette supposition est inintelligible & qu'on la trouve fautive lorsqu'on applique de l'eau derrière une partie du verre à la place de l'air. Car par ce moyen , dans une obliquité convenable des rayons , par exemple de 45 à 46 degrés , dans laquelle ils sont tous réfléchis , lorsque l'air

est adjacent au verre, ils sont au contraire pour la plupart transmis, lorsque c'est l'eau qui est adjacente. Ce qui fait voir que leur réflexion & leur transmission dépendent de la position de l'air & de l'eau derrière le verre & non du choc des rayons contre les parties du verre. 3°. Si les couleurs produites par un prisme, placé à l'entrée d'un rayon de lumière dans une chambre obscure, sont successivement portées sur un second prisme placé à une grande distance du premier, de manière qu'elles soient également incidentes sur le second (comme elles le seront, si elles sont transmises par les trous des deux planches dont on se sert dans la 3°. expérience) le second prisme pourra être tellement incliné aux rayons incidents, que ceux qui sont de couleur bleue en seront tous réfléchis, & que cependant ceux de couleur rouge seront transmis très-abondamment. Or si la réflexion est produite par les parties de l'air ou du verre, je voudrois sçavoir d'où vient qu'à la même obliquité d'incidence, le bleu choque toutes ces parties, de manière à en être totalement réfléchi, & que cependant le rouge trouve assez de pores pour être transmis en grande abondance. Enfin si les rayons de lumière étoient réfléchis par leur choc contre les parties solides des corps, leurs réflexions sur les corps polis ne pourroient pas être aussi régulières qu'elles le sont. Car en polissant le verre avec du sable, de la potée ou du tripoli, il n'est pas possible que ces matières puissent en gratant & frottant le verre, donner un poli exact à toutes ses moindres parties, en sorte que toutes leurs surfaces soient exactement planes ou parfaitement sphériques. Cette manière de polir avec des poudres ne peut que donner un grain plus fin au verre, en sorte que les inégalités de la surface deviennent trop petites pour être visibles. Par conséquent si la lumière étoit réfléchie par son choc sur les parties solides, elle seroit autant dispersée par les glaces les plus polies, que par les plus grossières. De sorte que le problème subsiste, comment un verre poli par des matières qui l'écorchent, & le sillonnent, peut réfléchir la lumière aussi régulièrement qu'il le fait ?

184. Et ce problème ne peut gueres se résoudre autrement qu'en disant que la réflexion d'un rayon se fait non pas par un seul point du corps réfléchissant, mais par quelque puissance

Mais d'une
puissance ac-
tive répandue
sur toute sa
surface.

de ce corps qui est répandue uniformément sur toute la surface, & par laquelle il agit sur un rayon sans le toucher immédiatement. Car on verra par les expériences suivantes, que les parties des corps agissent sur la lumière à quelque distance.

13^e. Exper.

Cette puissance agit sur la lumière à quelque distance en l'at-
trayant & la repoussant.

Newt. Opt.
p. 300.

185. Le Soleil brillant dans ma chambre par un trou large d'un quart de pouce, je plaçai à deux ou trois pieds loin du trou, une feuille de carton, qui étoit toute noircie des deux côtés, & qui avoit au milieu un trou d'environ trois quarts d'un pouce en quarré, pour y faire passer la lumière. Derrière le trou j'attachai au carton avec de la poix, la lame d'un couteau aigu, pour intercepter une partie de la lumière qui passoit par le trou. Les plans du carton & du couteau étoient parallèles entr'eux & perpendiculaires aux rayons. Et lorsqu'ils furent tellement placés qu'aucune lumière du Soleil ne tomboit sur le carton, mais qu'elle passoit toute par le trou vers le couteau, & que là, une partie tomboit sur la lame du couteau, & l'autre passoit par son tranchant; je fis tomber cette partie de la lumière qui passoit par ce tranchant, sur un papier blanc à deux ou trois pieds au-delà du couteau, & là, je vis deux courants de lumière foible, qui s'écartoient de part & d'autre du rayon de lumière vers l'ombre, comme les queues des comètes. Mais parce que la lumière directe du Soleil, par son éclat sur le papier, obscurcissoit ces courants languissants, de manière que j'avois peine à les voir, je fis un petit trou dans le milieu du papier pour y faire passer cette lumière, & alors je vis clairement les deux courants. Ils étoient semblables l'un à l'autre, & à fort peu près égaux en longueur, en largeur & en quantité de lumière. La lumière à l'extrémité la plus proche de la lumière directe du Soleil, étoit très-forte dans l'espace d'environ un quart de pouce ou d'un demi-pouce, & dans le reste, depuis cette lumière directe, elle décroissoit par degrés jusqu'à devenir insensible. Toute la longueur de chacun de ces deux traits de lumière, mesurée sur le papier, à trois pieds de distance du couteau, étoit d'environ six ou huit pouces, de sorte qu'elle comprenoit un angle au tranchant du couteau de 10 ou 12, ou tout au plus de 14 degrés.

14^e. Exper.

Je plaçai un autre couteau auprès de celui-ci, en sorte que leurs

Leurs tranchants fussent parallèles & se regardassent mutuellement, & de manière que le rayon de lumière tombant sur les deux couteaux, une partie pût passer entre les deux tranchants. Lorsque la distance des deux tranchants étoit environ la 400^e. partie d'un pouce, le rayon se partageoit par le milieu & laissoit une ombre entre les deux parties. Cette ombre étoit si noire & si obscure, que toute la lumière qui passoit entre les deux couteaux paroissoit être courbée & se détourner d'un côté & d'autre. A mesure que les couteaux s'approchoient davantage l'un de l'autre, l'ombre devenoit plus large, & les rayons plus retrécis dans leurs extrémités intérieures auprès de l'ombre, jusqu'à ce que les couteaux venant à se toucher, toute la lumière disparoissoit & l'ombre prenoit sa place. Delà j'ai conclu que la lumière qui est la moins pliée, & qui va aux extrémités intérieures des rayons, passe à la plus grande distance du tranchant des couteaux, & cette distance, lorsque l'ombre commence à paroître entre les rayons, est d'environ la 800^e. partie d'un pouce. La lumière qui passe à des distances toujours moindres des tranchants des couteaux, est toujours plus courbée, & elle s'étend aux parties des rayons qui sont toujours plus éloignées de la lumière directe. Parce que lorsque les couteaux s'approchent l'un de l'autre jusqu'à se toucher, les parties de ces rayons les plus éloignées de la lumière directe, sont celles qui disparoissent les dernières.

Notre Auteur a fait voir par ces expériences & par quelques autres, que les corps agissent sur la lumière en quelques circonstances par une puissance attractive, & en d'autres par une puissance répulsive. Car il trouva que les ombres des cheveux, des fils, des épingles, des pailles & d'autres corps semblables déliés, placés dans un rayon délié de lumière qui entroit dans une chambre obscure, étoient beaucoup plus larges qu'elles n'auroient dû l'être, si ces rayons de lumière avoient passé sur ces corps en lignes droites. Et en particulier il trouva que l'ombre d'un cheveu de la tête d'un homme, à la distance de 10 pieds du cheveu, étoit 35 fois plus large que le cheveu même (*Newt. Opt. p. 293*), & il déclare son sentiment sur ces puissances attractives & répulsives fort clairement en ces termes, (*ibid. p. 370*). Puisque les métaux

dissous dans les acides, n'attirent qu'une petite quantité de l'acide, leur force attractive ne peut s'étendre qu'à une petite distance de ces corps. Et comme dans l'algèbre lorsque les quantités positives disparaissent, les quantités négatives commencent; ainsi dans la mécanique, lorsque l'attraction cesse, la vertu répulsive doit lui succéder. Et il suit des réflexions & des inflexions des rayons de lumière qu'il doit y avoir une vertu semblable. Car les rayons sont repoussés par les corps dans ces deux cas sans le contact immédiat du corps qui produit les réflexions ou les inflexions. (Expér. 13 & 14). Cela paroît aussi par l'émission de la lumière: aussitôt que le rayon est parti d'un corps lumineux, par le mouvement de vibration des parties de ce corps, & qu'il a passé au-delà de la sphère d'attraction, il est repoussé avec une vitesse excessive. Car la force qui suffit pour le faire retourner par la réflexion, suffit aussi pour le chasser. Cela paroît aussi être une suite de la production de l'air & des vapeurs: car dès que les particules chassées des corps par la chaleur ou par la fermentation sont hors de la sphère d'attraction de ces corps, elles s'en écartent, & elles se séparent les unes des autres avec une grande force, & elles se tiennent à cette distance, de manière que quelquefois elles occupent un million de fois plus d'espace qu'elles n'en occupoient, lorsqu'elles formoient un corps dense. Or cette vaste contraction & expansion paroît intelligible, si l'on suppose les parties de l'air élastiques & rameuses, ou qu'elles sont roulées comme des branches d'osier très-flexibles, ou si l'on prétend l'expliquer autrement que par la puissance répulsive. Il semble que c'est à cette force que l'on doit attribuer le mouvement qui fait marcher les mouches sur l'eau, sans se mouiller les pieds, & que les objectifs des longs télescopes se posent l'un sur l'autre sans se toucher. C'est aussi pour cela que deux marbres polis qui sont liés ensemble, lorsqu'ils se touchent immédiatement, ne peuvent que difficilement se toucher de cette manière.

Elle est infiniment plus forte que la force de la gravité.

186. On verra par la preuve suivante, que cette puissance est infiniment plus grande que celle de la gravité. *Newton* a démontré que tous les corps s'attirent mutuellement par la force de la gravité, & que les forces attractives de deux sphères

homogènes sur les particules de matière placées fort proches de leurs surfaces, sont entr'elles en même proportion que les diamètres des sphères (*Princip. Lib. 1, Prop. 74, Coroll. 2 & lib. 3, Prop. 8*), c'est-à-dire, que si un milieu réfringent est sphérique & de même densité que la terre, la force d'attraction de la terre auprès de sa surface, surpassera la force du milieu auprès de sa surface autant que le diamètre de la terre surpasse le diamètre du milieu, ou presque infiniment, selon notre manière de concevoir. Cependant nous observons qu'un boulet qui ne fait que de fortir de la bouche du canon, s'écarte à peine sensiblement vers la terre par son attraction; & la moindre particule du boulet, si elle étoit séparée des autres, ne s'écarteroit pas plus que tout le boulet; parce que la gravité fait descendre tous les corps de toute espèce & de toute grandeur avec la même vitesse, en les affectant tous également, soit qu'ils soient joints ou séparés. Donc une particule de lumière qui se meut, pour ainsi dire, infiniment plus vite qu'un boulet de canon, comme on verra dans l'art. 1119, seroit infiniment moins courbée que la particule du boulet par l'attraction de toute la terre, & elle le seroit encore infiniment moins par l'attraction du milieu sphérique, qui comme on l'a fait voir, seroit infiniment plus foible que celle de la terre. Cependant elle est très-sensiblement courbée ou rompue. Elle doit donc être affectée par quelque puissance du milieu, qui auprès de sa surface, est infiniment plus forte que celle de la gravité.

187. Il est difficile de déterminer la loi exacte de cette puissance réfractive, ou les degrés de sa force à distances données de la surface réfringente. Néanmoins, puisque nous trouvons que les effets de la gravité, qui décroissent comme les quarrés des distances au centre croissent, sont très-sensibles à de grandes distances, nous pouvons conclure que la puissance réfractive d'un milieu que nous trouvons à sa surface infiniment plus forte que la gravité, & qui cependant disparoît à une très-petite distance de cette surface (art. 185), décroît beaucoup plus vite, ou dans une plus grande proportion que la gravité.

Et décroît
beaucoup plus
vite.

188. Nous pouvons donc conclure raisonnablement que les

Cette seule
puissance brise
& réfléchit la
lumière.

Nouv. Opt.
p. 294.

corps réfléchissent & rompent la lumière par une seule & même puissance qu'ils exercent différemment en différentes circonstances. Car lorsque la lumière passe du verre dans l'air, aussi obliquement qu'il est possible, si son incidence devient encore plus oblique, elle se réfléchit totalement (art. 173); parce que le verre ayant rompu la lumière aussi obliquement qu'il est possible, si l'incidence est ensuite encore plus oblique, la puissance du verre devient trop forte pour laisser traverser aucun de ses rayons, & par conséquent elle les réfléchit tous. Et c'est aussi pour cette raison que les surfaces des corps transparents qui ont la plus grande puissance réfractive, réfléchissent aussi une plus grande quantité de lumière, comme on le fera voir dans le chapitre suivant.

Ses forces
en différents
corps sont
comme leurs
densités à fort
peu près.
Nouv. Opt.
p. 245.

189. Des différentes raisons des sinus d'incidence & de réfraction dans une grande quantité de différents corps, notre Auteur a aussi conclu que les forces des corps pour réfléchir & rompre la lumière, sont à fort peu près proportionnelles à leurs densités, excepté les corps onctueux & sulphureux qui ont plus de réfraction que les autres de même densité. Par où, dit-il, il paroît, qu'il convient d'attribuer la force réfractive de tous les corps principalement, pour ne pas dire totalement, aux particules sulphureuses & huileuses qu'ils ont en abondance; car il est probable que tous les corps ont plus ou moins de soufre. Et comme la lumière réunie par un miroir brulant, agit avec plus de force sur les corps sulphureux, pour les changer en feu & en flâme; ainsi puisque toute action est mutuelle, les soufres doivent agir avec plus de force sur la lumière. Car on verra par la réflexion suivante que l'action entre la lumière & les corps est mutuelle; c'est que les corps les plus denses qui rompent & réfléchissent la lumière avec plus de force, s'échauffent davantage au Soleil en été, par l'action de la lumière rompue ou réfléchie. Si l'on conçoit dans les corps certaines densités exactement proportionnelles à leurs puissances réfractives, on peut les appeler densités réfractives des corps.

Densités ré-
fractives.

Cette force
agit par des
lignes perpen-
diculaires à la
surface réfrin-
gente.

190. La direction de la force réfractive d'un milieu, qui agit sur les particules de la lumière, est par-tout perpendiculaire à la surface réfringente. Car soit, que cette force soit

une attraction réelle ou une impulsion sur la lumière, occasionnée par le ressort ou la force élastique d'un fluide subtil qui pénètre le milieu, & qui étant par degrés plus dense en dehors qu'en dedans, pousse la lumière vers le milieu par la plus grande élasticité en dehors qu'en dedans, (*Newt. Opt. p. 323, &c.*) quelle que soit cette force, si le milieu est uniforme dans toutes ses parties, son action immédiate sur la lumière même ou sur le fluide subtil qui agit sur elle, sera également forte dans chaque point d'un plan parallèle à la surface réfringente; quoique son action soit différente dans le plan parallèle suivant, & encore plus dans celui qui suit, & ainsi des autres, à mesure que cette puissance s'étend de part & d'autre de la surface du milieu. L'étendue de cette puissance sera donc terminée par deux plans parallèles l'un à l'autre, & à la surface réfringente, & l'on pourra appeler espace d'activité, l'espace compris entr'eux, soit que cette puissance attire ou repousse. Ce qui étant supposé, je dis que la force du milieu agira sur la lumière, soit en l'attirant ou en la repoussant, par des lignes perpendiculaires à sa surface. Car soit p une particule de lumière, qui agit par une force uniforme dans la ligne de parallèle à la surface réfringente AB ; soit pc une ligne perpendiculaire à ces parallèles, qui coupe de en c ; il est évident que l'action de cette force en c fera mouvoir la particule p dans la ligne pc , & si l'on prend deux autres points quelconques d, e , à égales distances de part & d'autre de c , les forces en d & e étant égales & agissant à distances égales pd, pe , également inclinées à pc , ne sçauroient mouvoir p dans aucune autre direction que dans celle de pc ; & ce que l'on dit des puissances égales dans la ligne de , doit s'appliquer aux puissances dans chaque ligne parallèle à AB , c'est-à-dire, à toute la puissance du milieu réfringent.

Espace d'activité.

Fig. 161.

191. Maintenant lorsqu'un rayon de lumière tombe perpendiculairement sur l'espace d'activité, ses parties sont accélérées ou retardées dans la même direction perpendiculaire, selon que la puissance du milieu agit dans la direction ou contre la direction de leur mouvement; & lorsque ces particules traversent cet espace, elles doivent avoir une vitesse uniforme.

Manière dont elle agit pour produire les réfractions & les réflexions.

Fig. 162.

Mais si un rayon op ou sr tombe obliquement sur l'espace d'activité $klmn$, la force du milieu agissant alors de côté ou obliquement sur les particules, pliera leur route selon la courbe pqr , durant leur passage par cet espace. Car comme la lumière a cette propriété commune avec tous les autres corps, de se mouvoir en avant, en ligne droite, tant que son mouvement n'est détourné par aucune force oblique; ainsi lorsqu'il est détourné, nous pouvons conclure raisonnablement, qu'il suivra les autres loix de mouvement que suivent tous les autres corps. La force du milieu agissant par côté sur sa route oblique, la détournera continuellement d'une direction vers une autre. Mais lorsqu'elle aura traversé l'espace d'activité, elle ira alors en avant, en ligne droite; car étant attirée ou poussée de tous les côtés également, ou ne l'étant point du tout, si elle se meut dans une espace vuide, elle aura la même liberté de mouvement dans l'un & l'autre cas; tout comme un animal environné d'air, quoique pressé violemment de tous les côtés, n'en reçoit aucune impression, mais se meut avec une égale facilité dans toutes les directions. Ainsi l'on voit que la réfraction de la lumière doit se faire de la même manière que si une pierre étoit lancée dans la direction op , & que sa route fut pliée en ligne courbe pqr par sa pesanteur, ou qu'étant repoussée du côté opposé dans la direction sr , elle prit la courbure rqp en montant, & supposé que l'attraction de la terre ne s'étendit pas au-delà de la ligne kl , la pierre partiroit de là selon la ligne droite po . Or la pesanteur de la pierre pourroit être si grande, ou la force de la projection si foible, ou la direction du mouvement si oblique à la ligne horizontale kl , qu'elle ne sçauroit monter jusqu'à cette ligne. En ce cas, la pierre descendroit du point le plus haut de sa route par les mêmes degrés de courbure qu'elle auroit eu en montant, & si sa pesanteur venoit à cesser dans tous les points au-dessous de la ligne mn , la pierre suivroit la direction prolongée de la dernière particule de la courbe. C'est là le même cas que celui des réflexions par la surface la plus éloignée des milieux denses, lorsque le rayon incident est tellement incliné à cette surface, qu'il est repoussé en arrière dans le même milieu. Jusqu'ici j'ai supposé

que le milieu réfringent étoit contigu à l'espace vuide ; mais la manière dont se fait la réfraction & la réflexion est la même dans la surface commune à deux milieux quelconques. Car comme les forces séparées des milieux agissent selon les mêmes lignes , perpendiculaires à leur surface commune (art. 190), & dans des directions contraires ; la lumière sera affectée par la différence de ces forces de la même manière qu'auparavant. Et si les milieux ont des forces égales , elles se balanceront mutuellement sans produire aucune réflexion ou réfraction. On a déjà remarqué que la largeur perpendiculaire de l'espace d'activité est excessivement petite , & par conséquent dans les expériences physiques , on peut toujours regarder la courbure du rayon , comme formée dans un point physique.

192. Suivant cette théorie , pour produire toute la variété des couleurs & tous les degrés de réfrangibilité , il faut seulement que les rayons de lumière soient des corps de différentes grandeurs ; les moindres pourront produire le violet , qui est la couleur la plus foible & la plus obscure , puisqu'ils peuvent avec plus de facilité être détournés de leur route rectiligne par les surfaces réfringentes ; & les autres étant toujours plus gros , peuvent produire des couleurs plus fortes & plus brillantes , le bleu , le verd , le jaune & le rouge ; parce qu'il est toujours plus difficile de les détourner de la ligne droite. Car les particules de différentes grandeurs , qui tombent dans l'espace d'activité $k l m n$ par la ligne $o p$, ayant différentes forces , peuvent décrire différentes courbes , comme $p a$, $p b$, $p c$, & par conséquent sortir de cet espace sous différents angles.

Et en produisant la différente réfrangibilité des rayons.
Nevv. Opt.
p. 347.

Fig. 162.

193. Ainsi les particules hétérogènes peuvent être divergentes les unes des autres par réfraction , sans l'être par réflexion. Car si la ligne de leur incidence $o p$ est tellement oblique à l'espace d'attraction $k l m n$, que toutes les particules soient repoussées en arrière dans le même milieu , elles reviendront en lignes parallèles $r s$, $t u$, $x y$, &c. inclinées à cet espace sous le même angle que celui de leur incidence $o p$. Précisément comme différents boulets de différentes grandeurs , chassés du canon $o p$ sous une position fixe par différentes forces , décrivent différentes courbes comme $p d r$, $p e t$, $p f x$ &c. & cependant en revenant à terre , ils la frappent

Et en rendant les angles de réflexion égaux dans toutes les espèces de rayons.

Fig. 163.

sous des angles égaux en r , t , x &c. chacun de ces angles étant égal à l'angle d'élévation p . Or comme l'espace d'attraction est excessivement mince, les lignes parallèles, rs , tu , &c. seront si unies ensemble, que l'œil ne pourra pas s'apercevoir que les différentes particules de lumière soient le moins du monde séparées, & par conséquent la lumière réfléchie & incidente, paroîtra de la même couleur. Et lorsque la lumière incidente est composée de différents rayons, quoique les particules dans chaque rayon soient un peu séparées après la réflexion, & s'avancent en différentes lignes, cependant toutes ces lignes différentes se mêlent ensemble, ce qui fait paroître blanche la lumière réfléchie, ou de même couleur que la lumière incidente.

Et en produisant les réflexions des corps opaques & de la première surface des corps transparents.

Fig. 164.

194. Ce que nous avons cité de *Newton* dans l'art. 185, nous fait connoître que son idée sur la cause & la manière dont se fait la réflexion sur les corps opaques & sur la première surface des corps transparents, est celle-ci. Si la puissance attractive du milieu dense $ABCD$ se termine à la ligne kl , où commence sa puissance répulsive, laquelle se termine à la ligne parallèle hi ; & qu'un rayon op tombe de l'air dans l'espace de répulsion $hikl$, il sera continuellement détourné de sa direction dans une autre, par l'opposition de la force répulsive, & ainsi il décrira une courbe pqr , jusqu'à ce qu'il sorte de cet espace par le même angle en r sous lequel il s'y étoit plongé en p , & alors il continuera, selon la ligne droite rs . Telle sera la route de ce rayon, si la force progressive est foible, ou si la force répulsive est assez grande pour l'empêcher d'entrer dans l'espace d'attraction $klmn$. Car s'il entre dans cet espace, au lieu d'être réfléchi, il sera rompu vers le milieu dense. Et dans la réalité, une partie de la lumière incidente, est toujours réfléchie & l'autre rompue sur toutes les surfaces transparentes; & notre Auteur en a aussi examiné la cause (*Opt. p. 253*). Delà il suit, ce semble, que la force répulsive d'un milieu dense est moins étendue, ou même plus foible que l'attractive. Car si la courbure d'un rayon par la force répulsive, n'étoit pas moindre que la courbure contraire par la force attractive, la réfraction dans un milieu dense ne pourroit jamais se faire vers la perpendiculaire, comme elle

elle se fait toujours. On peut aussi observer qu'un rayon rompu, dans son passage par la surface d'un milieu transparent, se courbe en arrière & en avant par un mouvement semblable à celui d'une anguille ; & notre Auteur remarque une même espèce de mouvement dans le passage d'un rayon par le tranchant ou le côté des corps. Il suit aussi de là que la puissance répulsive ne s'étend pas à une distance sensible du milieu ; car si cela étoit, on la découvreroit par une courbure sensible du rayon dans cette étendue : ce qui est contraire à l'expérience.

195. Ainsi, dit notre Auteur, la nature s'accorde toujours avec elle même, en produisant tous les grands mouvements des corps célestes par l'attraction de la pesanteur, qui se trouve dans ces corps, & presque tous les petits mouvements de leurs particules par d'autres forces attractives & répulsives, qui se trouvent dans ces particules. (*Newt. Opt. p. 372*). Comme les corps en repos ou en mouvement, ne peuvent pas changer leur état de repos ou la direction de leur mouvement ; il s'ensuit que les corps qui se meuvent dans des courbes, comme font les planètes, sont continuellement tirés ou poussés de leur direction dans une autre, par quelque puissance qui agit constamment sur eux ; précisément comme les corps jetés dans l'air sont portés dans des lignes courbes par la force de la gravité. Sans supposer aucun autre principe, notre Auteur a fait voir par les raisonnements les plus convaincants quels sont les effets que cette force doit produire parmi les comètes, les planètes & leurs satellites, lorsque ces corps ont été mis une fois en mouvement ; quelles doivent être les figures & les positions de leurs orbites ; avec quelle vitesse ils doivent se mouvoir en différents points ; quelle est la proportion qui doit se trouver entre leurs tems périodiques, autour d'un point central, eu égard à leurs distances à ce point ; quels dérangements elles doivent produire dans leurs mouvements les uns sur les autres, dans le flux & reflux de la mer, & autres effets semblables. En un mot, il a expliqué exactement toutes les particularités d'un système planétaire. Ensuite comparant ce système avec les faits & les observations qui ont été faites sur les mouvements réels, les périodes & les distances des

Caractère
distinctif de
la philosophie
de *Newton*.

planètes & des comètes, il a fait voir un accord si exact du système & des observations, non pas en gros, mais en détail, dans mille circonstances particulières, que les différences qui en ont résulté d'abord, se sont toujours trouvées beaucoup moindres à mesure que les observations sont devenues plus exactes. Or, comme une conformité aussi parfaite avec la raison & l'expérience, est la plus grande évidence que nous puissions avoir pour nous convaincre que cette explication du mécanisme de l'univers en est la vraie explication, & comme c'est là le caractère distinctif de son système, qu'aucun Philosophe avant lui n'a pu donner au sien propre, parce qu'ils n'étoient pas assez exercés dans la Géométrie; aussi nous a-t-il donné la même preuve qu'il avoit rencontré juste dans la théorie de la lumière. Par exemple, après nous avoir démontré, par des expériences, que la lumière & les corps s'affectent mutuellement à quelque distance, par une certaine force qui se trouve entr'eux, quelle que soit la loi de cette force, il a prouvé mathématiquement, par deux méthodes différentes, que dans toutes les réfractions le sinus d'incidence est au sinus de réfraction en raison donnée, & que dans les réflexions les angles & les sinus sont égaux. (*Opt. p. 68, Princip. lib. 1, prop. 94*). Je me suis étendu sur cette comparaison, pour réfuter une opinion qui est encore en vogue, même parmi plusieurs sçavants, qui voyant les différents systèmes de Physique qui se sont élevés successivement en différents siècles, & qui ont ensuite perdu crédit dans l'opinion des hommes, comme les modes, & ne faisant pas réflexion en quoi le système de notre Auteur étoit totalement différent de celui des autres, se sont imaginé que dans la suite, il auroit le même sort. Mais on doit avouer que lorsque la raison & l'expérience s'accordent ensemble, un système qui n'est fondé que sur ces deux principes ne sçauroit changer, & qu'il n'est pas moins immuable que le monde & la vérité même. Je vais conclure ce livre par les autres découvertes de notre Auteur sur les constitutions particulières des corps qui rendent les uns transparents, & les autres opaques & colorés.

REMARQUES.

Après avoir expliqué le sentiment de *Newton* sur la cause de la réfraction & de la réflexion de la lumière, je dois pour remplir mon dessein général, dire quelque chose des opinions des autres philosophes. On en voit quelques-unes dans l'Optique du Dr. *Barrow* & du Dr. *Gregory*. Mais comme la plupart sont trop arbitraires, pour mériter une réfutation en forme, je me bornerai à exposer la théorie de Mr. *Leibnitz* qui a été reçue avec le plus d'approbation. Ce sçavant n'étant pas satisfait de la théorie de *Descartes*, fondée sur l'hypothèse que le mouvement de la lumière trouve plus de résistance dans un milieu rare que dans un milieu dense, avance un autre principe par lequel il prétend que le mouvement direct, réfléchi ou rompu de la lumière peut être expliqué dans toute la précision des Mathématiques. Voici son principe & la théorie qui en dépend, extrait des actes de *Leipfick* (1682 p. 185) par Mr. *Molineux* (*Dioptr.* p. 192) la lumière vient du point rayonnant au point éclairé par le chemin le plus facile : & il prétend déterminer cette route par rapport aux surfaces planes, pour l'appliquer ensuite aux surfaces concaves & convexes, en considérant les plans qui touchent ces surfaces.

Ainsi dans l'Optique plane ou simple, le rayon direct vient du point C au point éclairé E par la voye la plus courte, le milieu étant toujours le même, c'est-à-dire dans la ligne droite CE. Fig. 165,

Dans la Catoptrique l'angle d'incidence CEA est égal à l'angle de réflexion DEB. Soit C le point rayonnant, D le point qui doit être éclairé & AB un miroir plan ; il faut trouver dans le miroir le point E qui doit réfléchir le rayon en D. Je dis que ce point doit être tel, que toute la route du rayon $CE + ED$ soit la plus courte qu'il soit possible, ou qu'elle soit moindre que toute autre $CF + FD$, en supposant que F soit un autre point du miroir & l'on aura ce point, si l'on prend E de manière que les angles CEA, DEB soient égaux, comme il est évident par la Géométrie. Car prolongez DE au point Z dans la circonférence CDZ dont le centre est E & joignez FZ. L'arc $AZ = (DB =) AC$, & $FZ = FC$. Donc $CE + ED (= DZ)$ est moindre que $CF + FD$ ou $ZF + FD$ (*Eucl.* 1. 20).

Dans la Dioptrique les sinus CI & GK des angles d'incidence & de réfraction CEI, GEK sont entr'eux réciproquement comme les résistances des milieux. Soit IE l'air, & EK l'eau ou le verre plus dense que l'air ; C un point rayonnant dans l'air, G le point qui doit être éclairé dans le verre. On demande par quelle route le point C ira éclairer G, ou quel est le point E dans la surface AB qui rompant le rayon qui vient de C, l'envoie en G. Ici le point E doit être tel que la route du rayon soit la plus facile de toutes. Mais dans les différents milieux les difficultés de la route ou du progrès sont en raison composée de la longueur du rayon & de la résistance des milieux. Si la ligne m représente la résistance que la lumière trouve en passant dans l'air, & n celle qu'elle trouve en passant dans le verre ; la difficulté de la route de C en E sera comme le rectangle sous CE & m , & de E en G comme le rectangle sous EG & n . Donc afin que cette difficulté de toute la route CEG soit la moindre possible, il faut que la somme des rectangles CE

F f ij

$\times m + EG \times n$ soit la moindre de toutes, ou moindre que $CF \times m + FG \times n$; en supposant tout autre point F autre que E. Ensuite par des calculs mathématiques, il trouve que le point E doit être placé de manière que CI sinus d'incidence dans l'air, soit à GK sinus de réfraction dans le verre, comme n à m , c'est-à-dire, dans la raison supposée de la résistance du verre à la résistance de l'air.

Fig. 166.

Telle est la théorie de Mr. *Leibnitz* qui ajoute que la démonstration catoptrique précédente, se trouve dans *Ptolomée* & autres Anciens, & qu'on la voit encore dans *Héliodore de Larisse* & ailleurs. Mais s'il avoit fait un pas de plus qu'il n'a fait pour appliquer son principe aux surfaces concaves & convexes, comme il promettoit de le faire au commencement; il se seroit bientôt aperçu que ce principe est insuffisant & qu'un rayon ne prend pas toujours la route la plus courte d'un point à l'autre. Par exemple, soit AEBF un grand cercle d'un miroir concave dont le diamètre est AB & le centre C; prolongez le rayon CB en quelque point D & soit CD le diamètre d'un autre cercle CEDF qui coupe le premier en E & F. Soient dans les arcs CE, CF, deux points quelconques G & H également éloignés de C. Je dis que les rayons qui viennent de G seront réfléchis en H de chacun des quatre points A, E, B, F & que par conséquent trois de leurs routes seront de différentes longueurs. Car joignant EG, EC, EH, les angles d'incidence & de réflexion CEG, CEH seront égaux, puisqu'ils s'appuient sur les arcs égaux CG, CH de la circonférence ECH. La raison des autres deux cas est fort claire, aussi bien que celle de l'inégalité des trois routes des rayons, puisqu'elles approchent toutes de l'égalité, à mesure que les points G & H s'approchent de C; & qu'elles deviennent toujours plus inégales à mesure que G & H s'approchent de E & F.

Fig. 165.

Quant à la démonstration dioptrique où Mr. *Leibnitz* dit que la difficulté de la route de C en E est comme le rectangle sous CE & sous la résistance supposée m , il n'est pas aisé de comprendre son idée sur la difficulté & la résistance. Dans tous les cas connus, le mouvement d'un corps & la résistance qu'il souffre décroissent constamment ensemble, l'action étant toujours égale à la réaction, & par conséquent la difficulté de la route de C en E ne peut gueres s'exprimer par le rectangle sous CE & sous une résistance constante m . Mais quelle que soit la difficulté & la résistance, il est certain qu'elle n'est rien du tout dans le vuide & par conséquent la route la plus aisée pour faire passer dans le vuide un rayon qui est dans un milieu résistant, est de lui faire parcourir la perpendiculaire à la surface réfringente, puisque c'est la route la plus courte quelle que soit la résistance & la difficulté, laquelle ne subsistant plus sur la surface réfringente, le rayon peut prendre toute autre route dans le vuide sans rencontrer aucune difficulté. Et au contraire, en revenant du vuide dans le milieu dense, il devrait prendre la route la plus courte par la même perpendiculaire comme ci-devant: & ainsi lorsque le Soleil brille sur l'atmosphère, tous ses rayons devraient être rompus par des lignes dirigées vers le centre de la terre, ce qui seroit la route la plus courte & la plus aisée dans l'atmosphère, & alors nous verrions exactement le soleil sur nos têtes dans tous les pays & à toutes les heures du jour. Mais il n'est pas surprenant que des conséquences aussi étranges suivent d'une hypothèse aussi arbitraire. Je remarquerai seulement que toutes les autres théories qu'on a imaginées pour expli-

quer la réflexion & la réfraction de la lumière, excepté celle de *Newton*, supposent qu'elle frappe les corps & que les corps lui résistent, ce qui n'a jamais été prouvé par aucune expérience. Au contraire, il paroît par l'art. 183 &c. & par les observations de Mr. *Molineux* & du professeur *Bradley* sur la parallaxe des étoiles fixes (*Trans. phil. N^o. 406.*) que leurs rayons ne sont du tout point frappés par le mouvement rapide de l'atmosphère de la terre, ni par l'objectif du télescope qu'ils traversent, & l'on voit aussi par la théorie de réfraction de *Newton*, qui n'est appuyée que sur l'expérience, que la lumière bien loin de souffrir aucune résistance ou aucun retardement par la réfraction dans un milieu dense, y va plus vite que dans le vuide, en raison du sinus d'incidence dans le vuide au sinus de réfraction dans le milieu dense & réciproquement (*Princip. lib. 1. prop. 95.*)

CHAPITRE VIII.

Sur la transparence, les couleurs & l'opacité des Corps.

196. **L**Es surfaces des corps transparents, qui ont le plus de puissance réfractive, sont celles qui réfléchissent une plus grande quantité de lumière, c'est-à-dire, celles qui séparent deux milieux qui diffèrent le plus en densités réfractives (art. 189.); & dans les confins des milieux également réfringents, il n'y a point de réfraction. On verra l'analogie qui se trouve entre la réfraction & la réflexion, si l'on fait attention que lorsque la lumière passe obliquement d'un milieu dans un autre qui rompt les rayons en les éloignant de la perpendiculaire, plus la différence de leurs densités réfractives est grande, moins il faut d'obliquité d'incidence pour produire une réflexion totale. (art. 17.) Ainsi les surfaces les plus réfringentes sont celles qui réfléchissent plutôt toute la lumière incidente, & on doit les regarder comme les plus réfléchissantes. Mais on verra encore mieux la vérité de cette proposition, si l'on observe que dans les surfaces communes à deux milieux transparents (comme l'air, l'eau, l'huile, le verre commun, le crystal, le verre des métaux, le crystal d'Islande, l'arsenic blanc transparent, les diamants, &c.) la réflexion est plus forte ou plus foible, selon que la surface a une force réfractive plus ou moins grande; car dans les confins de l'air & du sel gemme, elle

D'où viennent les réflexions plus fortes ou plus foibles.
Newton. Opt. p. 220.

est plus forte que dans les confins de l'air & de l'eau, & encore plus forte dans les confins de l'air & du verre commun ou du crystal, encore plus dans les confins de l'air & du diamant. Si quelqu'un de ces corps solides transparents ou autres semblables est plongé dans l'eau, la réflexion devient beaucoup plus foible qu'auparavant, & toujours plus foible, s'ils sont plongés dans des liqueurs plus réfringentes, de l'huile de vitriol bien rectifié ou de l'esprit de térébenthine. Si l'on divise l'eau en deux parties par une surface imaginaire, la réflexion dans les confins de ces deux parties est tout-à-fait nulle; dans les confins de l'eau & de la glace elle est très-petite; & dans les confins de l'eau & de l'huile elle est un peu plus grande; dans ceux de l'eau & du sel gemme encore plus grand; & dans ceux de l'eau & du verre ou du crystal ou d'autres matières plus denses, beaucoup plus grande, selon que ces milieux diffèrent plus ou moins dans leurs puissances réfringentes. Ainsi dans les confins du verre commun & du crystal il ne doit y avoir qu'une réflexion foible, & elle doit être plus forte dans les confins du verre commun & du verre des métaux, quoique je ne l'aie pas encore éprouvé. Mais dans les confins de deux verres de densités égales, comme de deux objectifs de longs télescopes pressés doucement l'un contre l'autre, il n'y a point de réflexion sensible; car on y voit les objets par des rayons transmis obliquement au travers d'une tache noire & ronde au contact des verres, mais on ne les voit pas au travers des autres endroits où la lumière est réfléchie par l'intervalle entre les verres. On doit dire la même chose de la surface qui est entre deux cristaux ou deux liqueurs, dans laquelle il ne se fait aucune réflexion. Ainsi la raison pour laquelle les milieux transparents uniformes, comme l'eau, le verre ou le crystal, n'ont de réflexion sensible que dans leur surface extérieure, où ils sont adjacents à d'autres milieux d'une densité différente, est que toutes leurs parties contigües n'ont qu'un même degré de densité, & cette densité uniforme de leurs parties contigües est une condition nécessaire pour la transparence du tout.

Opacité produite par une multitude de réflexions internes.

Nevv. Opt. p. 222.

197. Les moindres parties de presque tous les corps naturels sont assez transparentes, & l'opacité de ces corps vient de la multitude des réflexions qui se font dans leurs parties intérieures.

D'autres ont fait cette observation, & ceux qui ont l'usage des microscopes conviendront avec moi de ce fait. On peut aussi l'éprouver en appliquant quelque corps à un trou par lequel on introduira quelque peu de lumière dans une chambre obscure; car quelque opaque que paroisse ce corps, vu en plein air, il paroîtra par ce moyen évidemment transparent, s'il est assez mince. On ne doit excepter que les corps métalliques blancs qui, à raison de leur densité excessive, paroissent réfléchir presque toute la lumière qui tombe sur leur première surface, à moins que par leur dissolution dans les menstrues, ils ne soient réduits à de très petites particules, & alors ils deviennent transparents.

198. Entre les parties des corps opaques & colorés, il y a plusieurs espaces qui sont ou vuides ou pleins d'un milieu d'une densité différente, comme l'eau qui est entre les corpuscules de peinture dont une liqueur est pleine, l'air entre les globules de l'eau qui forment les nuages ou les brouillards & un grand nombre d'espaces vuides d'air & d'eau, mais qui ne sont pas peut-être entièrement vuides de toute matière, entre les parties des corps durs. La vérité de ce fait est évidente par les deux articles précédents. Car par le dernier article, plusieurs réflexions se font dans les parties intérieures des corps, & cela n'arriveroit pas par l'article précédent, si les parties de ces corps étoient continues sans aucun interstice, parce que la réflexion ne se fait que dans la surface qui est entre deux milieux de densité différente par l'art. 196.

Mais on verra encore mieux que cette non-continuité des parties est la principale cause de l'opacité des corps, si l'on fait réflexion que les corps opaques deviennent transparents, lorsqu'on remplit leurs pores d'une matière aussi dense ou presque aussi dense que leurs parties. Ainsi le papier trempé dans l'eau ou dans l'huile, la pierre nommée *oculus mundi*, plongée dans l'eau, le linge huilé ou vernissé, & plusieurs autres corps plongés dans des liqueurs qui peuvent pénétrer tous leurs pores, deviennent plus transparents par ce moyen, que par tout autre. Et au contraire les corps les plus transparents, lorsqu'on vuide leurs pores, ou qu'on sépare leurs parties, deviennent assez opaques; comme les sels ou le papier

Constitu-
tion des corps
opaques &
colorés.

Nervi. Opt.
p. 223.

moufflé, ou la pierre *oculus mundi*, lorsqu'on les fait sécher; la corne ratifiée, le verre mis en poudre ou fondu, la térébenthine mêlée avec l'eau de pluie, jusqu'à ce que le mélange soit à un certain point sans être parfait; l'eau changée en petites bulles, soit toute seule comme une écume, ou en l'agitant avec l'huile de térébenthine, ou avec l'huile d'olive, ou avec quelqu'autre liqueur convenable, sans l'incorporer parfaitement avec elle.

Constitution
des corps
transparents.
Nouv. Opt.
p. 225.

199. Les parties des corps & leurs interstices ne doivent avoir qu'une grosseur déterminée pour devenir opaques & colorés. Car les corps les plus opaques deviennent parfaitement transparents, lorsqu'on divise subtilement leurs parties (comme les métaux lorsqu'on les dissout dans des menstrues acides &c.) & à la surface des objectifs, dont on a parlé dans l'art. 196, lorsqu'ils sont fort proches l'un de l'autre, quoiqu'ils ne se touchent pas absolument, il n'y a point de réflexion sensible. De même, si l'on forme une bulle avec une eau qu'on ait rendue plus tenace en y faisant dissoudre du savon, & si on la couvre d'un verre clair, afin que l'air extérieur ne l'agite pas, & qu'elle soit pendant quelque tems en repos, jusqu'à ce que par l'abaissement continuel de l'eau elle devienne fort mince, on verra au plus haut où elle est plus mince, une tache ronde & noire (comme celle qui est entre les deux objectifs), laquelle se dilatera toujours plus jusqu'à ce que la bulle crève. Or cette tache ne paroît noire & transparente que faute de réflexion sensible, au lieu que les côtés de la bulle qui sont plus épais que le haut, paroissent colorés & opaques par une forte réflexion.

C'est à cela qu'on doit attribuer la transparence de l'eau, du sel, du verre, des pierres & des autres corps semblables. Car j'ai lieu de croire que ces corps sont aussi pleins de pores & d'interstices entre leurs parties, que les autres corps, mais que leurs parties & leurs interstices sont trop petits pour produire des réflexions dans leurs surfaces communes.

Explication
des anneaux
colorés dans
les bulles, &c.
Nouv. Opt.
p. 168.

200. Les taches noires au haut des bulles d'eau & au milieu des objectifs pressés l'un contre l'autre, sont toujours environnées d'une multitude d'anneaux concentriques de toutes sortes de couleurs: & comme la couleur dans chaque anneau est

est la même tout autour de sa circonférence, & qu'elle est différente en différents anneaux, aussi est-il évident (par la figure sphérique tant des objectifs que de la bulle d'eau, & par la pesanteur uniforme des particules d'eau qui s'abaissent insensiblement de tous les côtés de haut en bas) que l'épaisseur tant de l'air qui est entre les verres que de la bulle d'eau, est aussi la même dans toutes les parties du même anneau, & qu'elle est différente en différents anneaux. Ce qui fait voir que la couleur particulière d'un anneau dépend de l'épaisseur particulière de l'air ou de l'eau, dans quoi la lumière incidente du jour se réfléchit à l'œil. On voit aussi des anneaux colorés par la lumière transmise au travers de la bulle d'eau & au travers des objectifs, lorsqu'on les tient entre l'œil & la lumière, mais leurs couleurs sont différentes de celles que l'on voit dans les mêmes endroits, par la lumière réfléchie.

Telles sont les apparences générales des anneaux en plein air; mais lorsqu'on fait tomber avec un prisme la lumière homogène sur les objectifs dans une chambre obscure, la couleur de tous les anneaux, vûe par la lumière réfléchie des verres, est la même que celle de la lumière que l'on fait tomber sur ces anneaux; & dans les intervalles entre les anneaux colorés, on voit d'autres anneaux obscurs, comme la tache qui est au milieu; la lumière incidente est transmise par ces anneaux, & forme d'autres anneaux intermédiaires de la même couleur sur un papier blanc que l'on tient derrière les verres. On doit aussi observer que les diamètres, les largeurs & les intervalles des anneaux de lumières homogènes, de différentes couleurs, sont tous différents; ceux qui sont produits par le rouge homogène sont les plus grands, ceux qui sont produits par le violet homogène sont les plus petits, & ceux qui sont produits par les couleurs prismatiques intermédiaires, ont aussi des grandeurs intermédiaires. Par où l'on voit clairement l'origine des anneaux différemment colorés en plein air; c'est que l'air entre les verres, selon ses épaisseurs différentes, est disposé en quelques endroits à réfléchir, & dans d'autres à transmettre la lumière de chaque couleur, & à réfléchir celle d'une couleur dans le même endroit, où il transmet celle d'une autre couleur. Les apparences sont les mêmes,

lorsqu'il y a de l'eau entre les objectifs, excepté seulement que les anneaux sont plus petits.

Explication
plus ample de
la nature des
corps colorés.
Nevv. Opt.
p. 226.

201. Les parties transparentes des corps, selon leurs différentes grandeurs, réfléchissent les rayons d'une couleur, & transmettent ceux d'une autre couleur, par la même raison que les lames minces ou bulles réfléchissent ou transmettent ces rayons; & je crois que c'est là la cause de toutes les couleurs. Car si une lame mince d'un corps qui est par-tout d'une épaisseur égale, paroît avoir de tous les côtés une même couleur, & si on la réduit en filaments, ou si on la brise en plusieurs fragments, je ne vois pas pourquoi chaque fil ou chaque fragment ne gardera pas la couleur, ni par conséquent un amas de ces fils ou de ces fragments ne formera pas une masse ou une poudre de la même couleur, qu'avoit la lame avant que d'être rompue. Or les parties de tous les corps naturels étant comme autant de fragments d'une petite lame, doivent par la même raison avoir la même couleur.

Mais on verra que cela est ainsi par la ressemblance de leurs propriétés. Les plumes colorées les plus fines de certains oiseaux, & sur-tout celles de la queue des Paons, paroissent dans la même partie avoir différentes couleurs, selon les différentes positions de l'œil; tout de même que les anneaux dans la bulle d'eau & entre les objectifs; par conséquent leurs couleurs viennent de la finesse des parties transparentes des plumes, c'est-à-dire, de la délicatesse des poils les plus fins, qui naissent des côtés des plus grandes branches latérales ou fibres de ces plumes. Et c'est par la même raison que les toiles de certaines araignées, extrêmement déliées, ont paru colorées, comme quelques-uns l'ont observé, & que les fibres colorées de certaines soies en variant la position de l'œil, ont paru de différentes couleurs. C'est ainsi que les couleurs des soies, des habits & des autres matières, que l'eau ou l'huile peuvent entièrement pénétrer, deviennent plus foibles & plus obscures, lorsque ces matières sont plongées dans ces liqueurs, & qu'elles reprennent leur éclat, lorsqu'elles sont sèches; c'est aussi par la même raison que les couleurs des lames fines du talc deviennent foibles & languissantes lorsqu'on les mouille, aussi bien que celles des anneaux dans les objectifs, lorsqu'on infuse de l'eau

entre deux: Les feuilles d'or & quelques espèces de verres peints; & l'infusion du bois néphrétique, réfléchissent une couleur & en transmettent une autre, comme font les anneaux dans les bulles d'eau & les objectifs, dans les mêmes endroits; & quelques-unes des poudres colorées, dont les peintres se servent, changent un peu de couleur, lorsqu'elles sont broyées bien fin: je ne vois là aucune cause de changement de couleur si ce n'est que leurs parties ont été extrêmement atténuées. C'est ainsi que la couleur d'une platine mince varie, lorsqu'on fait varier son épaisseur. C'est pour cette raison que les fleurs colorées des plantes & des végétaux étant broyées deviennent communément plus transparentes qu'auparavant, ou qu'au moins leurs couleurs changent en quelque manière. De plus en mêlant différentes liqueurs, il se fait des productions & des changements de couleurs tout-à-fait surprenants & remarquables (*Voyez Boyle sur les couleurs expér.* 20, p. 245), dont la cause la plus vraisemblable est que les sels d'une liqueur agissent diversement sur les corpuscules d'une autre, ou s'unissent avec eux, de manière qu'ils les augmentent ou les diminuent (ce qui ne change pas seulement leur volume, mais encore leur densité,) ou qu'ils les divisent en corpuscules plus petits, par où la liqueur colorée peut devenir transparente (art. 199) ou les réunissent en grumeaux, par où deux liqueurs transparentes peuvent former une liqueur colorée (art. 198). Car nous voyons combien ces menstrues salines sont propres à pénétrer & à dissoudre les matières où elles sont appliquées, & que quelques-unes précipitent ce que les autres ont dissout. De même si l'on fait attention aux divers phénomènes de l'atmosphère, on verra que lorsque les vapeurs commencent à s'élever, elles n'empêchent pas la transparence de l'air, étant divisées en parties trop petites pour produire aucune réflexion dans leurs surfaces (art. 199). Mais lorsque pour former les gouttes de la pluie, elles se réunissent & composent des globules de toutes les grandeurs intermédiaires, ces globules étant d'une grandeur convenable pour réfléchir quelques espèces de rayons & pour en transmettre d'autres, forment des nuages de différentes couleurs, selon leurs grandeurs. Et je ne vois pas ce qu'on peut imaginer dans une matière aussi transparente que l'eau, pour

la production de ces couleurs, si ce n'est les grandeurs différentes de ses parties fluides & globuleuses.

ESSAI DU DOCTEUR JACQUES JURIN

Sur la vision distincte & indistincte.

Quand est-ce que l'on voit un objet distinctement.

1. On dit qu'un objet est vu distinctement lorsque ses bords paroissent clairs & bien terminés, & lorsqu'on distingue parfaitement ses différentes parties, si elles ne sont pas trop petites, de manière qu'on puisse aisément les comparer ensemble, par rapport à leur figure, leur grandeur & leur couleur. Par exemple, on voit distinctement les mots de ce livre, lorsque les lettres en paroissent bien terminées, & que l'on distingue parfaitement leur figure & les intervalles qui sont entr'elles, de manière que l'on puisse lire le livre aisément. On voit aussi distinctement une lettre en particulier, lorsqu'on apperçoit clairement & que l'on distingue parfaitement les différentes parties de cette lettre, la liaison de ces parties & les intervalles qui sont entr'elles.

2. Pour une telle vision distincte, on a cru communément jusqu'ici, qu'il falloit que tous les rayons d'un pinceau qui viennent d'un point physique d'un objet, fussent exactement réunis dans un point physique ou au moins sensible de la rétine.

L'union exacte des rayons n'est pas nécessaire.

3. Mais on verra clairement par les expériences suivantes, que l'union exacte de ces rayons n'est pas nécessaire à la vision distincte.

4. Prenez la page où est le titre d'un livre, & où l'on trouve des caractères de trois ou quatre grandeurs différentes, & placez d'abord ce livre à une telle distance, que chaque espèce de caractère vous paroisse parfaitement distincte sans vous fatiguer les yeux. On peut présumer raisonnablement que dans ce cas, les rayons de chaque pinceau qui viennent de chacune de ces lettres, sont exactement réunis en autant de différents points physiques ou au moins sensibles de la rétine.

5. Approchez ensuite peu à peu le livre de manière que les plus petits caractères commencent à vous paroître un peu confus, & que vous ne puissiez pas sans effort ou sans vous tirer les yeux les rendre aussi distincts qu'ils l'étoient auparavant. Tenant alors le livre à la même distance, regardez les caractères un peu plus gros que les premiers & ils vous paroîtront parfaitement distincts, sans la moindre apparence de confusion.

Il suit donc manifestement de l'apparence moins distincte des petits caractères, que dans cette distance, les rayons de chaque pinceau ne sont plus unis exactement dans un point sensible de la rétine, quoique les gros caractères paroissent distincts.

6. Si l'on approche encore plus le livre, les petits caractères seront entièrement confus, & les gros commenceront à paroître indistincts; mais en tenant le livre à la même distance, les caractères encore plus gros que ceux ci paroîtront distincts. En ce cas les rayons sont encore moins exactement réunis en un point, & cependant les plus gros caractères de cette impression paroissent aussi distincts que les deux plus petits l'avoient paru dans les premières expériences.

7. On peut faire aussi ces expériences d'une façon contraire, en se servant de lunettes d'une convexité suffisante, ou sans lunettes, si on a la vue courte. Dans ces cas, il faut d'abord tenir le livre à une telle distance que chaque espèce de caractère paroisse aussi distinctement qu'il est possible : & il faut ensuite l'éloigner successivement à de plus grandes distances, en sorte que les plus petits caractères puissent les uns après les autres paroître confus pendant que les plus gros conservent leur distinction.

8. Ceux qui feront ces expériences avec assez d'attention, verront clairement que nous avons quelquefois la vision distincte, lorsque les rayons de chaque pinceau qui viennent de l'objet ne sont pas exactement réunis par l'œil dans un point sensible de la rétine, & qu'un œil même attentif ne peut pas distinguer cette sorte de vision distincte sans l'union exacte des rayons, de l'autre espèce de vision distincte où les rayons sont très-exactement réunis dans des points sensibles ou même dans des points physiques.

9. On peut donc avec raison diviser la vision distincte en deux espèces; l'une qui est parfaitement distincte, qui se nomme *vision parfaite*, & l'autre imparfaitement distincte, que je nommerai simplement, *vision distincte*. Deux sortes de vision distincte.

10. La vision parfaitement distincte, ou la *vision parfaite* est celle dans laquelle les rayons de chaque pinceau sont réunis dans un seul point physique ou sensible de la rétine, comme dans l'art. 4. Vision parfaite.

11. La vision imparfaitement distincte, ou simplement la *vision distincte* est celle où les rayons de chaque pinceau ne sont pas réunis en un seul point sensible, mais occupent un assez grand espace, quoique l'objet soit vu distinctement, comme les plus gros caractères dans les art. 5 & 6. Vision distincte.

12. La *vision parfaite* dans un œil donné & dans une disposition donnée de cet œil, ne dépend que de la distance de l'objet. Elle ne dépend pas de la grandeur de l'objet, excepté seulement qu'il faut que l'objet ne soit pas assez petit pour être imperceptible. Avec cette exception, à quelque distance que l'on voie un objet parfaitement distinct, on verra aussi les autres objets à la même distance parfaitement distincts.

13. La *vision distincte* dans un œil donné & dans une disposition donnée de cet œil, dépend de la distance & de la grandeur de l'objet conjointement. Dans l'art. 5 le petit caractère paroît confus, parce qu'il est trop proche. Mais à une plus grande distance, comme dans l'art. 4, il paroît distinct; & le gros caractère dans l'art. 5, paroît distinct à cause de sa grandeur; mais il paroît confus à une moindre distance, comme dans l'art. 6.

14. On voit donc qu'il y a une différence réelle entre la *vision parfaite* & ce que nous appellons, *vision distincte*. Mon dessein est de rechercher en particulier la raison pour laquelle on peut voir un objet distinctement sans la *vision parfaite* : mais il faut pour cela examiner auparavant les principaux phénomènes qui arrivent lorsque l'on voit les objets confusément & indistinctement, & chercher les causes de ces apparences. En faisant cette recherche, nous parlerons communément de l'objet que nous considérons comme étant blanc ou lumineux sur un fond noir, quoique les phénomènes soient les mêmes & aient la même cause, si l'objet est obscur ou noir, sur un fond blanc.

15. Si l'on regarde un objet circulaire à la distance requise pour la vision parfaite, la peinture sur la rétine sera circulaire & proportionnelle en

diamètre à l'angle que l'objet comprend dans l'œil ; son bord sera bien terminé, & toutes les parties de la peinture circulaire seront également fortes. Par conséquent l'idée qui en résultera, sera celle d'un cercle également fort dans toutes ses parties & bien terminé.

Phénomène
de la vision
indistincte.

16. Si l'on regarde le même objet circulaire à une distance de beaucoup trop petite pour la *vision parfaite*, la peinture sur la rétine sera circulaire, mais le diamètre en sera plus grand à proportion de l'angle que l'objet comprend dans l'œil : cette peinture ne sera pas également forte dans toutes ses parties, mais le milieu en sera communément plus fort que tout le reste, & il sera environné d'une pénombre qui deviendra toujours plus foible vers le bord, où le limbe paraîtra indistinct & mal terminé. Par conséquent l'idée qui en résultera dans l'esprit, sera celle d'un cercle trop grand & trop foible & indistinct vers le limbe, c'est-à-dire, qu'au lieu de l'apparence A, on aura celle de B, ou C, ou D.

Fig. 167.

17. Il n'est pas difficile de concevoir la cause de ce phénomène. Car puisque, par la supposition, la distance de cet objet circulaire à l'œil est trop petite pour la *vision parfaite* ou *distincte*, il est clair que les rayons de chaque pinceau venant de l'objet, ne peuvent se réunir qu'à un point au-delà de la rétine ; par conséquent les rayons de chaque pinceau occuperont un espace circulaire sur la rétine.

Fig. 168.

Soit donc le cercle $ABDC$, qui représente l'espace circulaire sur la rétine, que l'image de l'objet occuperoit, si elle étoit parfaitement distincte, ou ce qui revient au même, soit $ABDC$ l'espace circulaire dans la rétine, qui est occupé par les centres de tous les pinceaux des rayons qui appartiennent à l'image indistincte de l'objet circulaire. Cet espace circulaire sur la rétine représenté par $ABDC$ sera nommé l'image de l'objet, & quelquefois pour le distinguer des autres apparences, nous le nommerons la *vraie image*. Soit aussi le cercle $fgbc$ dont le centre c est dans la circonférence du premier cercle $ABDC$, qui représente l'espace circulaire sur la rétine, qui est occupé par l'un des pinceaux extrêmes des rayons qui viennent de l'objet. Nous appellerons le cercle $fgbc$, le *cercle de dissipation*, parce que les rayons d'un pinceau au lieu d'être réunis dans leur point central c , sont dissipés sur tout ce cercle ; & le rayon de ce cercle, cf ou cg sera nommé pour la même raison, *rayon de dissipation*. Soit enfin le cercle $abdc$ concentrique au premier cercle ou à la *vraie image* $ABDC$, qui touche le cercle $fgbc$ au point f .

Cercle de
dissipation.

Rayon de
dissipation.

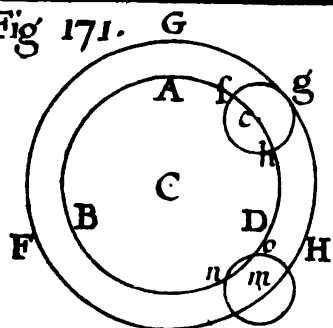
18. Je dis maintenant 1°. que la partie de l'image de l'objet circulaire qui est représentée par le cercle $abdc$, sera également forte dans tous ses points & qu'elle aura la même force que si l'image de l'objet avoit été parfaitement distincte.

Fig. 169.

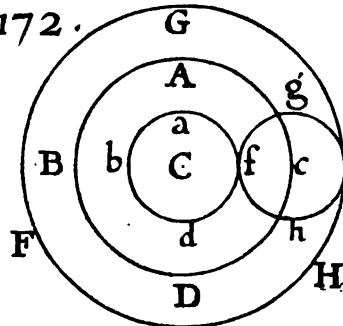
Pour le prouver, soient les cercles $ABDC$, $abdc$ qui représentent les mêmes choses qu'auparavant, & prenant un point à volonté comme c , en dedans du cercle $abdc$, de ce point comme centre, avec le *rayon de dissipation* cf décrivez le cercle $fgbc$. Il est évident que comme le pinceau des rayons dont le centre est le point c , est dissipé ou répandu sur tout le cercle $fgbc$, & qu'il contribue par ce moyen à éclairer tous les points ou centres des pinceaux situés en dedans de ce cercle ; ainsi de l'autre côté le point r doit recevoir la lumière de chaque pinceau dont le centre est situé en dedans du même cercle, où le point c donne une partie de sa lumière à



Fig 171.

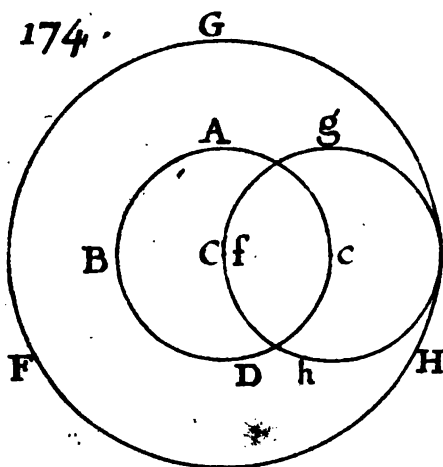


172.

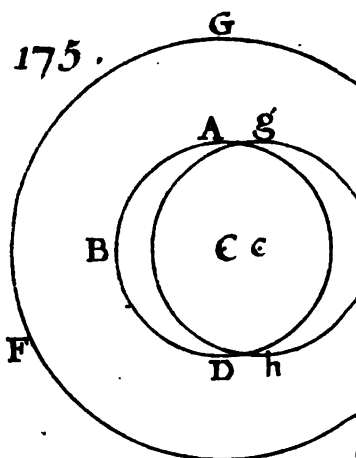


17.

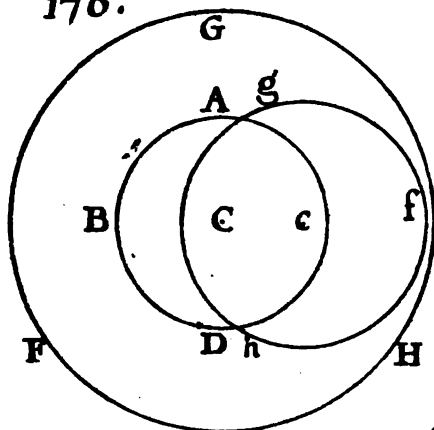
174.



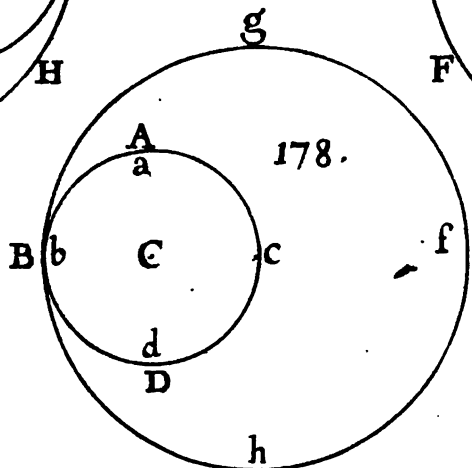
175.



176.



177.



tous les autres points du cercle $fgbc$ & reçoit une partie égale de chacun de ces points ; de sorte qu'il est précisément aussi éclairé, que si les rayons du pinceau n'avoient jamais été dissipés, & s'ils avoient été tous réunis dans ce seul point c ; comme ils l'auroient été si l'image avoit été parfaitement distincte. Et comme on peut dire la même chose de chaque point en dedans du cercle $abdC$, il est évident que ce cercle entier est aussi fortement éclairé que si l'image avoit été parfaitement distincte & il doit être également fort dans toutes ses parties. Cette partie de la vraie image représentée par le cercle $Cabd$, qui ne perd rien de sa lumière par la dissipation, mais qui est aussi fortement éclairée que si elle étoit vue par la vision parfaite, & est également lumineuse dans toutes ses parties, se nommera la *fausse image* pour la distinguer de la vraie.

Fausse image.

19. Je dis en second lieu, que l'anneau circulaire $ABD dba$ compris entre les circonférences des deux cercles ABD , abd , dont la largeur est égale au rayon de dissipation, ou que la partie de la vraie image $ABDC$ qui est hors de la fausse image $abdC$, n'est pas aussi fortement éclairée que la fausse image $abdC$ & qu'elle devient toujours plus languissante vers son extrémité. Car si les cercles $ABDC$, $abdC$ représentent les mêmes choses que ci-devant, & si l'on prend deux points en dedans de l'anneau circulaire $ABD dba$, l'un plus en dedans comme c , & l'autre plus extérieur comme m , des centres c & m avec les rayons cf , mn égaux chacun au rayon de dissipation, tracez les deux cercles $cbfg$, mno , qui coupent la circonférence ABD , aux points b & f ; n & o respectivement.

Fig. 168, 169.

Fig. 170.

Il est clair que le pinceau, dont le centre est le point c , dissipe ses rayons dans tout le cercle, $cbfg$; mais qu'il ne reçoit point de lumière de chaque point de ce cercle, excepté de ceux qui sont également situés en dedans du cercle $ABDC$. Donc tous ceux qui sont compris en dedans de la lunule bf ne rendent aucune lumière au point c en récompense de celle qu'ils en reçoivent. Donc le point c donne plus de lumière qu'il n'en reçoit, & paroît par conséquent plus obscur qu'aucun point en dedans du cercle $abdC$, & cet excès d'obscurité est mesuré par l'aire de la lunule bf .

On trouvera de même que le point m doit paroître plus obscur qu'aucun point dans le cercle $abdC$, & que cet excès d'obscurité est mesuré par la lunule no . Mais la lunule no est plus grande que la lunule bf , & par conséquent le point m qui est plus près de l'extérieur de l'anneau, est plus obscur que le point c qui est plus intérieur. Tout l'anneau donc est plus obscur qu'aucune partie du cercle $abdC$, & il devient par degrés plus obscur vers le bord extérieur ; & dans son extrémité, il n'a pas la moitié de la lumière d'aucune partie du cercle $abdC$, comme il est évident par l'inspection du cercle $gfhc$, fig. 168.

20. Je dis en 3^e lieu, qu'outre l'anneau que l'on vient de décrire, qui est plus obscur que la fausse image ou cercle $abdC$, il y a un autre anneau d'égale largeur, placé hors de la vraie image ou cercle $ABDC$, qui est encore plus obscur, & dont la lumière diminue par degrés vers le dehors, jusqu'à devenir insensible & à disparaître totalement.

Car si $ABDC$ représente la même chose comme dans la fig. 168, & que du centre c pris sur un point quelconque de la circonférence ABD , on décrive avec le rayon de dissipation cg le cercle de dissipation $cgbf$; & que du centre C on décrive le cercle $GFHC$ qui touche le cercle de dissipation

Fig. 171.

au point g : il se formera entre les deux circonférences ABD, & GFH un autre anneau ABDHFG de la même largeur que le premier ABD dba , fig. 168, 169, 170.

Ce nouvel anneau recevra la lumière des pinceaux dont les centres sont en dedans du premier anneau ; mais il sera plus obscur qu'aucune partie du premier, & sa lumière vers son bord extérieur diminuera par degrés, jusqu'à s'anéantir. Cela est manifeste par l'inspection de la figure, où la lumière reçue par le point c placé sur le bord intérieur de cet anneau, se mesure par le segment circulaire hf , & la lumière reçue par le point m placé près du bord extérieur, se mesure par le segment circulaire beaucoup plus petit no .

Pénombre annulaire. J'appellerai *pénombre annulaire* ce second anneau qui est hors de la *vraie image*, & qui décroît par degrés en lumière vers le dehors.

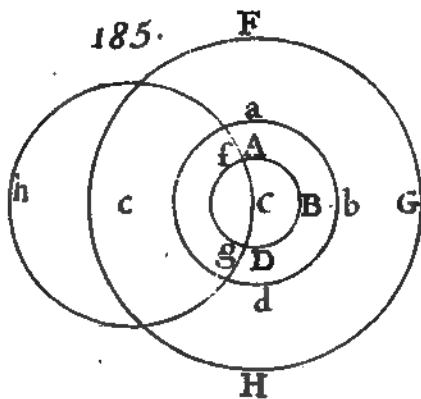
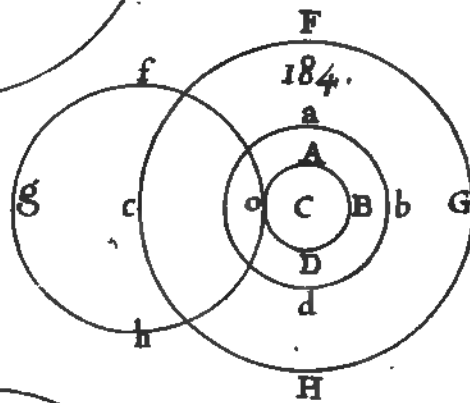
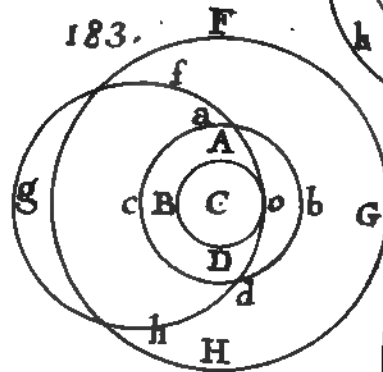
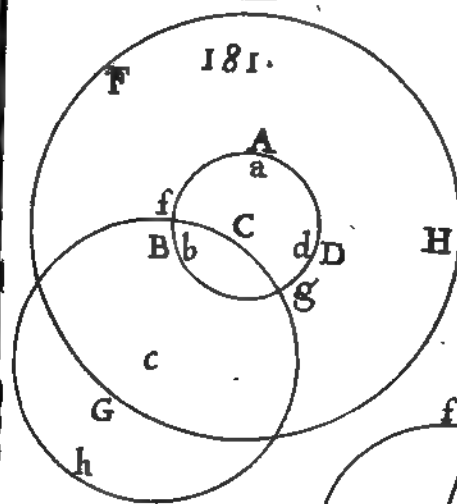
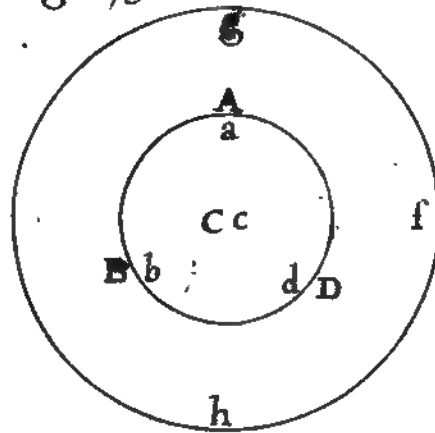
Il s'agit de ce qu'on vient de dire, que si l'on nomme r le rayon CA du cercle ABCD ou de la *vraie image*, & ρ le rayon du *cercle de dissipation* $cfgh$, le rayon de la *fausse image* ou du cercle $abcd$, sera la différence de ces deux rayons ou $r - \rho$, & la largeur de chaque anneau ABD dba (fig. 168), & FGHDBA (fig. 171) sera ρ , & le rayon de toute l'apparence, ou du cercle CFGH sera la somme des rayons de la *vraie image*, & du *cercle de dissipation*, ou $r + \rho$.

Ayant fait voir qu'un objet circulaire vu à une distance trop petite pour la *vision parfaite* ou *distincte*, doit paroître plus fortement éclairé au milieu, & plus faiblement vers les extrémités, je vais examiner quelques causes particulières de ce phénomène, que j'aurai occasion dans la suite d'appliquer à d'autres sujets.

21. Dans la fig. 168, si le *rayon de dissipation* augmente, la *fausse image* ou le cercle $abcd$ qui conserve toute la quantité de lumière aussi bien que si l'image étoit parfaitement distincte, deviendra plus petite, & l'anneau ABD dba , avec la *pénombre annulaire* en dehors ABDHFG deviendront l'un & l'autre à proportion plus larges, comme dans les fig. 172 & 173. **Fig. 172, 173.** De sorte que l'objet circulaire ayant paru comme B (fig. 167), paroîtra comme C, ou viendra à quelqu'autre apparence par laquelle le noyau qui est parfaitement éclairé, sera toujours plus petit, & l'ombre qui vient des deux anneaux dont on a parlé, sera plus large.

22. Si le *rayon de dissipation* est égal au rayon de la *vraie image*, comme dans la fig. 174, l'*image fausse* ou le cercle $abcd$ dont le rayon est $r - \rho$ disparaîtra, & l'anneau ABD dba , fig. 172, 173, occupera tout le cercle ABDC. Par conséquent il n'y aura plus aucune partie de l'image qui ait toute la quantité de lumière, comme lorsque l'image est parfaitement distincte, excepté le point central seul qui reçoit de la lumière de chacun des autres points, il n'y aura pas non plus deux points qui soient également éclairés : mais la lumière décroissant de tous les côtés depuis le centre, devient par degrés plus faible vers l'extrémité, comme on le voit manifestement dans les **Fig. 175, 176.** fig. 175. 176. Dans chacune, la mesure de lumière reçue par le point c plus proche du centre dans l'une, & plus éloigné dans l'autre, est exprimée par le segment double gb . Car dans la 1^{re}. où c est plus proche du centre C de l'image, le double segment gb & par conséquent la lumière qui tombe sur c , est plus grand que dans la fig. 176 où le point c est plus loin du milieu de l'image.

Fig. 179.



23. Si le *rayon de dissipation* surpasse le rayon de la *vraie image*, comme dans la fig. 177, il y aura encore une portion de la *vraie image* qui sera plus fortement éclairée que le reste, mais non pas aussi fortement que par la *vision parfaite* & qui sera également lumineuse dans toutes ses parties. Cette portion sera placée au milieu de la *vraie image* & environnée d'une apparence moins lumineuse qui décroîtra par degrés vers le bord extérieur.

Fig. 177.

Car soit le cercle $CABD$ qui représente, comme ci-devant, la *vraie image* de l'objet circulaire sur la rétine; si l'on prend un point comme c dans la circonférence ABD & que du centre c , avec le *rayon de dissipation* cb plus grand que Cc rayon de la *vraie image*, on décrive le *cercle de dissipation* $c f g b$: si de plus du centre C avec le rayon Cb égal à la différence entre le *rayon de dissipation* bc & le rayon de la *vraie image* Cc , on décrit le cercle $Cabd$, qui touche en dedans le *cercle de dissipation* au point b : si enfin du même centre C avec le rayon Cg égal à la somme du *rayon de dissipation* cg & du rayon de la *vraie image* Cc , on décrit le cercle $CFGH$ qui touche le *cercle de dissipation* en dehors au point g :

24. Je dis 1°. que la partie de la *vraie image* représentée par le cercle $Cabd$, sera également lumineuse dans toutes ses parties. Car le point b dans la circonférence de ce cercle, sera éloigné de c , qui est le point le plus distant de la *vraie image*, précisément de la distance du *rayon de dissipation* bc , & il recevra par conséquent la lumière de ce point c . A plus forte raison le point b recevra-t-il la lumière de tous les autres points de la *vraie image* qui en sont moins éloignés que le point c ; & encore plus tous les autres points en dedans de la circonférence abd , recevront-ils la lumière de chaque point de la *vraie image*.

Puisque donc chaque point de ce cercle $Cabd$ reçoit la lumière de chaque point de la *vraie image*, ce cercle doit être également éclairé dans toutes ses parties.

25. Je dis 2°. que ce cercle $Cabd$ ne sera pas aussi fortement éclairé que dans la *vision parfaite*.

Car puisque chaque point de ce cercle comme C , répand sa lumière dans un cercle aussi grand que le *cercle de dissipation*, & ne reçoit de la lumière que du cercle ABD moindre que le *cercle de dissipation*, il est manifeste que ce cercle dissipe plus de lumière qu'il n'en reçoit, & que par conséquent il doit être moins lumineux que s'il étoit vu par la *vision parfaite*.

26. Je dis 3°. que ce cercle $Cabd$ sera environné d'une apparence moins lumineuse & qui décroîtra par degrés vers son extrémité extérieure:

Car on verra autour de ce cercle l'anneau $abdDBA$ & en dehors de cet anneau la *pénombre annulaire* $ABDFGH$ de la même manière & par les mêmes raisons, comme dans les art. 19, 20.

27. Ce cercle $Cabd$, qui est également lumineux dans toutes ses parties, & plus brillant que tout le reste de cette apparence, quoique moins brillant que s'il étoit vu par la *vision parfaite*, se nomme pour cela *image fausse languissante*.

Image languissante.

Ce que l'on a dit, fait voir évidemment que si l'on nomme, comme ci-devant, le rayon de la *vraie image* r , & le *rayon de dissipation* ρ , le rayon de l'*image fausse languissante* sera $r - \rho$; la largeur du premier anneau en dehors de l'*image fausse languissante*, sera $r - 2\rho$; la largeur du second

anneau ou de la *pénombre annulaire* sera ϵ & le rayon de toute l'apparence ou du cercle GFH sera $r + \epsilon$, ces deux derniers les mêmes que dans l'art. 20.

Et si le *rayon de dissipation* devient plus grand, le *rayon de l'image fausse languissante* Cabd augmentera & s'approchera de celui de la *vraie image* CABD; par ce moyen l'anneau abd DBA deviendra plus étroit.

Fig. 178, 179.

28. Si le *rayon de dissipation* est égal au diamètre de la *vraie image* comme dans les fig. 178, 179, l'*image fausse languissante* ou le cercle Cabd dont le rayon est $\epsilon - r$ ou $2r - r = r$, se confondra avec la *vraie image* CABD & cette image sera également éclairée dans toutes ses parties; mais chaque point n'aura qu'un quart de la lumière, & toute l'image ne sera qu'un quart aussi forte qu'elle l'auroit été par la *vision parfaite*.

Fig. 178.

Fig. 179.

Car chaque point comme c pris dans l'extrémité de l'image CABD, dispersera la lumière dans le cercle $gfbc$ & ne recevra de lumière que du cercle ABDC qui n'est que le quart du *cercle de dissipation*. Et tout autre point comme c dans le milieu de l'image CABD, dispersera de même la lumière dans le cercle $gfbc$ & ne la recevra que du cercle ABDC qui est précisément le quart du *cercle de dissipation*. Donc le milieu & les extrémités de l'image ABDC seront également éclairés, ayant chacun un quart de la lumière qu'ils auroient eue, si l'image avoit été parfaitement distincte.

29 L'Anneau abd DBA, fig. 177, dont la largeur étoit $\epsilon - 2r$, & qui étoit compris par les circonférences de l'*image fausse languissante* & de la *vraie image*, disparaît dans le cas présent, parce que ces deux circonférences sont coïncidentes.

30. Mais il paroît encore que la *pénombre annulaire*, qui environne l'image, est plus languissante que l'image & devient par degrés plus foible vers l'extrémité, où elle disparaît & s'anéantit; & la largeur de cette *pénombre annulaire* sera égale au *rayon de dissipation*.

Fig. 180, 181, 182.

Car soit le cercle ABDC qui représente, comme ci-devant, la *vraie image* de l'objet circulaire sur la rétine & avec le rayon CG, composé de CA rayon de la *vraie image* & du *rayon de dissipation* ajoutés ensemble, tracez le cercle GFHC concentrique au cercle ABDC. L'anneau GFHDAB compris entre les deux circonférences GFH, & ABD, sera égal en largeur au *rayon de dissipation*.

De plus d'un point quelconque de cet anneau, comme c , avec le rayon cg égal au *rayon de dissipation*, décrivez le *cercle de dissipation* $c f g b$:

31. Je dis 1^o. que ce rayon formera une *pénombre* plus languissante que l'image.

Car le point c ne recevra de lumière que des pinceaux dont les centres sont placés dans le segment circulaire fg . Donc ce point c , & par conséquent chaque point de l'anneau sera moins éclairé que chaque point en dedans de l'image; puisque chaque point en dedans de l'image, comme nous l'avons déjà vu (art. 28) reçoit la lumière de chaque autre point en dedans de l'image.

32. Je dis 2^o. que cette *pénombre* deviendra par degrés plus languissante vers son bord extérieur & qu'à son extrémité elle s'évanouira.

Car si le point c s'éloigne par degrés vers le bord extérieur, comme dans les figures 180, 181, il est manifeste par l'inspection des figures, que le

segment circulaire fg & par conséquent la lumière dérivée de ce segment au point c , diminuera par degrés; & lorsque le point c arrive tout-à-fait à l'extrémité de l'anneau, comme dans la fig. 182, le segment fg & la lumière qui en est dérivée, doivent disparaître & s'anéantir, le *cercle de dissipation* touchant alors le cercle ABD .

33. Si le *rayon de dissipation* surpasse le diamètre de la *vraie image*, il se joindra à la *vraie image* un anneau de lumière dispersée, lequel sera éclairé également comme la *vraie image*, de sorte que la *vraie image* jointe à cet anneau formeront ensemble une apparence ou une *image fausse languissante* également forte dans toutes ses parties, mais d'une force beaucoup moindre que si l'image étoit parfaitement distincte. Il se formera aussi autour de cette apparence ou *image fausse languissante*, une *pénombre annulaire*, dont la lumière diminuera par degrés vers son bord extérieur & s'anéantira totalement à l'extrémité.

Car dans les fig. 183, 184, 185, soit le cercle $ABDC$ qui représente, comme ci-devant, la *vraie image* de l'objet circulaire sur la rétine; décrivez avec le rayon CG composé de CA rayon de la *vraie image* & du *rayon de dissipation*, un nouveau cercle $FGHC$ concentrique à la *vraie image* $ABDC$. Décrivez aussi avec le rayon Cb égal à la différence entre le *rayon de dissipation* & le rayon de la *vraie image*, un troisième cercle $Cabd$ concentrique aux deux premiers.

34. Je dis 1°. que l'anneau $ABDdba$ compris entre la circonférence ABD de la *vraie image* & l'autre abd , sera autant éclairé que la *vraie image* $ABDC$.

Car soit pris un point comme c dans le bord extérieur de cet anneau & avec le rayon co égal au *rayon de dissipation*, soit tracé le cercle $cofgh$. Ce cercle touchera la circonférence de la *vraie image* dans le point o opposé à c ; parce que co est le *rayon de dissipation* & cC , par la construction, est égal à la différence entre ce rayon & le rayon Co . Donc le point c recevra la lumière de chaque pinceau dont le centre sera dans la *vraie image* $ABDC$ & sera par conséquent autant éclairé que chaque point en dedans de la *vraie image*. A plus forte raison, tout autre point de l'anneau placé plus en dedans que le point c , sera autant éclairé que chaque point de la *vraie image*: Donc tout l'anneau sera autant éclairé que la *vraie image* & formera avec elle une apparence uniforme, sans aucune distinction, c'est-à-dire, une *image fausse languissante*, comme celle dont il est parlé dans les art. 23 &c.

35. Je dis 2°. que toute cette apparence ou *image fausse languissante*, composée de l'anneau $ABDdba$ & de la *vraie image* $CABD$, sera d'une force beaucoup moindre, que n'auroit été la *vraie image* formée par la *vision parfaite*. Car la lumière de tous les pinceaux qui appartiennent à la *vraie image*, auroit été dans le cas de la *vision parfaite*, concentrée dans cette image seule, au lieu qu'elle est maintenant dispersée dans toute l'apparence ou *image fausse languissante* composée de l'anneau & de la *vraie image*, & par conséquent elle auroit été beaucoup plus forte; outre qu'une partie de cette lumière est encore dispersée au delà de l'anneau.

36. Car je dis 3°. que l'anneau $abdHFG$ compris entre les deux circonférences abd & HFG , forme une *pénombre* tout autour de l'*image fausse languissante* dont on vient de parler, laquelle diminue de force par degrés vers son bord extérieur & disparaît totalement au bord.

Car le point c étant placé au bord intérieur de cet anneau (fig. 183) est

Hh ij

Fig. 183

Fig. 184.

Fig. 185.

aussi lumineux qu'aucun point de la *vraie image*, comme on l'a déjà prouvé dans l'art. 34. & lorsque ce point *c* est placé dans le bord extérieur de cet anneau, (fig. 184) la lumière y dispaçoit totalement, puisque le *cercle de dissipation* *cfgo* ne fait que toucher la *vraie image* au point *o*. Donc tous les points intermédiaires de l'anneau, comme *c*, doivent être éclairés par les degrés intermédiaires de lumière décroissante vers le bord extérieur de l'anneau ; c'est-à-dire que l'anneau doit former une *pénombre* décroissante par degrés vers le bord extérieur & dont la lumière dispaçoit au bord même.

37. On voit par cette construction, que si l'on nomme, comme ci-devant, *r*, le rayon de la *vraie image*, *p* le rayon de *dissipation*, celui de l'*image fautive languissante* sera $p - r$, le rayon de toute l'apparence sera $p + r$ & par conséquent la largeur de la *pénombre annulaire* sera $2r$.

38. Si le rayon de la *vraie image* est extrêmement petit par rapport au rayon de *dissipation*, l'*image fautive languissante* ou le cercle *Cabd*, dont le rayon est $p - r$, sera à fort peu-près égal au *cercle de dissipation* ; & la largeur de la *pénombre annulaire* *abdHFG*, dont la largeur est $2r$ (par l'art. 37) sera extrêmement petite, de sorte que toute la *pénombre* sera presque insensible.

Remarques
sur la pénom-
bre annulaire.

39. Je ne dois pas oublier de faire ici une ou deux remarques générales sur ces *pénombres annulaires* des objets circulaires, lorsque le rayon de *dissipation* est donné.

1°. La *pénombre annulaire* sera plus sensible auprès de son bord extérieur, lorsque l'objet est plus brillant, que lorsqu'il est moins lumineux.

Car la lumière dans un point donné de la *pénombre annulaire*, tout étant égal, sera proportionnelle à la clarté de l'objet. Donc si à une distance donnée du bord extérieur de la *pénombre annulaire* d'un objet brillant, la lumière est précisément aussi forte qu'il le faut pour affecter les sens, elle ne les affectera nullement à la même distance, lorsque l'objet sera moins lumineux.

2°. La *pénombre annulaire* sera plus sensible auprès de son bord extérieur, lorsque l'objet est plus grand que lorsqu'il est plus petit.

Car la lumière dans un point donné de la *pénombre annulaire*, tout étant égal, sera proportionnelle au segment circulaire que le *cercle de dissipation* dont le point donné est le centre, coupera dans la *vraie image*. Soit donc le point *m* dans la fig. 171 auprès de l'extrémité extérieure de la *pénombre annulaire*, tel que la lumière dans ce point soit précisément assez forte pour affecter les sens. Le *cercle de dissipation* qui appartient à ce point *m*, coupera dans la *vraie image* *ABDC* un segment circulaire *no* d'une épaisseur donnée. Mais si l'on diminue l'objet circulaire ou sa *vraie image* *ABDC*, le segment circulaire *no* dont l'épaisseur est donnée, aura moins de largeur & par conséquent sera moins grand. Donc la lumière au point *m* ne sera pas assez forte pour affecter l'œil.

40. Comme la raison de tous ces phénomènes n'est tirée que de ce seul principe, qu'un pinceau de rayons qui viennent de l'objet n'est pas réuni à un point sur la rétine, mais qu'il y occupe un espace circulaire ; il est évident que dans tous les cas où un pinceau occupe un espace circulaire sur la rétine, les phénomènes seront les mêmes.

Mais lorsqu'un objet est trop éloigné pour la *vision parfaite*, les rayons d'un pinceau qui vient de cet objet, sont convergents & se réunissent dans un

point avant que d'arriver à la rétine, & étant divergents de ce point, ils occupent un espace circulaire sur la rétine.

Donc tous les phénomènes précédents arrivent aussi, lorsqu'un objet circulaire est placé à une trop grande distance pour la *vision parfaite*.

41. Mais l'œil humain, comme nous aurons occasion de le faire voir dans la suite, lorsqu'il n'est pas trop applati par la vieillesse, n'est fait que pour voir distinctement à une distance modérée de nos corps, & il n'est pas propre à découvrir clairement & avec une distinction parfaite, les objets fort éloignés, même ceux qui le sont beaucoup moins que les planètes & les étoiles fixes. Donc une planète ou une étoile fixe doit produire dans nos yeux les phénomènes dont nous avons parlé & nous ne devons pas négliger d'en examiner ici les principaux.

42. La pleine Lune doit paroître plus grande qu'un objet circulaire qui comprend un angle égal & qui est vu par la *vision parfaite*.

Car par l'art. 20. si le cercle $ABDC$, fig. 171, représente la *vraie image* de la pleine Lune sur la rétine, ou l'image d'un objet circulaire vu par la *vision parfaite*, & qui comprend un angle égal à celui de la pleine Lune, on verra hors de ce cercle une *pénombre* représentée par l'anneau $ABDHFG$, qui étant ajouté au cercle $ABDC$, formera l'apparence totale $GFHC$, plus grande que $ABDC$.

43. Si la Lune, au lieu d'être un globe, n'étoit qu'un disque plan, un peu scabreux, de manière qu'elle réfléchît la lumière également de tous les côtés de chacune de ses parties, elle formeroit alors tous les phénomènes dont on a parlé dans les art. 18, 19, 20.

Par exemple, si ce disque plan comprenoit dans l'œil un angle de $32'$ & que par conséquent la *vraie image* $ABDC$ (fig. 168) sur la rétine, fût correspondante à un angle de $32'$ compris par ce disque dans l'œil, & que le *rayon de dissipation* dans l'œil humain fût correspondant à un angle de $2'$ compris dans l'œil par un objet fort éloigné, comme je crois qu'il l'est communément dans tous les yeux que l'on regarde comme bons, lorsqu'ils contemplent les objets célestes; alors par l'art. 18. une partie de la *vraie image*, représentée par le cercle $abdC$, seroit plus brillante que le reste, & le diamètre de cette partie seroit de $28'$: mais par l'art. 19 une autre partie de la *vraie image* représentée par l'anneau $abdDBA$ de $2'$ de largeur. diminueroit par degrés jusques à son bord extérieur ABD , où elle auroit moins de clarté que la moitié de celle de la partie $abdC$: & cet anneau par l'art. 20, seroit environné de la *pénombre annulaire* $ABDHFG$, fig. 171, qui a aussi deux minutes de largeur, laquelle après avoir eu le même éclat que le bord extérieur de l'anneau en dedans, deviendrait par degrés plus foible vers son bord extérieur & y disparaîtroit totalement. De sorte que la largeur de toute l'apparence composée de la *vraie image* & de cette *pénombre annulaire* seroit de $36'$, excepté qu'une petite partie extérieure de cette *pénombre annulaire* seroit trop languissante pour être apperçue & par conséquent la largeur de toute l'apparence doit être moindre que $36'$.

44. De plus, si la surface de la Lune quoique sphérique, n'est ni polie, ni considérablement inégale, mais un peu scabreuse de toutes parts, de sorte qu'elle réfléchisse également la lumière de tous les côtés par chacune de ses parties; cette lumière en sera réfléchie précisément de la même

manière qu'elle le feroit par les parties correspondantes d'une surface plane ; que l'on conçoit de même un peu scabreuse , & qui est la projection des parties de la surface sphérique faite par l'œil. Par conséquent cette Lune sphérique scabreuse doit donner les mêmes phénomènes que le plan scabreux de l'art. précédent.

45. Cependant c'est un fait que la Lune ne donne pas tous ces phénomènes. Le milieu n'en paroît pas plus brillant que le bord. Au contraire, le bord de la Lune à un ou deux pouces de largeur , paroît aussi brillant & même plus que le milieu. Quelle est la cause de cette apparence , à laquelle il paroît par nos raisonnements précédents que nous n'avions pas lieu de nous attendre ?

46. Cette apparence vient , si je ne me trompe , des deux causes suivantes.

1°. Nous donnons au milieu de la Lune une foible ressemblance avec la face de l'homme , & ce milieu étant plus obscur que les autres parties , & étant aussi plus enfoncé , quelques philosophes l'ont pris pour différentes mers dans la Lune. Mais la partie extérieure de la Lune paroît avoir beaucoup moins de proportion avec ces parties obscures. C'est là une des raisons pour lesquelles la partie extérieure doit paroître plus brillante que celle du milieu.

2°. Quand même la partie extérieure de la Lune seroit en même proportion que le milieu en ce qui regarde les cavités que l'on prend pour des mers ; elle devroit paroître plus brillante que le milieu. Car la mer qui est au milieu est directement exposée à l'œil & par conséquent elle paroît dans toute sa grandeur à proportion de la terre ; mais les mers qui sont vers les bords sont cachées totalement à l'œil ou en grande partie, par l'élévation des terres , à raison de la convexité de la figure sphérique ; précisément comme les rochers à *Douvre* sont tellement exposés à un œil fort élevé & qui les voit obliquement, qu'ils paroissent se joindre à ceux de *Calais* & lui cacher par ce moyen l'eau qui est entre deux ; ou comme l'eau d'une rivière est cachée à un œil placé sur une montagne par l'union apparente de ses bords opposés.

47. Ces deux causes peuvent concourir à rendre le bord de la Lune , malgré la dissipation de sa lumière par la vision indistincte, beaucoup plus fort que le milieu , ou la lumière n'est pas perdue par la dissipation.

Par exemple , si le limbe par la vision distincte est plus de deux fois aussi brillant que le milieu , il peut quoiqu'il perde la moitié de sa lumière par la dissipation , être encore plus brillant que le milieu de la Lune.

48. La seconde de ces deux causes peut nous donner la raison pour laquelle la *pénombre annulaire*, qui par notre théorie doit environner la Lune , peut décroître fort lentement en quantité de lumière vers son bord extérieur , de manière que l'inégalité de clarté entre ses parties extérieures & intérieures soit moins sensible qu'elle ne l'auroit été sans cela.

Car si un point comme *c*, fig. 171 , est fort proche du bord intérieur de cette *pénombre* & un autre comme *m* fort proche du bord extérieur , la lumière qui tombe sur le premier point *c* sera en proportion beaucoup moindre avec celle qui tombe sur le second point *m* , que n'est la proportion entre les segments circulaires *fb*, *no*, qui sont formés dans la *vraie image*

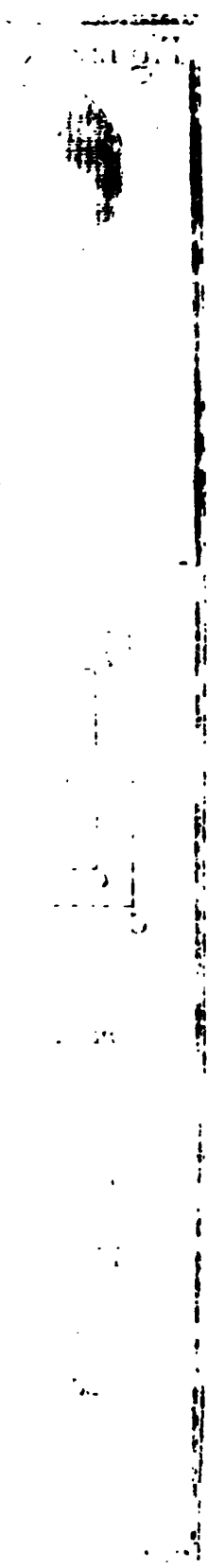
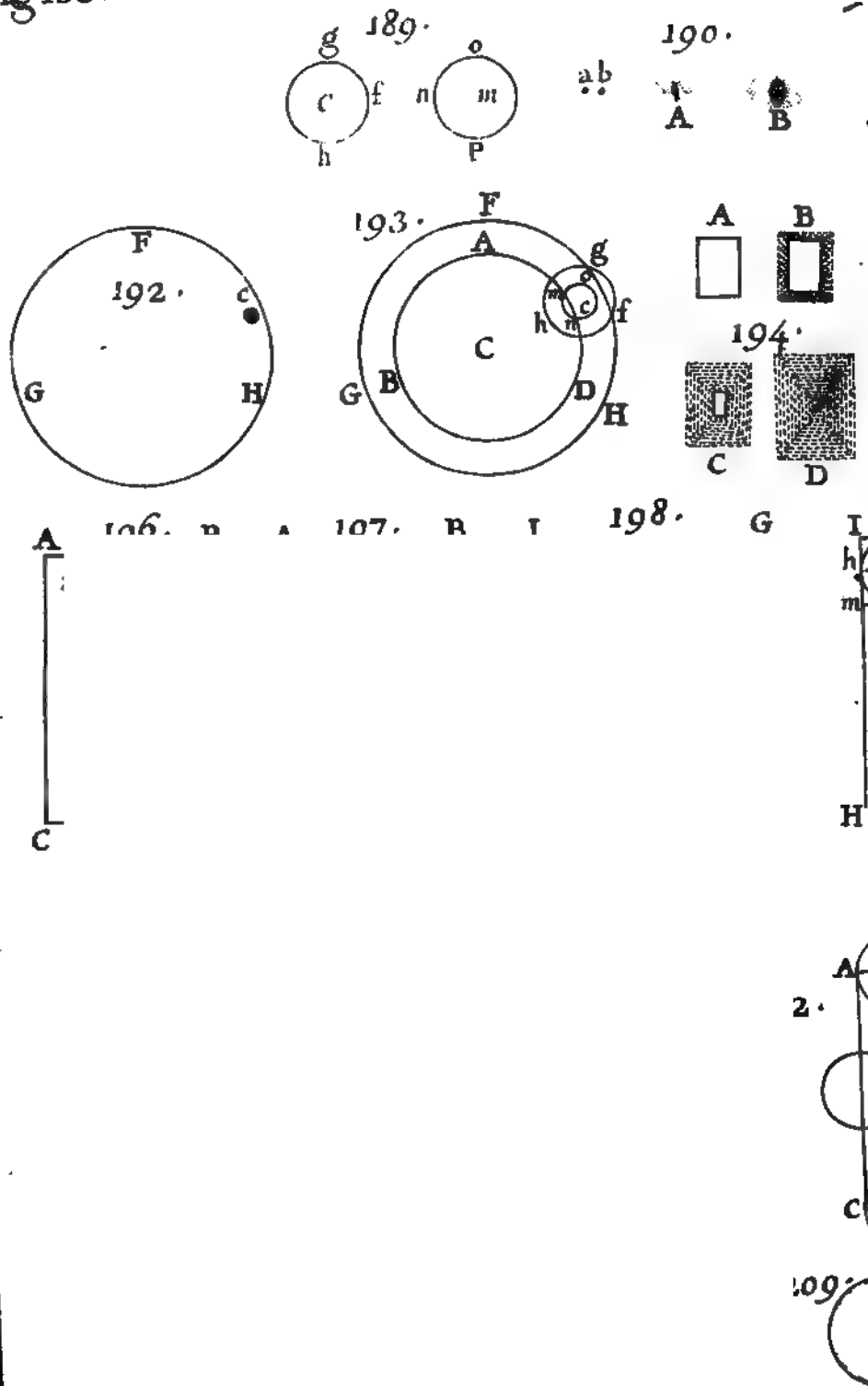


Fig 188.



ABDC par leurs cercles respectifs de dissipation *c f g h*, *m n o*, par la raison que le segment *n o* à proportion de sa grandeur, donne une plus grande quantité de lumière que le segment *f h*.

49. Et si nous ajoutons à cette considération, que le bord extérieur de la pénombre annulaire a l'avantage sur l'autre, que la lumière est relevée par la comparaison de l'obscurité contigue du ciel, on verra clairement que les degrés de lumière vers le bord extérieur de cette pénombre doivent à peine différer sensiblement des autres.

50. Mais il se présente une autre difficulté. Si la Lune paroît à nos yeux de 36' de large, quoique réellement sa vraie image ne soit que de 32', les anciens Astronomes & ceux même parmi les modernes qui ont observé avec des pinnules simples, comme l'illustre *Hevelius*, doivent avoir trouvé le diamètre moyen apparent de la Lune, beaucoup plus grand qu'on ne le trouve par les pinnules télescopiques, c'est-à-dire, par la vision parfaite ou au moins distincte.

51. Je réponds que les observations qui nous sont venues des anciens, sont probablement celles des observateurs les plus habiles & les plus exercés. Mais ceux qui se sont accoutumés à contempler des objets fort éloignés, ce qui est le cas des Astronomes les plus expérimentés, ont acquis par ce moyen une facilité, ou plutôt une habitude d'altérer tellement la conformation de leurs yeux, qu'il leur est facile de voir ces objets éloignés beaucoup plus distinctement que ne fait le reste des hommes, qui n'y sont pas accoutumés; tout comme ceux qui se sont beaucoup exercés à voir de fort près les petits objets, tels que les graveurs, les peintres en miniature, &c. acquièrent par ce moyen la facilité & l'habitude de voir ces objets proches & petits beaucoup plus distinctement que les autres hommes. On doit donc supposer que quoique le rayon de dissipation, en voyant les étoiles & les planètes, soit de 2' dans les yeux du commun des hommes, il doit être cependant moindre qu'une minute & peut-être ne pas surpasser une demi minute dans les Astronomes praticiens, & alors le diamètre de la Lune observé par les pinnules simples, ne surpassera le diamètre observé par les pinnules télescopiques que d'environ 1'.

52. De plus, il peut se faire que les observations des anciens Astronomes qui sont venues jusqu'à nous, ne soient pas le produit de leurs jeunes années, mais qu'ils les aient faites, lorsqu'ils étoient devenus fameux & fort avancés en âge, auquel tems, il n'est pas douteux que quelques-uns parmi eux aient corrigé les observations qu'ils avoient faites dans leur jeunesse. Par conséquent leurs yeux étant alors plus aplatis par la vieillesse, en ont été plus propres à voir distinctement dans les grandes distances; & par ce moyen le rayon de dissipation en seroit devenu encore moindre & leurs observations plus approchantes de la vérité. Au moins aurons-nous bientôt occasion de faire voir que c'étoit le cas d'*Hevelius*.

53. Lorsque la nouvelle Lune n'a que trois ou quatre jours, la partie éclairée doit paroître trop large à proportion de la partie obscure & elle doit aussi paroître s'étendre plus en dehors ou avoir un plus grand diamètre que la partie obscure. Car dans la fig. 186. soit CABDE la vraie image de toute la Lune, ABDIA la vraie image de la partie éclairée, AIDEA la vraie image de la partie obscure, *abd* le bord extérieur de la fausse image de la partie obscure, FGH le bord extérieur de la pénombre annulaire de

Apparence
de la nouvelle
Lune.

Fig. 186.

toute la Lune, LGMKL l'apparence totale de la partie éclairée composée de la *vraie image* & de la *pénombre*.

54. Cette apparence totale de la partie éclairée, est manifestement trop large à proportion de la partie obscure, en ce que la *vraie image* de la partie éclairée est augmentée non-seulement de la *pénombre annulaire* LGMDBAL en dehors, dont la largeur BG est égale au *rayon de dissipation*, mais encore d'une *pénombre* semblable intérieure, de la même largeur LKMDIAL; au lieu que la partie obscure est diminuée de tout l'espace que cette dernière *pénombre* occupe.

55. De même, comme par les art. 19, 20, la lumière de la partie obscure diminue à l'extérieur depuis le bord de la *fausse image* abd, il est difficile qu'elle soit visible beaucoup plus en dehors que ce bord, surtout là, où elle est contigue à la lumière plus forte des cornes. Par conséquent elle doit paroître d'un diamètre moindre que la partie éclairée, dont la lumière plus forte est sensible beaucoup en dehors.

56. Par la même raison que la partie éclairée de la nouvelle Lune paroît trop large à proportion de la partie obscure; dans une éclipse du Soleil ou de la Lune, la partie brillante doit paroître trop large à proportion de la partie obscure, ou l'éclipse doit paroître moindre qu'elle n'est effectivement. C'est ce qu'a observé le fameux *Horrox*, notre compatriote. *Nudi oculi defectum semper justo minorem exhibent: at telescopium veram exhibet tum defectus tum diametri lunaris quantitatem.* (Venus in sole visa. cap. 16.). On verra clairement par l'expérience suivante, que l'effet dont nous venons de parler vient de la cause que nous lui avons donnée & non pas du principe qu'on a souvent mis en usage pour expliquer de pareils phénomènes, qui est qu'un objet éclairé affecte la rétine à une plus grande distance que ne fait un objet obscur.

Fig. 187, 188. Soit une représentation de la nouvelle Lune, fig. 187. ou le cercle demi blanc & demi noir, fig. 188, qui soit vu à la distance convenable pour une *vision parfaite*; ces deux figures paroîtront dans leur juste proportion. Qu'on les regarde ensuite à une distance trop petite pour la *vision parfaite*, la partie éclairée paroîtra mordre sur la partie obscure, & s'étendre de même en dehors plus que la partie obscure. Qu'on les éloigne ensuite à une distance trop grande pour la *vision parfaite*, ce qui est facile à ceux qui ont la vue courte & même aux autres, en appliquant à l'œil un verre convexe, & la partie blanche paroîtra de nouveau, mordre sur la partie noire & s'étendre en dehors plus que la partie noire.

N. B. Afin que cette expérience réussisse parfaitement, il faut terminer la figure par une ligne noire, comme on l'a représentée ici, & couper tout le cercle dans un papier blanc, noircir avec de l'encre la partie obscure ou avec du plomb de mer, & placer le papier sur quelque terrain noir.

Apparence
des moindres
planètes.

Fig. 183.

57. Les autres planètes, qui à raison de leur grande distance, paroissent beaucoup plus petites, paroissent aussi plus languissantes, mais beaucoup plus grandes par la *vision indistincte*, que par la *vision parfaite* & leurs diamètres paroissent plus grands à proportion que celui de la Lune.

1. Par exemple, si le diamètre apparent de *Jupiter*, dans sa moyenne distance de la terre, est d'environ 38" étant vu par la *vision parfaite*, & si en le voyant confusément le *rayon de dissipation* est de 2' ou 120", comme on

on l'a supposé ci-devant ; alors par l'art. 37, le cercle $ABDC$, qui représente la *vraie image* de *Jupiter* sur la rétine vu par la *vision parfaite* sera de $38''$ en diamètre ; & le diamètre de l'*image fausse languissante* $Cabd$, également brillante dans toutes ses parties, sera de $202''$, c'est-à-dire, plus de 5 fois le diamètre de *Jupiter* vu par la *vision parfaite*. De plus, autour de cette *image fausse languissante* de *Jupiter*, il y a une *pénombre annulaire* représentée par l'anneau $ab d HGF$ de $38''$ de large, lequel anneau étant ajouté à l'*image fausse languissante* dont on vient de parler, donne $278''$ ou $4'. 38''$ pour la largeur de tout le phénomène, c'est-à-dire, plus de 7 fois le diamètre de l'*image* de *Jupiter* vu par la *vision parfaite*. Mais on doit un peu rabattre de cette quantité, parce que la *pénombre annulaire* ne sçauroit être sensible à son extrémité, par l'art. 39. l'*image* de *Jupiter* étant beaucoup plus petite que celle de la Lune.

2. Si le diamètre apparent de *Mars* à sa distance moyenne de la terre, est de $6''$, par la *vision parfaite* ; la largeur de l'*image fausse languissante* également brillante dans toutes ses parties, sera de $234''$; c'est-à-dire, 39 fois le diamètre de *Mars* vu par la *vision parfaite*.

3. Si le diamètre apparent de *Venus* à sa distance moyenne de la terre est de $18''$, la largeur de l'*image fausse languissante* également brillante dans toutes ses parties, sera $222''$, c'est-à-dire, plus de 12 fois le diamètre de *Venus* vu par la *vision parfaite*.

On peut donc par ce moyen, rendre compte des *rayons adventices*, qui avant Mr. Horrox (*Venus in sole visa* cap. 16) en ont si fort imposé à tous les Astronomes, qu'ils ont cru les diamètres apparents des planètes 9 ou 10 fois plus grands qu'ils ne sont réellement.

58. Lorsque l'une de ces moindres planètes est à sa plus grande distance de la terre, & que par conséquent elle a le moindre diamètre apparent par la *vision parfaite* ; son *image fausse languissante* est alors la plus grande. Car par l'art. 37. Le diamètre de l'*image fausse languissante* est $2r - 2r$: mais lorsque le diamètre apparent est moindre, l'*image* de ce diamètre ou $2r$ est aussi moindre & $2r$ est une quantité constante : donc $2r - 2r$ est alors le plus grand, ou le diamètre de l'*image fausse languissante* est alors le plus grand.

59. Lorsque le diamètre apparent d'une planète vue par la *vision parfaite*, est beaucoup altéré dans sa grandeur, entre la moindre & la moyenne distance de la planète à la terre, le changement dans sa grandeur apparente peut n'être pas considérable par la *vision indistincte*.

1. Par exemple, si l'on suppose que la moyenne distance de *Jupiter* à la terre, soit à sa moindre distance comme 5 est à 4 ; le changement qui se fera dans le diamètre apparent de *Jupiter* par la *vision parfaite* sera de $38''$ à $48''$ à fort peu-près, & cette augmentation de $10''$ sur $38''$ est fort considérable, puisque c'est un quart. Mais le diamètre de l'*image fausse languissante* de *Jupiter* par l'art. 37 est à sa moyenne distance $202''$ & à sa moindre distance $192''$, la différence n'étant que $10''$, & les diamètres de l'apparence totale de *Jupiter* en y comprenant la *pénombre annulaire* sont dans ces distances $278''$ & $288''$ respectivement, dont la différence n'est que $10''$.

2. Si la distance moyenne de *Mars* à la terre est à sa moindre distance comme 3 est à 1, & que le diamètre apparent de *Mars* dans sa distance

moyenne soit 6", son diamètre apparent dans sa moindre distance sera triple ou de 18". Mais le diamètre de l'image fausse languissante de Mars à la distance moyenne, sera par l'art. 37, 234" & à la moindre distance 222", la différence n'étant que 12" sur 222", qui est moindre que $\frac{1}{18}$.

D'où vient que Mars & Venus paroissent ronds lorsqu'ils sont en croissant ou ovales.

60. Lorsque Mars par la vision parfaite doit paroître ovale & que Venus par la vision parfaite doit paroître ovale, ou dichotome, ou en croissant; l'apparence de ces planètes par la vision indistincte est la même que si tout leur disque étoit éclairé.

Par exemple, lorsque Venus dans sa moyenne distance à la terre est dichotome, son image fausse languissante est une ovale sur la ligne de la dichotomie, dont le petit axe est $2r - 2r$, c'est-à-dire, 240" — 18" ou 222" & le grand axe $2r - 2r$, c'est-à-dire, 240" — 9" ou 231", comme on peut le conclure aisément de l'art. 37. & lorsque Venus est en croissant & même fort étroite, ce grand axe est un peu moindre que 240". Mais la différence de 9" ou 18" sur 222" est moindre que $\frac{1}{18}$ ou $\frac{1}{11}$, & une ovale dont les deux diamètres sont 11 & 12 ne peut guères se distinguer d'un cercle parfait, surtout si elle est fort petite.

Apparence des étoiles fixes.

61. Les étoiles fixes paroissent à l'œil sous un angle qui répond au diamètre du cercle de dissipation.

Car par l'art. 37, le diamètre de l'image fausse languissante d'une étoile est $2r - 2r$.

Mais par les observations des meilleurs Astronomes, le diamètre apparent des étoiles fixes les plus brillantes, est si excessivement petit, que même en les regardant avec les plus longs télescopes on ne peut pas juger de leur grandeur, ne paroissant que comme des points brillants. Négligeant donc le diamètre apparent de l'étoile, ou le diamètre de sa vraie image $2r$, celui de son image fausse languissante qui est également brillante dans toutes ses parties, ou $2r - 2r$, art. 37, sera à fort peu-près $2r$.

62. L'image fausse languissante d'une étoile, ou son apparence à l'œil n'est accompagnée d'aucune pénombre sensible.

Car par l'art. 37 le diamètre de toute l'apparence d'un objet circulaire dans l'œil, y compris la pénombre annulaire qui l'environne, est $2r + 2r$, & la largeur de la pénombre annulaire est $2r$. Mais à raison de la petitesse excessive du diamètre apparent d'une étoile $2r$, la pénombre annulaire qui l'environne est même insensible, & toute l'apparence dans l'œil sera la même que celle de l'image fausse languissante, dont nous avons fait voir que le diamètre étoit le même que celui du cercle de dissipation.

Fig. 189.

63. La distance entre deux étoiles paroît à l'œil moindre qu'elle n'est, de deux fois le rayon de dissipation.

Soient les deux cercles $c f g b$, $m n o p$ dont les rayons $c f$, $m n$ sont respectivement égaux au rayon de dissipation; ils représentent par l'art. 61, les images de deux étoiles sur la rétine. La ligne $f n$ représente la distance entre ces images & la ligne $c m$ celle entre leurs centres. Or il est clair que la distance apparente $f n$ sera moindre que $c m$ distance entre les centres des deux étoiles, des quantités $c f$ & $m n$ ajoutées ensemble, c'est-à-dire, de deux fois le rayon de dissipation. De-là il suit évidemment que lorsque la distance entre deux étoiles n'est pas plus de deux fois le rayon de dissipation, elles doivent paroître contigües.

64. Si la distance entre deux étoiles est moindre que deux fois le rayon

de *dissipation*, les deux étoiles doivent paroître comme une seule, plus brillante que l'une des deux prise séparément.

Car puisque chaque étoile paroît sous un angle qui répond à deux fois le *rayon de dissipation*, par l'art. 61, si l'intervalle qui les sépare est moindre que l'ouverture de cet angle, les deux rayons se rencontreront au milieu & une partie des deux *images fausses languissantes* se confondra avec l'autre, & dans l'endroit où elles se confondront, elles seront à fort peu-près deux fois aussi lumineuses que le reste de l'image, de sorte que les deux étoiles auront la même apparence que s'il n'y en avoit qu'une plus brillante au milieu de l'espace que les deux occupent.

65. C'est de la même manière que deux petits objets circulaires vus de fort près, comme deux points d'imprimerie, paroissent tomber l'un sur l'autre & former une image plus forte au milieu, lorsque le *rayon de dissipation* surpasse de beaucoup les diamètres des objets. Comme les points *a, b* étant vus de fort près forment l'apparence, A ou B.

Fig. 190.

66. Une étoile qui s'approche beaucoup du bord d'une planète, peut paroître en dedans du limbe de cette planète, tout comme si la planète étoit transparente & que l'on vit l'étoile au travers.

Etoile vue en dedans de la Lune.

Soit le cercle ABD qui représente la Lune & *c* une étoile fixe fort proche de son bord, par exemple à 8" ou 10" de distance.

Fig. 191.

Je dis que l'étoile paroîtra alors en dedans du limbe de la Lune, comme dans la fig. 192, où *c* représente l'étoile & FGH le limbe de la Lune.

Fig. 192.

Car dans la fig. 193 soit le cercle CABD qui représente la *vraie image* de la Lune sur la rétine : décrivez le cercle concentrique CFGH à la distance AF du *rayon de dissipation*. Par l'art. 20, la circonférence FGH paroîtra comme le limbe de la Lune, & si l'on prend le point *c* fort proche de la circonférence ABD & que de ce centre avec le *rayon de dissipation cf*, on décrive le cercle de *dissipation c f g h*, ce cercle par l'art. 61 représentera l'image de l'étoile sur la rétine. Mais cette image sera presque totalement comprise dans le limbe GFH. Donc l'étoile paroîtra en dedans de ce limbe.

Fig. 193.

Quant au segment circulaire *fg*, qui est hors du limbe, il sera insensible à l'œil, tant à cause de sa petitesse, que parce que le limbe de la Lune n'est pas uni.

Et quant à l'*image fausse languissante* de l'étoile, lorsqu'elle sera environnée d'une lumière aussi forte que celle de la Lune, elle se resserrera d'elle même, du cercle *c f g h*, au cercle plus petit *c m n o*, par les raisons que nous donnerons dans la suite, art. 220, & l'étoile paroîtra non-seulement en dedans du limbe de la Lune, mais dans une distance considérable de ce limbe par dedans.

67. Cela explique les observations dont parle Schickard dans le passage suivant. *Cynthia enim, quando stellis appropinquat, cernitur advenientes amplecti & aliquantulum intra peripheriam perspicuam admittere; ultrinsecus vero exeuntes visui reddere priusquam pervenerint ad oram: quod Maestlinus exemplo Martis, item cordis scorpionis animadvertit anno 1595. Disput. de pass. planet. thes. 158. unde collegit, quodam diaphano velut aëre ambiri: sed hac experientia ulteriori relinquo.*

68. On peut expliquer de même l'apparence de Mars, de Vénus &c. en dedans du limbe de la Lune.

69. La même apparence d'une étoile en dedans du limbe de la Lune,

peut arriver lorsqu'on observe la Lune avec un télescope, si le télescope n'est pas bon, ou si l'œil de l'observateur n'a pas la conformation exacte qui est nécessaire pour la *vision parfaite*.

Car quoique l'objet paroisse assez distinct dans le télescope, si cependant il n'y a point de *vision parfaite*, ce qui par l'art. 8. peut arriver aisément; il y aura un *cercle de dissipation*, & le rayon de la *fausse image languissante* de l'étoile ne fera pas plus grand que le *rayon de dissipation* par l'art. 61. Or l'anneau entre la *vraie image* de la Lune & son limbe apparent sera égal au même rayon, & par conséquent l'image d'une étoile pourra paroître en dedans de cet anneau, c'est-à-dire, en dedans du limbe apparent de la Lune, tout comme si l'anneau & l'*image fausse languissante* avoient eu plus d'étendue.

On peut par-là expliquer l'observation du P. *Feuillée* aussi bien que celle de Mr. de la *Hyre*, qui virent tous deux une étoile en dedans du limbe de la Lune avec un télescope, & ce dernier sçavant a indiqué la vraie cause de ce phénomène comme l'avoit fait avant lui Mr. *Hervox* & plus spécialement l'incomparable *Galilée*.

70. Si l'on regarde un objet rectangulaire à la distance qui convient pour la *vision parfaite*, son image sur la rétine sera rectangulaire (autant que la figure circulaire de la rétine pourra la recevoir) & elle sera proportionnelle à l'angle que l'objet forme dans l'œil, son limbe sera bien terminé, & toutes les parties de la peinture rectangulaire seront également fortes. Par conséquent l'idée qui en résultera dans l'esprit, sera celle d'un rectangle également fort dans toutes ses parties & bien terminé.

Phénomènes
de la vision in-
distincte dans
les objets rec-
tangulaires.

71. Si le même objet rectangulaire est vu à une distance de beaucoup trop petite pour la *vision parfaite*, la peinture sur la rétine sera toujours rectangulaire; mais sa longueur & sa largeur seront plus grandes que dans la proportion des angles compris dans l'œil par la longueur & par la largeur de l'objet. Cette peinture ne sera pas non plus également forte dans toutes ses parties; mais le milieu en sera plus fort & il sera environné d'une *pénombre* qui devient par degrés plus languissante vers l'extérieur, par où le limbe paroîtra indistinct & mal terminé. Par conséquent, l'idée qui en résultera dans l'esprit, sera celle d'un rectangle trop grand & trop foible & confus vers le limbe; c'est-à-dire, qu'au lieu de l'apparence A, on aura l'apparence B, ou C, ou D.

Fig. 198.

Fig. 199.

Car soit le rectangle $ABDC$, qui représente l'espace rectangulaire sur la rétine, que l'image de l'objet auroit occupé, si elle avoit été distincte: ou ce qui revient au même, soit $ABDC$ l'espace rectangulaire sur la rétine qui est occupé par les centres de tous les pinceaux des rayons qui appartiennent à l'image indistincte de l'objet. J'appellerai ce rectangle $ABDC$ la *vraie image* de l'objet. Soit aussi le cercle $fghe$ dont le centre e se trouve dans la périphérie du rectangle $ABDC$, qui représente l'espace circulaire sur la rétine, occupé par l'un des pinceaux extrêmes des rayons qui viennent de l'objet, c'est-à-dire, soit $fghe$ le *cercle de dissipation* & son rayon ef le *rayon de dissipation*. Menez la ligne ac parallèle à AC & qui touche le cercle de dissipation $fghe$ au point f en dedans du rectangle, & achevez le rectangle $abcd$ dont les côtés soient parallèles à ceux du rectangle $ABDC$ & partout éloignés de ceux-ci de la distance ef du *rayon de dissipation*.

72. Je dis donc 1°. que la portion de l'objet rectangulaire qui est représentée par le rectangle $abcd$, sera également forte dans toutes ses parties

& qu'elle sera de la même force, que si l'image de l'objet avoit été parfaitement distincte.

Pour le prouver, soient les rectangles $ABDC$, $abdc$ qui représentent les mêmes choses que ci-devant, & choisissant un point à volonté, comme e en dedans du rectangle $abdc$, de ce point comme centre, avec le rayon de dissipation ef , on décrira le cercle de dissipation $efgh$. Fig. 196.

Il est clair que le point e doit recevoir la lumière de tous les points du cercle $efgh$ où il disperse sa propre lumière, & par conséquent il doit recevoir la même quantité de lumière qu'il perd par la dissipation. Il doit donc être éclairé aussi fortement, que s'il n'y avoit point de dissipation de lumière, & que l'image eût été parfaitement distincte. Et comme on peut dire la même chose de tous les points qui sont en dedans du rectangle $abdc$, tout ce rectangle doit être aussi fortement éclairé, que si l'image avoit été parfaitement distincte, & il doit être également fort dans toutes ses parties. Nous appellerons ce rectangle, $abdc$ la *fausse image*.

73. Je dis 2°. que l'aire rectangulaire ou la bordure $ABDC$ $cabd$ comprise entre les périmètres de ces deux rectangles, ne sera pas aussi fortement éclairée que l'image fausse $abdc$ & qu'elle deviendra par degrés plus foible vers son bord extérieur.

Car soient les rectangles $ABDC$, $abdc$ qui représentent les mêmes choses que ci-devant, & prenant deux points dans l'aire rectangulaire $ABDC$ $cabd$, l'un plus en dedans, comme e & l'autre plus en dehors, comme m , des centres e & m , avec les rayons ef , mn , égaux chacun au rayon de dissipation, tracez les deux cercles $efgh$, mnp , qui coupent les lignes AC , BD aux points h & f , n & o , respectivement. Fig. 197.

Il est évident que les points e & m ne recevront pas la lumière des cercles entiers dont ils sont les centres, mais seulement des segments hfg , npo respectivement. Donc chacun de ces points sera moins éclairé, qu'aucun point du rectangle $abdc$. Mais aussi le segment hgf qui porte sa lumière sur le point e plus intérieur, est plus grand que le segment npo qui porte sa lumière sur le point m plus extérieur. Donc le point e plus intérieur sera plus fortement éclairé que le point m plus extérieur, ou l'aire rectangulaire $ABDC$ $cabd$ décroîtra par degrés en quantité de lumière vers l'extrémité extérieure.

74. Je dis 3°. qu'outre l'aire rectangulaire décrite en dernier lieu, laquelle est plus obscure que la *fausse image* $abdc$, il paroîtra une autre aire rectangulaire, placée en dehors de la *vraie image* ou du rectangle $ABDC$, qui sera plus obscure que la première, & dont la lumière diminuera aussi par degrés vers le dehors jusqu'à disparaître totalement.

Car soit le rectangle $ABDC$ qui représente encore la *vraie image*, le rectangle $abdc$ la *fausse image* & $efgh$ le cercle de dissipation, dont le centre e est dans BD l'un des côtés de la *vraie image*. Menez GF parallèle à BD , qui touche le cercle $efgh$ dans son point extérieur f , & achevez le rectangle $GFHI$, éloigné de tous côtés du rectangle $ABDC$ de la longueur du rayon de dissipation ef . Fig. 198.

On aura entre les deux périmètres $ABDC$, & $GFHI$, une nouvelle aire rectangulaire, qui recevra la lumière des pinceaux dont les centres sont situés dans la première aire rectangulaire $ABDC$ $cabd$; mais elle sera plus obscure que la première, & sa lumière diminuera par degrés

vers le bord extérieur, jusqu'à disparaître totalement. Cela est manifeste par l'inspection de la figure, où la lumière reçue par le point e placé dans le bord intérieur de cette aire, est mesurée par le segment ou demi-cercle hg , & la lumière reçue par le point m placé auprès du bord extérieur, est mesurée par le segment plus petit no .

75. Il suit de ce qu'on a dit dans les art. 71, 72, 73, 74, & de l'inspection des figures, que le rectangle $abdc$, ou la *fausse image*, est la seule partie qui a toute sa lumière, & que les deux aires rectangulaires $abdc$ CABD, & ABDCHIGF, décroissent toutes deux en lumière, précisément de la même manière depuis $abdc$ jusqu'à IG FH. C'est pour cela, & parce que nous n'aurons pas occasion dans la suite de considérer ces deux aires rectangulaires séparément l'une de l'autre, que nous allons les regarder comme une aire simple $abdc$ HIGF, que nous appellerons désormais *pénombre rectangulaire*.

76. Mais nous ne devons pas oublier d'observer, que cette *pénombre* que nous appellons rectangulaire, ne l'est pas à la rigueur, & qu'elle n'est pas exactement telle que nous l'avons représentée, mais qu'elle est écornée à peu près de la manière suivante.

Fig. 199.

Soit cab un angle de la *fausse image*, CAB l'angle de la *vraie* & HIG l'angle de la *pénombre rectangulaire*. Du centre A avec le rayon de dissipation Ag, décrivez le cercle de dissipation Agfeb, qui touche les lignes IG, IH en g & b respectivement; & prolongez la ligne ca , jusqu'à ce qu'elle coupe GI en quelque point l , & ba jusqu'à ce qu'elle coupe HI en m . Il est évident par la construction, que ces deux lignes cl , bm toucheront le cercle $ehgf$ aux points f & e respectivement.

Il est encore manifeste que le point I étant plus éloigné de chacun des points même les plus proches de la *vraie image*, comme A, que n'est la longueur du rayon de dissipation, ne peut recevoir aucune lumière de cette image. Et cela est également vrai de tous les points qui sont dans l'espace gIh , compris entre les deux tangentes, gI , hI & l'arc gh . Donc la *pénombre rectangulaire* ne s'étend à aucun point de cet espace.

De plus, le point f reçoit la lumière d'un demi-cercle de la *vraie image*, comme on le voit clairement par cette figure comparée avec la 198^e; mais le point A ne reçoit de la lumière que d'un quart de cercle de la *vraie image*. Donc la lumière de la *pénombre* de f en A doit être plus foible que de f vers B, & elle doit diminuer par degrés dans toute la route de f en A.

On voit aussi aisément, que le bord extérieur de la *pénombre*, qui est par-tout également lumineux dans la ligne GI, commence à décliner vers le point l & décroît par degrés de l en g où la lumière disparaît.

Il est aussi évident par l'art. 73, que la lumière qui est également forte le long du bord de la *fausse image* de b en a , commence à décliner au point a & devient par degrés plus foible de a en c .

Il est donc manifeste que dans chaque parallèle à la ligne AB, la *pénombre* devient plus foible hors de la ligne lfa , ou vers b , qu'en dedans de cette ligne ou vers B.

On trouvera de même que dans chaque parallèle à la ligne AC, la *pénombre* est plus foible hors de la ligne mca ou vers g , qu'en dedans de cette ligne, ou vers C.

On peut donc regarder les lignes lfa , mea comme les bornes de la *pénombre*; puisque la partie de cette *pénombre* qui paroît dans l'angle lam est beaucoup plus foible, que celle qui paroît en dedans des angles lab , mac .

77. Donc la *fausse image* & la *pénombre* qui l'environne, doivent avoir l'apparence de la fig. 200, où les mêmes lettres désignent les mêmes points que ci-devant. Et en effet, c'est ainsi que paroît le coin d'un mur élevé ou fort éloigné, ou d'une tour quarrée, vue par une personne qui a la vue courte, ou par toute autre avec des lunettes, ou avec un verre convexe, contre la lumière du jour.

Fig. 200.

78. C'est par la même raison, qu'une pyramide ou l'aiguille d'une Eglise paroît dans les mêmes circonstances, comme trois différentes aiguilles, l'une plus forte & plus basse comme cab , les autres deux plus foibles & plus élevées, comme Hmb , Glc , & si l'on en fait l'expérience, on verra que c'est là à peu près l'apparence. Je dis à peu près, parce que cette apparence aussi bien que celle de l'article précédent varie un peu, par la raison que nous en donnerons dans la suite, art. 199, 200, &c.

Fig. 201.

79. Si le *rayon de dissipation* augmente, l'*image fausse* $abdc$ diminuera tant en longueur qu'en largeur; mais la largeur diminuera plus à proportion que la longueur; à mesure que les rayons égaux ef , ef seront pris tous deux hors de la largeur & de la longueur comme dans cette fig. 202.

Fig. 202.

80. Si le *rayon de dissipation* étoit égal à la moitié de la largeur de la *vraie image*, l'*image fausse* deviendrait une ligne droite ac .

81. Si le *rayon de dissipation* surpasse la moitié de la largeur de la *vraie image*, il n'y aura point d'*image fausse languissante* également éclairée dans toutes ses parties, comme dans le cas de l'objet circulaire, art. 24, mais toute l'*image* du rectangle ne sera qu'une *pénombre* plus forte dans le milieu, & qui décroîtra par degrés de part & d'autre vers les bords extérieurs.

Fig. 203.

Car le point e placé au milieu de la largeur du rectangle, reçoit la lumière de chaque point dans son *cercle de dissipation*, excepté des deux segments fg , hi . La mesure de sa lumière est donc l'espace $fgbi$.

Fig. 204.

La mesure de la lumière qui tombe sur le point k plus proche du bord que le point e , est l'espace $lmon$, moindre que $fgbi$, comme on le voit aisément.

La mesure de la lumière qui tombe sur le point p encore plus extérieur que le point k , est l'espace ou segment rqs , moindre que $lmon$.

Et la mesure de la lumière qui tombe sur le point t , qui est dans le bord même de la *vraie image*, est le segment ou demi-cercle uvw , encore moindre que rqs .

Donc la lumière de toute l'apparence diminue depuis le milieu des deux côtés de la largeur, & vers les bords de la *vraie image* AB & CD , la *pénombre* diminue aussi en longueur. Car le point x dans la ligne AC , dont la distance au point A est xA égale au *rayon de dissipation*, sera éclairé par le demi-cercle Axy ; mais les points entre x & A , seront éclairés par une quantité moindre que le demi-cercle, & le point A ne sera éclairé que par le quart de cercle, & chaque point de la *pénombre* au-delà de A dans la ligne xA prolongée sera éclairé par une quantité moindre que le quart

de cercle. Donc les extrémités de la *pénombre* vers AB & CD, seront plus foibles que les autres parties.

Fig. 105.

82. Si le *rayon de dissipation* surpasse toute la largeur de la *vraie image*, la *pénombre* sera plus languissante à proportion de cet excès, mais le milieu sera toujours plus fort, & la lumière décroîtra depuis le milieu vers les extrémités, comme on le voit clairement par la fig. 205.

83. Lorsque le *rayon de dissipation* est fort grand à proportion de la largeur de la *vraie image*, la *pénombre* sera fort languissante, mais elle décroît fort lentement & presque insensiblement, excepté fort proche du bord extérieur.

Car imaginons que les deux côtés de la *vraie image* s'approchent beaucoup l'un de l'autre; il est clair que les différentes portions des cercles égaux *fgih*, *lmon*, *qrst* & *yz* par où les points *e*, *k*, *p* & *x* sont respectivement éclairés, décroissent fort lentement, en égard aux distances des points *k*, *p* & *x* au milieu de l'image.

Fig. 106.

84. Fort proche du bord la *pénombre* décroît très-vîte.

Car la lumière portée sur le point *e* fort près du bord de la *pénombre*, sera mesurée par le segment *fg*, & la lumière portée sur le point *h* un peu plus proche de ce bord, sera mesurée par le segment *ik*. Mais le segment *ik* est beaucoup moindre que *fg*.

85. La partie de la *pénombre* proche de son bord, où la lumière décroît fort vîte, est à fort peu près égale à la largeur de la *vraie image*. Cela se voit aisément par l'inspection de la fig. 206. Car si le point *e* étoit éloigné de la ligne GF précisément de la longueur de CD, son *cercle de dissipation* toucheroit la ligne AC, & en poussant le point *e* plus en dehors, son segment de lumière *fg* décroîtroit fort vîte.

86. Lorsque le *rayon de dissipation* est très-grand à proportion de la largeur de la *vraie image*, la partie voisine du bord où la *pénombre* décroît fort vîte, est insensible, & toute la *pénombre* décroît insensiblement de lumière depuis le milieu vers le bord extérieur.

87. Une ligne étroite, par exemple, un trait dans cette impression, étant vue de fort proche, paroît fort large & languissante, & presque également foible dans toute sa largeur. Cela suit des art. 83, 84, 85, 86.

Deux parallèles paroissent une ligne seule.

Fig. 107.

88. Deux lignes parallèles menées fort proches l'une de l'autre, lorsqu'on les voit de fort près, paroissent n'être qu'une seule ligne. Les deux lignes A peuvent paroître comme B, si on les regarde de fort près.

Car par l'art. 87. chacune de ces lignes doit paroître comme une ligne foible & large, & étant proches l'une de l'autre, leurs *pénombres* se rencontrent au milieu, & l'endroit où elles se rencontrent doit paroître à fort peu près d'une double force.

89. Deux lignes étroites qui forment un petit angle, étant vues de fort près, peuvent former l'apparence d'un coin renversé environné d'une *pénombre*.

Fig. 108.

Les deux lignes C peuvent paroître comme D étant vues de fort près.

Cela se prouve aisément de la même manière que l'art. 88.

90. Un cercle sur un papier blanc, terminé par une ligne ou circonférence noire & étroite, étant vu de fort près, paroît moindre que s'il étoit vu distinctement. Mais la ligne étroite qui l'environne, paroît large & languissante, & elle est plus forte en dedans ou dans le côté concave qu'en dehors



dehors. Toute la largeur de cette apparence languissante ou *pénombre*, est égale à deux fois le *rayon de dissipation* ajouté à la largeur de la ligne circulaire. C'est-à-dire, qu'au lieu de l'apparence A, on aura l'apparence B.

Fig. 209.

Car soit AB, qui représente une partie de la ligne circulaire, laquelle termine le cercle décrit avec le rayon EA, & soit *ehgi* un *demi-cercle de dissipation*, dont le centre *e* est dans le bord extérieur de la ligne circulaire étroite AB, & qui coupe le rayon *Ee* prolongé dans le point *g*. Soit aussi *ebfi* un autre *demi-cercle de dissipation*, dont le centre *e* est sur le bord intérieur de la même ligne circulaire AB, & qui coupe le rayon *eE* dans le point *f*.

Fig. 210.

Il est évident que l'apparence languissante, ou *pénombre*, de la ligne circulaire AB doit s'étendre en dedans jusqu'au point *f*, & en dehors jusqu'au point *g*; ou que toute la largeur de la *pénombre* doit être égale à deux *rayons de dissipation* *ef* & *eg*, ajoutés à la largeur de la ligne circulaire AB.

Par conséquent, le rayon *Ee* du cercle blanc, doit dans cette apparence être diminué jusqu'à *Ef*, la partie *fe* étant occupée par la *pénombre*.

91. Je dis de plus, que cette *pénombre* sera plus forte dans son bord intérieur que dans l'extérieur.

Car soit la ligne circulaire étroite représentée par l'anneau compris entre les deux lignes circulaires AB & CD. On a fait ici cet anneau fort large pour mieux distinguer les parties dont nous allons parler. Du centre E menez le rayon *Ei* qui coupe les bords intérieur & extérieur de cet anneau aux points *i*, *q* respectivement. Ensuite prenant dans ce rayon les deux distances égales *ie* & *qm*, chacune moindre que le *rayon de dissipation*; décrivez des centres *e* & *m*, avec le *rayon de dissipation*, les arcs *fbg*, *npo*, qui coupent les lignes circulaires CD, AB aux points *f* & *g*, *n* & *o* respectivement.

Fig. 211.

Le segment circulaire *figh* représentera la quantité de l'ombre qui tombe de l'anneau sur le point intérieur *e*;

Et le segment circulaire *nqop* représentera la quantité de l'ombre qui tombe de l'anneau sur le point extérieur *m*;

Et si par le point *i* on mène la ligne droite *rs* perpendiculaire au rayon *Ei*, & par le point *q* la droite *vt* perpendiculaire au même rayon: l'espace intercepté entre ces lignes *rs*, *vt*, pourra être regardé comme un objet rectangulaire de la même largeur que l'objet circulaire ou anneau ABCD.

Mais par l'inspection de la figure, le segment circulaire *figh* est plus grand que celui qui seroit coupé dans l'objet rectangulaire, par le *cercle de dissipation*, dont le centre est *e*, & dont le rayon est *eh*.

Et le segment circulaire *nqop* est moindre que celui qui seroit coupé dans l'objet rectangulaire, par le *cercle de dissipation*, dont le centre est *m* & le rayon *mp*.

Donc l'ombre portée sur le point *e* par le segment circulaire *figh*, est plus grande que celle qui est portée sur le point *m* par le segment circulaire *nqop*, c'est-à-dire, que le point intérieur *e* paroîtra plus noir que le point extérieur *m*, ou que la *pénombre* sera plus forte en dedans qu'en dehors.

92. Puisque la largeur de la *pénombre* en dedans est égale au *rayon de*
Tom. I. K k

Tache noire au centre. *dissipation*, il est clair que plus ce rayon croît, plus le rayon Ef (fig. 210) du cercle blanc diminue. Et lorsque le *rayon de dissipation* devient égal au rayon Ee , le cercle blanc disparaît entièrement, & l'on voit à sa place au centre E une tache noire, environnée d'une *pénombre* dont le rayon est double de Ee , rayon de la ligne circulaire. Et c'est ce que l'expérience nous apprend, lorsqu'une telle ligne circulaire est de beaucoup trop proche ou trop éloignée pour être vue distinctement. Car alors l'objet A paroît comme B , E comme C , & I comme D . Mais pour bien faire l'expérience, il faut proportionner la ligne circulaire à la distance.

Fig. 212.

Mesurer le rayon de dissipation. 93. Cela nous fournit une bonne méthode pour trouver par expérience le *rayon de dissipation* dans toutes les distances hors des limites de la *vision parfaite*.

Tracez sur un papier blanc, avec une forte ligne noire, la circonférence d'un cercle, & placez ce papier à peu près à la plus grande distance où votre oeil puisse voir un objet distinctement. Ensuite en vous éloignant par degrés du papier, remarquez à quelle distance le cercle blanc en B paroît égal en largeur à la *pénombre* d'un côté ou d'autre. Le *rayon de dissipation* à cette distance, sera à fort peu près égal à la moitié du rayon de la *vraie image* du cercle.

Outre cela, éloignez-vous encore du papier, jusqu'à ce que le cercle blanc disparoisse, & que la tache centrale noire commence à paroître. Alors le *rayon de dissipation* sera précisément égal au rayon de la *vraie image* du cercle.

Mais on trouvera aisément le rayon de la *vraie image* du cercle pour chaque distance par l'art. 380 de ce livre d'Optique, & par conséquent on déterminera la grandeur du *rayon de dissipation* pour la même distance.

94. Lorsque le *rayon de dissipation* surpasse le rayon de la *vraie image*, il doit paroître au milieu une tache circulaire également forte dans toutes ses parties, environnée d'une *pénombre* plus foible que la tache, de sorte que cette tache sera une *image fausse languissante* de la ligne circulaire, comme l'*image fausse languissante* de l'objet circulaire dans l'art. 23, & la largeur de cette tache circulaire, ou *image fausse languissante*, sera égale à la différence entre le *rayon de dissipation* & le rayon de la *vraie image*.

Cela se démontre aisément de la même manière qu'on a prouvé l'art. 23, par la fig. 177, dans laquelle la circonférence ABD représente la *vraie image* de la ligne circulaire dont le rayon est r ; $cbfgh$ le *cercle de dissipation*, dont le rayon est ρ . Le cercle $Cabd$ représente la tache centrale, dont le rayon est $\rho - r$; le cercle $CHFG$ toute l'apparence, dont le rayon est $r + \rho$ & l'anneau $abdeFHG$ la *pénombre* autour de la tache centrale, & dont la largeur est $2r$.

Autre manière de mesurer le même rayon. 95. Lorsque le *rayon de dissipation* est égal au diamètre de la *vraie image* de la ligne circulaire, la tache centrale est alors égale en largeur à la *vraie image*, & aussi égale en largeur à la *pénombre* qui environne le point central.

Car $\rho - r$ rayon de la tache est maintenant égal à $2r - r = r$, & son diamètre est $2r$ égal à la largeur de la *pénombre*.

Ainsi nous avons une autre manière de mesurer le *rayon de dissipation*, qui doit être égal à deux fois le rayon de la *vraie image*, lorsque l'*image fausse languissante* ou la tache centrale paroît égale en largeur à la *pénombre*.

96. La tache centrale dont nous avons parlé, paroît quelquefois de couleur de pourpre, au lieu d'être noire.

Tache de pourpre dans le centre.

Je crois que cela arrive par la raison suivante. Au tems de cette apparence, le *rayon de dissipation* surpasse le rayon de la *vraie image* d'un peu plus que la largeur de la ligne circulaire, comme dans la fig. 213, où ABD représente la ligne circulaire, & Cfgb le *cercle de dissipation* qui prend un anneau étroit de papier blanc au-delà de la ligne circulaire.

Fig. 213.

Cet anneau de blanc portera donc une portion de sa lumière sur la tache centrale, laquelle étant dissipée le plus loin des centres des pinceaux dans l'anneau blanc, sera composée des rayons les moins réfrangibles ou des rayons rouges. Mais ce rouge étant mêlé avec la couleur noire bleuâtre de la tache centrale, doit donner la couleur de pourpre.

97. Lorsque cette tache centrale commence à paroître, si l'œil continue d'être fixé sur elle attentivement, ou si le Soleil fort subitement des nuages, ou si dans la nuit on mouche une chandelle, de manière qu'elle éclaire beaucoup plus, dans tous ces cas la tache disparoît, & l'on voit à sa place un petit cercle blanc.

Car dans tous ces cas la prunelle se resserre & prend une ouverture plus étroite, & le *rayon de dissipation* qui est toujours proportionnel à cette ouverture, en est par-là diminué, de manière que ce rayon, qui au commencement étoit égal à celui de la *vraie image*, est maintenant moindre, & par conséquent on ne doit plus voir de tache, mais seulement un petit cercle blanc, par l'art. 92.

98. La circonférence d'une ovale doit donner les mêmes phénomènes que celle du cercle, & par la même raison. Seulement la tache centrale sera ovale, & lorsqu'il n'y a point de tache centrale, la *pénombre* sera plus forte dans la partie plus concave de l'ovale, que dans celle qui l'est moins.

Ovales vues confusément.

L'ovale A paroîtra comme B ou C.

Fig. 214.

99. On voit aisément par les articles précédents, la raison pour laquelle un livre d'un petit caractère que l'on tient fort proche de l'œil, paroît totalement confus. Car comme les lettres sont composées, ou de lignes parallèles les unes aux autres, comme *m, n, il, it*, &c. ou de lignes inclinées les unes aux autres, comme *v, w*; ou de lignes circulaires, ou ovales, ou moitié ovales, comme *O, o, c, e*; ou d'un mélange de ces lignes, comme *b, d, p, q*; il est clair par ce qui a été dit ci-devant, que lorsqu'on les voit de fort près, elles forment non-seulement de grandes *pénombres*, ce qui les rend mal terminées, mais elles donnent l'apparence de lignes étrangères formées par l'union de ces *pénombres* entre les lignes parallèles ou inclinées des lettres; il se forme aussi des taches centrales dans les lettres circulaires, ou ovales ou mixtes; ce qui rend la vraie figure des lettres tout-à-fait confuse & indistincte.

Lettres d'un livre par la vision confuse.

100. Mais un caractère beaucoup plus gros que celui dont on vient de parler, étant vu à la même distance, ne sera pas accompagné de l'apparence de ces lignes étrangères ou de ces taches; parce que les *pénombres* ne se rencontreront plus au milieu, l'espace étant trop grand entr'elles, & par conséquent les lettres paroîtront seulement mal terminées & un peu indistinctes, mais non pas totalement confuses.

101. Si l'on voit le petit caractère à une distance un peu plus grande que celle de l'art. 99, il paroîtra seulement mal terminé & un peu indistinct à

Kk ij

cause des *pénombres* : mais il ne paroîtra pas totalement confus ; parce qu'il n'est plus accompagné de lignes étrangères ou de taches , les pinceaux ne se répandant pas assez , pour faire mêler les *pénombres* des côtés opposés & former par ce moyen, ces lignes ou taches.

102. Si l'on regarde le plus gros caractère à la même distance que le petit de l'art. précédent , il paroîtra moins indistinct que le petit , pour deux raisons.

1°. Les lignes étant plus épaisses, formeront une apparence plus forte dans le milieu , par l'art. 71 ; ce qui effacera en quelque manière la *pénombre*, sur tout vers le bord où elle est plus foible , de sorte que toute la *pénombre* paroîtra en même-tems plus foible & plus étroite , & par conséquent elle occupera moins de l'intervalle vuide entre les traits des lettres que dans le petit caractère.

2°. Cet intervalle est par lui-même plus grand que dans les petits caractères , & par-là il représente les traits des lettres plus séparés & plus distincts les uns des autres.

103. Si l'on regarde les deux imprimés à une distance encore plus grande , les *pénombres* deviendront moindres , de sorte que les petits caractères ne paroîtront que peu indistincts , & les grands point du tout , par les mêmes raisons que nous avons données dans les articles précédents.

Et dans ce cas , comme l'œil n'apperoit aucune confusion dans les gros caractères , cette sorte de vision qui se nomme imparfaitement distincte , parce que les rayons d'un pinceau ne sont pas réunis exactement en un point sur la rétine , ne peut pas se distinguer par les sens , de la *vision parfaite*.

Points à examiner.

104. Nous n'avons jusqu'ici considéré la *vision parfaite* & la *vision distincte*, que sur le pied d'une disposition donnée de l'œil , & à cet égard on a fait voir , que la *vision parfaite* dépend uniquement de la distance de l'objet , & que la *vision distincte* dépend de la distance & de la grandeur de l'objet conjointement.

Il reste à examiner si l'on peut procurer l'une de ces sortes de visions par un changement de dispositions dans l'œil , & il se présente ici quelques points curieux à discuter.

I. Si la *vision parfaite*, dans un œil donné , est bornée à une distance déterminée & invariable , ou si l'on peut se la procurer à différentes distances par quelque changement dans la conformation de l'œil donné.

II. Quelles sont les limites , qui renferment ces différentes distances , ou quelle est la plus grande & la moindre distance , dans laquelle on peut procurer à un œil donné la *vision parfaite* , par le changement de sa conformation.

III. En quoi consiste le changement qui se fait dans la conformation de l'œil , pour avoir la *vision parfaite* à différentes distances.

IV. Par quels moyens peut-on rendre la *vision distincte* , lorsqu'elle ne peut pas être *parfaite* , ou au moins faire en sorte qu'elle ne soit pas aussi indistincte qu'elle la seroit autrement.

V. Quel est le changement qui se fait dans l'œil , soit par l'habitude , ou par la vieillesse.

VI. Quel est le moindre objet , ou le moindre angle que l'œil soit capable de distinguer.

Je vais répondre à ces questions l'une après l'autre.

I.

104. Quant au premier point, tous les Auteurs que je connois, sont d'un même sentiment, excepté Mr. de la Hire, qui croit (*Traité des différents accidens de la vue*) que les rayons d'un pinceau ne se ramassent exactement en un point sur la rétine, c'est-à-dire, qu'il n'y a de vision parfaite, que lorsque l'objet est à une certaine distance déterminée & convenable à l'œil de l'observateur. Les autres soutiennent que la distance de l'objet peut varier, & que cependant les rayons du pinceau seront toujours exactement réunis sur la rétine.

Sil'œil change de conformation à différentes distances pour la vision parfaite.

On a rapporté brièvement dans les remarques sur le chap. 3^e. de cette Optique, l'expérience sur laquelle Mr. de la Hire a fondé son opinion, & on a fait voir pleinement qu'elle n'étoit pas concluante. Le Dr. Porterfield dans les *Essais de médecine d'Edimbourg* vol. 4. a fait la même chose, & il a démontré clairement par une expérience très bien imaginée, la vérité de l'opinion commune, que l'œil a la force d'altérer sa conformation de manière à voir distinctement à différentes distances.

J'ai fait moi-même à mes heures de loisir, les années passées, un grand nombre d'expériences, en regardant par deux trous d'épingle, & quelquefois par un plus grand nombre, ou par deux fentes étroites proches l'une de l'autre dans une carte, quelquefois par une épingle que je tenois directement devant mon œil, ce qui fait le même effet que l'intervalle étroit entre deux trous d'épingle, ou entre les fentes d'une carte. Et les objets que je regardois étoient quelquefois ronds, comme un trou d'épingle dans une carte placée devant une chandelle; quelquefois longs, comme une fente étroite placée devant un lambris fortement éclairé par une chandelle qui étoit cachée à l'œil, ou une ligne noire forte sur un papier blanc placé vis-à-vis une fenêtre: & par ces expériences j'ai trouvé que la plus courte distance à laquelle je pouvois voir d'un œil seul quelqu'un de ces objets séparément, par les deux trous d'épingle, ou par les deux fentes, ou des deux côtés de l'épingle, étoit 40 pouces; mais je pouvois les voir quelquefois distinctement à de plus grandes distances, comme de 50, 60, &c. jusques à 90 pouces ou plus. Mais comme mes yeux sont maintenant affoiblis considérablement, par rapport à leur force pour voir distinctement à de petites distances, & comme les expériences du Dr. Porterfield me paroissent mieux imaginées & faites avec plus de méthode que les miennes, je me rends entièrement à la preuve qu'il a donnée, que l'œil a le pouvoir d'altérer sa conformation de manière à voir les objets parfaitement distincts à différentes distances.

II.

106. Je viens donc au second point, où il s'agit d'examiner quelle est la moindre & la plus grande distance, à laquelle on peut se procurer la vision parfaite. La première de ces limites, ou la moindre distance se détermine aisément. Car outre l'expérience du Dr. Porterfield, qui la détermine d'environ 7 pouces pour son œil, nous avons l'expérience du commun des hommes dans

Limites de la vision parfaite.

la force de leur âge , lorsque leurs yeux ne sont pas encore affoiblis , qui en regardant de petits objets , comme les divisions d'un compas de proportion , d'une échelle décimale d'un demi pouce , ou en examinant la finesse d'un linge , d'une toile de Cambray &c. ou en choisissant des dentelles &c. approchent les objets à 5 , 6 ou 7 pouces de l'œil , par où l'on peut raisonnablement présumer , que la plus courte distance pour la *vision parfaite* est communément de 5 , 6 ou 7 pouces , & je prouverai cela dans la suite par une autre méthode.

107. Mais quant à l'autre limite , qui est la plus grande distance où l'on peut se procurer la vision parfaite , elle est un peu plus difficile à déterminer. Le Dr. *Porterfield* l'a déterminée pour son œil propre à 27 pouces. Mais on peut présumer raisonnablement que cette distance est de beaucoup plus grande pour le commun des yeux , à en juger par la distinction avec laquelle nous voyons une petite pluie , en nous promenant dans une place , & en sortant d'une église , & à 6 ou 8 pieds de la porte en dedans ; ou lorsque nous regardons les petits filaments de soie sur lesquels les araignées se portent elles-mêmes dans l'air , à de plus grandes distances , ou le fil d'un cerf volant d'un enfant , à une plus grande hauteur dans l'air. Or pour trouver quelle est cette distance à l'égard d'un œil donné , il est à propos de déterminer le *rayon de dissipation* à quelque grande distance par les art. 93 ou 95 , ou plutôt par les art. 63 ou 64 , & de calculer par là , la moindre distance à laquelle le *rayon de dissipation* doit s'évanouir , cette moindre distance étant la dernière limite de la *vision parfaite*. Mais il faut considérer pour cela les mesures de quelques parties de l'œil.

108 Dans ces mesures , je suivrai communément l'illustre Mr. *Petit* (*Mem. de l'Acad. Royale des Sciences.* 1728 , 1730) qui s'est plus appliqué à les examiner qu'aucun Auteur que je connoisse. Mais je les réduirai aux dixièmes de pouce de *Londres* & aux décimales de ces dixièmes , au lieu des lignes françoises , en suivant la proportion que m'a donné Mr. *Georges Graham* entre la verge de *Londres* & la demi toise de *Paris* & qu'il a tirée de quelques mesures fort exactes que la *Société Royale & l'Académie Royale des Sciences de Paris* se sont communiquées , & qui est celle de 36 à 38 , 355.

	dixièmes de pouce.
Le rayon de la convexité de la cornée est communément	3 , 3294
Le rayon de la convexité antérieure du crystallin , en prenant le milieu sur 26 yeux , est	3 , 3081
Le rayon de la convexité postérieure du crystallin , -- par le même milieu ,	2 , 5056
L'axe ou la plus grande épaisseur du crystallin , par le même milieu ,	1 , 8525
L'axe de la cornée & de l'humeur aqueuse jointes ensemble est communément.	1 , 0358

109. La réfraction de l'humeur aqueuse , ou la proportion entre les sinus d'incidence & de réfraction , est ici supposée la même que celle de l'air dans l'eau , c'est-à-dire , de 4 à 3.

110. Nous supposons que la réfraction de la *cornée* est la même que celle de l'humeur aqueuse , de manière que les rayons incidents ne souffrent point de nouvelle réfraction , en passant de la *cornée* dans l'humeur aqueuse ,

111. On suppose que la proportion entre les sinus d'incidence & de réfraction, en passant de l'humeur aqueuse dans le crySTALLIN, est celle de 13 à 12, & en passant du crySTALLIN dans l'humeur vitrée, celle de 12 à 13.

Mr. *Hauvkshée* (*Expériences physico-mechaniques*) fait cette proportion un peu plus grande sur le crySTALLIN d'un bœuf; & le Dr. *Pemberton* (*Dissertatio physico-medica*) panche à la faire un peu plus petite, mais il dit que son expérience n'avoit pas été faite assez exactement.

112. En calculant sur ces mesures & réfractions, on trouvera par l'art. 369 de ce livre d'Optique, qu'un tel œil réunit les rayons parallèles en un point à la distance AM de la surface extérieure de la cornée de 8,9993 dixièmes, que fM est 23,9562, $AL = 5,3732$, $IL = 2,0559$ & le rectangle $IL \times fM = 49,2526$.

Fig. 215.

113. Donc si AP, la plus grande distance à laquelle un œil puisse ramasser en un point les rayons d'un objet, est de 27 pouces, ou 270 dixièmes, MS sera par l'art. 370 de cette Optique de 0,1861; & il faudra que la rétine soit située autant en arrière du point M, pour avoir la vision parfaite à la distance de 27 pouces; & dans toutes les distances plus grandes que 27 pouces, les pinceaux ne peuvent pas se réunir à des points uniques, mais chacun d'eux doit occuper un espace circulaire sur la rétine.

114. Examinons maintenant quel espace l'image d'un point brillant, que l'on suppose à une distance infinie, comme une étoile fixe, doit, selon cette supposition, occuper sur la rétine, & quel angle l'étoile doit paroître comprendre.

Par l'art. 386 de ce livre d'Opt., lorsque PL est infini, $Xx = \frac{AB \times MX}{Z}$, & par

l'art. 380 du même liv. $\frac{Pp}{Pl} = \frac{Xx}{V} \times \frac{M}{X}$. Donc en supposant cet Xx égal à l'autre:

$Xx, \frac{Pp}{Pl} = \frac{AB \times MX}{ZV} \times \frac{M}{X}$. Et par l'art. 388, $Z \times V = LI \times fM$. Donc $\frac{Pp}{Pl} = \frac{AB \times MX}{LI \times fM} \times \frac{M}{X}$; & si l'on néglige la raison de $\frac{M}{X}$, $\frac{Pp}{Pl}$ est à fort peu près égal à $\frac{AB \times MX}{LI \times fM}$.

Or si l'on regarde une étoile comme un point brillant, & que MX soit la distance de la rétine au point M, le demi-diamètre de l'image de l'étoile sur la rétine sera Xx ; & si Pp est le diamètre d'un objet vu à une très-grande distance Pl, dont l'image sur la rétine soit égale à celle de l'étoile, il est clair que cet objet & l'étoile doivent paroître de la même grandeur, & être compris sous le même angle. Mais la moitié de l'angle compris dans

l'œil par l'objet, ou $\frac{Pp}{Pl}$, est mesurée par $\frac{AB \times MX}{LI \times fM}$. Donc cette quantité est aussi la mesure de la moitié de l'angle sous lequel l'étoile paroît. Donc si AB, ou la moitié de l'ouverture de la prunelle est un dixième d'un pouce, ce qui approche fort de la vérité, vu la lumière de l'étoile, & si MX est égal à MS, ou par l'art. précédent à 0,1861, nous trouverons que l'angle $\frac{Pp}{Pl}$ est à fort peu près 13'. De sorte qu'une étoile devroit paroître d'environ

26' de diamètre, ou égale à 8 ou 9 doigts de la pleine Lune, ce qui est contraire à l'expérience.

115. De même, deux étoiles, qui ne sont pas plus éloignées que 26', paroîtroient contigues par l'art. 63, ce qui est aussi contraire à l'expérience. Car Z de Bayer, ou l'étoile du milieu de la queue de la grande Ourse, n'est éloignée d'Alcor que d'un peu plus de 12', & cependant on s'apperoit aisément de leur distance.

116. De même, la distance entre les deux étoiles, qui composent l'étoile double α de la tête du Capricorne, est un peu plus de 6 minutes, & cependant un œil ordinaire distingue aisément cette distance.

117. De plus, l'intervalle entre les deux étoiles des Hyades, α de Bayer, est très-visible, & on le distingueroit clairement, à en juger par mes yeux, & par ceux de plusieurs autres personnes de différents âges, qui m'en ont assuré, quant même il seroit plus petit. Il n'est cependant que de 5'.40".

118. Il suit de tout cela, que l'œil peut distinguer un intervalle beaucoup moindre que celui de 26' entre deux étoiles, & que par conséquent il peut avoir une *vision parfaite* à une distance beaucoup plus grande que 27 pouces.

119. Et si l'on suppose qu'une étoile paroît sous un angle de 6', & que par conséquent tout ce que nous pouvons faire, est de distinguer l'intervalle entre deux étoiles qui sont un peu plus éloignées que de 6', on trouvera par le calcul, que l'œil est en état de voir un objet par la *vision parfaite*, au moins à la distance de 9 pieds 7 pouces.

120. Mais si une étoile paroît sous un angle de 4', & qu'on puisse voir l'intervalle entre deux étoiles un peu plus éloignées l'une de l'autre que de 4', ce qui par les expériences que j'en ai faites, paroît être le cas en général des bons yeux, on trouvera, par le calcul, que l'œil, en voyant un intervalle semblable, est en état de voir un objet par la *vision parfaite* à la distance de 14 pieds 5 pouces.

On peut tirer de tout ce qui a été dit dans les art. précédents, un argument décisif contre l'opinion de Mr. de la Hire, dont j'ai parlé dans l'art. 105.

Si l'œil ne pouvoit pas altérer sa conformation, pour se procurer la *vision parfaite* à différentes distances, & qu'il fût borné à une seule distance déterminée, en sorte que dans toutes les autres distances, la vision fût plus ou moins confuse, sans aucun autre secours que la contraction de la prunelle; supposons que l'unique distance invariable pour la *vision parfaite* fût de 27 pouces.

Par l'art. 114, une étoile paroîtroit alors sous un angle de 26', & par l'art. 115, l'œil ne seroit pas capable de discerner un intervalle entre deux étoiles éloignées de 26', en supposant que le rayon de l'ouverture de la prunelle, à cause de la lumière de l'étoile, fût d'un dixième d'un pouce.

Et si nous supposons même que la lumière d'une étoile réduisit le diamètre de l'ouverture de la prunelle à un dixième de pouce, ce que je regarde comme la moindre ouverture, où la prunelle puisse parvenir dans la plupart des yeux par la lumière ordinaire du jour, ou par une forte lumière d'une chandelle, nous ne serions pas capables d'appercevoir aucun intervalle entre deux étoiles qui ne seroient séparées que de 13', ce qui par les art. 115, 116, 117, est contraire à l'expérience.

De

De plus, par la première remarque sur le chapitre 3, avec la lumière du jour ordinaire, ou avec la lumière forte d'une chandelle, un point du caractère de cette impression paroîtroit, à la distance de 13 $\frac{1}{2}$ pouces, sous un angle de 13', c'est-à-dire, aussi grand qu'un cercle noir de la moitié d'un dixième de pouce en diamètre, vu à cette distance par la *vision parfaite* : & les *vénombre* des deux lignes parallèles, dans la lettre *n* ou dans *m*, se rencontreroient au milieu de l'espace qu'elles comprennent, à moins que ces lignes ne fussent séparées de la moitié d'un dixième de pouce, c'est-à-dire, que le caractère de cet essai, ou du livre d'Optique même, ne seroit du tout point lisible à la distance de 13 $\frac{1}{2}$ pouces; ce qui est aussi contraire à l'expérience.

Si au lieu de 27 pouces, on prend une distance plus grande pour la distance invariable de la *vision parfaite*, cela aidera un peu à l'égard de l'intervalle des étoiles; mais on trouvera plus de confusion à la distance où nous lisons ordinairement. Si l'on prend une moindre distance, on lira plus aisément à la distance ordinaire, mais on ne pourra pas voir l'intervalle entre deux étoiles, à moins qu'elles ne soient séparées de plus de 13'.

III

121. Je viens maintenant au troisième point proposé dans l'art. 104, quel est le changement qui se fait dans la conformation de l'œil pour lui procurer une *vision parfaite* à différentes distances.

Les Anatomistes & les Opticiens sont partagés sur ce point en différentes opinions. Je vais proposer ici & examiner brièvement celles que j'ai pu recueillir, ou par la lecture, ou par la conversation.

122. Les uns croient que l'œil dans l'état d'inaction, lorsqu'il est dans un repos parfait avec les parties qui sont autour de lui, est en état de voir très-distinctement à la plus grande distance; & que pour voir les objets plus proches, le globe de l'œil est comprimé par ses muscles qui lui donnent une figure oblongue, de manière que son axe devient aussi long qu'il est nécessaire pour unir les pinceaux à des points sur la rétine.

Mais on peut raisonnablement opposer à cette opinion, que dans plusieurs animaux la *sclerotique* est si dure, qu'elle ne seroit pas capable de changer de figure par cette pression: & que même dans les hommes & dans plusieurs animaux, où la *sclerotique* est moins dure, cette pression des muscles ne sçauroit jamais être assez uniforme pour affecter également les fibres de la rétine de tous les côtés; mais que ses fibres seroient en quelques endroits courbées de plus près, ou plus pressées en dedans que dans d'autres, ce qui nécessairement troubleroit la vision. A quoi l'on peut ajouter qu'une pression légère ne suffiroit pas pour l'effet proposé. Car pour rendre la vision parfaitement distincte, à toutes les distances depuis 6 pouces jusqu'à 14 pieds 5 pouces, il faudroit une pression capable d'allonger l'axe de l'œil d'un dixième, & il faudroit pour cela réduire la rétine, qui est sphérique, à une telle ovale que ses fibres en seroient beaucoup dérangées.

123. Une seconde opinion est que l'œil en repos, est en état de voir distinctement les objets les plus proches, & que pour la vision distincte des objets éloignés, il est pressé contre le fond de l'orbe, de manière à le rendre plus plat & son axe plus court.

Mais on peut faire contre cette opinion les mêmes objections que nous avons fait contre la première.

124. Une 3^e. opinion est, que l'œil en repos, est en état de voir les objets les plus éloignés, & que pour voir distinctement les objets proches, l'humeur crystalline, par le moyen du *ligament ciliaire*, est poussée en avant, de manière que la distance entre sa surface postérieure & la rétine, s'augmente assez pour réunir les pinceaux en des points sur cette membrane.

Mais pour voir parfaitement les objets depuis 14 pieds 5 pouces jusqu'à 6 pouces, il faudroit que le crystallin fut poussé en dehors d'environ 0, 87, ce que l'vue ne permettroit pas, parce qu'il n'y a que la distance de 0, 22 tout au plus entre l'vue & le crystallin.

125. Une 4^e. *hypothèse*, est que l'œil en repos est en état de voir les objets les plus proches; & que pour voir distinctement les objets plus éloignés, le *ligament ciliaire* se resserre, & par ce moyen le crystallin prend une moindre convexité.

Mais pour voir les objets parfaitement distincts, depuis 6 pouces jusqu'à 14 pieds 5 pouces, l'altération dans la convexité du crystallin devroit être trop grande. Car le rayon de chacune de ses surfaces devroit croître plus de ; de ce qu'elles sont à présent. Or le crystallin est d'un tissu trop solide, & le *ligament ciliaire* paroît de beaucoup trop foible, pour en attendre un si grand effet.

126. Le sçavant & ingénieux Dr. *Pemberton* a avancé une 5^e. opinion (*Dissertatio physico-medica*), c'est que pour rendre l'œil capable de voir les objets les plus proches, une surface du crystallin doit devenir plus convexe & l'autre plus plate; & que pour le rendre capable de voir les objets plus éloignés, la première surface du crystallin devient plus plate & la seconde plus convexe. Et il suppose que cette altération se fait par de certaines fibres musculaires, qui sont en dedans de la substance du crystallin. Mais ce sentiment n'a pas été expliqué par ce sçavant Auteur, autant qu'il auroit été à souhaiter.

Je remarquerai seulement que si l'œil devient capable de voir les objets proches, en rendant la surface antérieure du crystallin plus convexe, pendant que la surface postérieure devient plus plate, ce qui pour plusieurs raisons paroît être la méthode la plus avantageuse & la plus convenable; il faudra, pour voir un objet parfaitement à la distance de 5 ou 6 pouces, que le rayon de cette surface antérieure, soit diminué de 3, 3081 jusqu'à 2 à fort peu près; si le rayon de la surface postérieure est seulement augmenté depuis 2, 5056 jusqu'à 3; & que pour voir un objet parfaitement à la distance de 14 pieds 5 pouces, il faudra augmenter le rayon de la surface antérieure jusqu'à 5 à fort peu près, si l'on ne diminue le rayon de la surface postérieure que jusqu'à 2. De sorte que tandis que le rayon postérieur change de 3 à 2, le rayon antérieur, pour voir parfaitement dans toutes les distances entre 5 ou 6 pouces, & 14 pieds 5 pouces, doit être plus que doublé. Mais c'est là sûrement un changement trop grand pour une substance d'une consistance aussi forte que le crystallin.

J'ajouterai encore que les démonstrations de ce Sçavant sont appuyées sur la supposition, qu'en regardant les objets qui paroissent confus, la prunelle

se resserre toujours autant qu'elle est capable de le faire. Or on verra bientôt que cette supposition est contraire à l'expérience.

127. N'étant nullement satisfait d'aucune des hypothèses que je viens de rapporter, je me suis appliqué à examiner attentivement les différentes parties de l'œil, pour voir si je pourrois y trouver une ou plusieurs forces capables d'altérer sa conformation, de manière à répondre parfaitement aux effets observés. Et pour mettre le Lecteur en état de juger si j'ai réussi dans cette recherche, je vais, avant que de proposer mon opinion, examiner un peu les parties de l'œil qui me paroissent concourir à l'effet en question.

128. La *cornée* est une membrane compressible & élastique, qui cède facilement à toute force extérieure ou intérieure, & qui reprend facilement sa première forme par son propre ressort, aidé par la pression de l'humeur aqueuse qu'elle contient.

129. L'*uvée* est une membrane musculeuse, & par conséquent capable de se resserrer & de prendre de moindres dimensions. Elle prend son origine dans une élévation circulaire ou protubérance qui regne tout le long de l'intérieur de la *cornée*, dans sa jonction avec la *sclérotique*; je n'ai pas idée d'avoir vu la description de cette protubérance dans aucun Anatomiste.

Tous les Anatomistes conviennent aujourd'hui que l'*uvée* est accompagnée d'un anneau étroit de fibres circulaires musculeuses auprès de la prunelle; non pas qu'ils soient capables de démontrer ces fibres; mais ils les conjecturent avec raison; parce que la contraction de la prunelle par une forte lumière, ou en regardant attentivement un objet fort proche & fort petit, se voit clairement, & qu'on présume avec raison qu'elle vient d'un anneau musculeux. Il est vrai que Mr. *Ruych* a représenté cet anneau de fibres musculeuses dans une ou deux de ses figures, mais il nous dit en même tems, *sculptor hic justo distinctius representavit, nam in objecto ipso non tam luculenter visuntur.* (Thes. anat. II. p. 87); & dans un autre endroit (*ibid.* p. 14), il avoue le fait ingénument, *fateor hasce fibras circulares non tam luculenter conspici posse, quin oculi mentis in subsidium sint vocandi.*

C'est encore un point dont on convient, que l'*uvée* est fournie de fibres droites insérées dans cet anneau, & qui prennent leur origine dans la partie de l'*uvée*, qui est liée au bord intérieur de la *cornée*, & que ces fibres droites étant forcées & allongées, lorsque l'anneau se resserre, reprennent leurs premières dimensions par leur ressort, ou par leur force musculeuse, & contribuent par ce moyen à dilater la prunelle, lorsque l'anneau musculeux, dont on a parlé, ne la resserre plus, & qu'il est dans l'inaction.

Mais on doit observer ici, que lorsque ces fibres droites sont ainsi forcées par la contraction de l'anneau musculeux, elles doivent nécessairement tirer le bord de l'*uvée* qui est attaché à la *cornée*, & par conséquent le bord même de la *cornée* un peu en dedans dans le même tems. Mais ce bord de l'*uvée* ne sauroit être tiré en dedans, sans se resserrer & prendre un contour moindre que celui qu'elle avoit auparavant. Ne faut-il pas que ce bord de l'*uvée* qui est attenant à la *cornée*, soit garni d'un anneau de fibres circulaires, par où il puisse se resserrer, & prendre un moindre contour, aussi bien que le bord de l'*uvée* qui est proche de la prunelle? Pour moi je crois que cette partie de l'*uvée* a une telle force, & qu'elle adhère si fortement à la *cornée*, comme on le voit par la résistance qu'elle fait lorsqu'on veut les séparer, qu'il n'est pas douteux qu'elle ne soit musculeuse, puisqu'il paroît

qu'il n'y a pas lieu dans cet endroit à placer une membrane de cette force, à moins que ce ne soit pour agir avec la force des muscles, & pour surmonter une résistance considérable. Je ne me ferai donc pas un scrupule de qualifier ce bord de l'*uvéa*, auprès de la *cornée* du nom du plus grand anneau musculueux de l'*uvéa* pour le distinguer de l'autre anneau qui est auprès de la prunelle, & que j'appellerai dans la suite le plus petit anneau musculueux.

On m'objectera peut-être que l'existence de ce grand anneau musculueux que je suppose, n'a pas encore été prouvée par aucune démonstration oculaire.

Je réponds qu'on n'a pas encore prouvé non plus de la même manière, l'existence du plus petit anneau musculueux.

Mais, dira-t-on, quoiqu'on n'ait pas de preuve oculaire de l'existence du plus petit anneau, on la conclut avec raison par son effet, qui est la contraction visible de la prunelle, & qui seroit inexplicable, si l'on ne supposoit pas un pareil anneau musculueux.

Je réponds que le changement de conformation, pour mettre l'œil en état de voir les objets fort proches, n'est pas moins certain que la contraction de la prunelle : & l'on n'a pas encore pu expliquer ce changement de conformation ; au lieu qu'on l'explique clairement, en supposant l'existence du grand anneau musculueux, comme je vais le faire dans un moment.

130. L'humeur crySTALLINE est renfermée dans une capsule membraneuse très-fine avec un peu d'eau entre deux, de la même manière que le cœur dans le *pericarde*.

Je tire ce fait des observations des Anatomistes les plus récents, & surtout de celles de l'illustre Mr. Petit (*Mémoires de l'Acad.* 1730), qui remarque aussi (*ibid.* p. 436), que la partie postérieure de cette capsule ou celle qui enveloppe la surface postérieure de l'humeur crySTALLINE, est adhérente à la membrane qui renferme l'humeur vitrée, de manière qu'on ne peut pas l'en séparer sans la couper : mais que tout le long du limbe ou du bord du crySTALLIN, ces deux membranes adhèrent si fortement l'une à l'autre, qu'on ne sçauroit les ouvrir sans un couteau.

Je dois encore observer d'après les mesures qui ont été prises par cet habile & exact Anatomiste, & d'après celles que j'ai prises moi-même, que la figure de ce corps composé, qui comprend l'humeur crySTALLINE, l'eau qui l'environne & la capsule qui contient l'une & l'autre, est formée de deux segments d'égale largeur, mais de sphères inégales, appliqués l'un sur l'autre par leurs côtés plans, & ayant un bord délié tout autour, de manière qu'il se forme un limbe obtus d'une épaisseur assez considérable ; & par ce moyen le bord de la capsule est attaché plus fortement à la membrane de l'humeur vitrée tout le long de ce bord, qu'il ne le seroit sans cela.

J'ai encore observé que pour rendre cette liaison plus forte, le limbe de la capsule est endenté tout autour par des sillons peu profonds qui paroissent perpendiculaires au limbe, & je crois que la membrane de l'humeur vitrée engraine tout le long dans ces sillons.

Voilà ce que donne l'observation. Jusqu'à ce que l'expérience en ait décidé autrement, qu'il me soit permis pour la facilité du calcul, de supposer que la capsule, l'eau qu'elle contient & l'humeur crySTALLINE même, n'ont qu'une seule & même puissance réfractive.

131. Le *ligament ciliaire* est un muscle composé de fibres longitudinales, & il est beaucoup plus foible que *l'uvée*. Il prend son origine par derrière *l'uvée*, du tour circulaire dont on a parlé, à la jointure de la *cornée* & de la *sclerotique*, & s'étendant sur le bord extérieur de l'humeur vitrée, il est attaché tout autour de la surface antérieure de la *capsule*, sur laquelle, dit Mr. Perit (p. 438), ce ligament prolonge ses fibres, & les vaisseaux qu'il lui fournit.

Mais comme la partie de la *capsule* à laquelle ces fibres musculeuses, & ces vaisseaux sont attachés, peut par là devenir un peu moins transparente que le reste, il est probable que cette insertion ne s'étend pas assez loin vers le milieu de la *capsule*, pour rencontrer les rayons qui traversent la prunelle dans sa plus grande dilatation.

132. Si l'on m'accorde ce qui est contenu dans les quatre articles précédents, je crois que je pourrai expliquer de la manière suivante, le changement qui se fait dans la conformation de l'œil, pour voir les objets distinctement à différentes distances.

Lorsque l'œil est parfaitement en repos, qu'on ne fait aucun effort sur aucune de ses parties, il est en état de voir parfaitement à une certaine distance modérée & déterminée.

Je crois que cette distance est pour la plupart des yeux d'environ 15 ou 16 pouces, qui est la distance ordinaire pour lire un caractère médiocre. Car il est vraisemblable, que nous lisons ordinairement à la distance où la vision est parfaite, sans aucun tiraillement des yeux, & par conséquent avec plus de facilité & d'une manière à continuer plus long-tems.

133. Lorsque nous regardons des objets à une distance moindre que de 15 à 16 pouces, je crois que le grand anneau musculeux de *l'uvée* se resserre, & que par là il fait prendre à la *cornée* une plus grande convexité. Et lorsque nous cessons de regarder ces objets proches, l'anneau musculeux cesse d'agir, & la *cornée* par son ressort revient à sa convexité ordinaire qui est pour la distance de 15 à 16 pouces. Dans cet état, le ressort de la *cornée* d'un côté, & le ton de l'anneau musculeux de l'autre, doivent être regardés comme deux antagonistes dans un parfait équilibre.

Changement
de l'œil pour
les objets pro-
ches.

134. Lorsque l'œil se met en état de voir les objets plus éloignés que de 15 à 16 pouces, je crois que le *ligament ciliaire* resserre ses fibres longitudinales, & que par ce moyen il tire un peu en avant & en dehors la partie de la surface antérieure de la *capsule*, à laquelle ces fibres sont attachées. Et pendant que cela se fait, l'eau qui est en dedans de la *capsule*, doit nécessairement couler du dessous du milieu vers la partie élevée de la *capsule*, & l'humeur aqueuse doit couler de dessus la partie élevée de la *capsule* au milieu. Par conséquent le milieu de la surface antérieure de la *capsule* doit un peu s'affaisser, pendant que le reste est élevé, ou bien toute la surface antérieure en dedans de l'insertion du *ligament ciliaire* doit se réduire à une moindre convexité. Et lorsque la contraction du *ligament ciliaire* cesse, la partie antérieure de la *capsule*, qui avoit été un peu forcée par cette contraction, reprend par son ressort sa première figure. Dans cet état le ressort de la *capsule* & le ton du *ligament*, peuvent être aussi regardés comme deux antagonistes qui sont entr'eux dans un équilibre parfait.

Changement
pour les ob-
jets éloignés.

Cette *capsule* étant une membrane fort tendre, & contenant de l'eau

entre la surface intérieure & le crySTALLIN, peut aisément obéir à l'effort d'un muscle aussi foible que le *ligament ciliaire*, qui ne seroit pas capable d'applatir le crySTALLIN, vu la force de son tissu. Et c'est là le vrai usage de la *capsule* & de l'eau qu'elle contient.

On pourra peut-être penser, que si le *ligament ciliaire* avoit été plus fort, & s'il avoit été attaché au crySTALLIN même, il auroit été capable de le tirer en dehors & de l'applatir, sans cet embarras de la *capsule* & de l'eau qu'elle contient. Mais cela n'auroit pas été aussi convenable à la fin proposée. Car le *ligament ciliaire* vient du bord de la *cornée* dans l'endroit où elle s'unit avec la *sclerotique* auprès de l'*uvée*; & par conséquent lorsque les fibres longitudinales d'un tel *ligament ciliaire* plus fort se seroient raccourcies, elles auroient non-seulement tiré le crySTALLIN en dehors, mais aussi la *cornée* en dedans, c'est-à-dire, qu'elles auroient non-seulement diminué la convexité du crySTALLIN, mais encore augmenté celle de la *cornée*; & ces deux effets auroient été contraires, l'applatissement du crySTALLIN tendant à préparer l'œil pour voir les objets éloignés & la convexité de la *cornée* tendant à le disposer à voir les objets proches. Au lieu que le *ligament ciliaire* étant aussi foible qu'il l'est, ne peut pas affecter sensiblement la *cornée*, & par cette admirable invention de la *capsule* & de l'eau qu'elle contient, il suffit à l'effet proposé.

Il n'est pas nécessaire de remarquer qu'un *ligament ciliaire* aussi fort auroit, par la contraction, risqué de désunir l'humeur crySTALLINE de l'humeur vitrée.

Il m'étoit venu dans l'esprit, que les deux surfaces de la *capsule* devoient moins convexes, parce que leurs bords étoient tirés un peu en dehors; & j'avois établi mon calcul sur cette idée. Mais en voyant combien la surface postérieure de la *capsule* étoit fortement attachée à la membrane de l'humeur vitrée, sur-tout aux bords de la *capsule*, & faisant attention à la situation de la partie antérieure ou extérieure de l'humeur vitrée, qui est telle qu'elle doit nécessairement empêcher que le bord de la *capsule* ne soit tiré en dehors, & sur-tout en examinant la situation de l'insertion du *ligament ciliaire*, je trouvai que l'œil ne pouvoit se mettre en état de voir les objets éloignés qu'en applatissant la seule surface antérieure.

135. Cela suffit pour donner une idée générale de la manière dont l'œil altère sa conformation, selon les différentes distances des objets. Mais pour faire voir que les moyens que nous avons proposés remplissent entièrement cette vue, il est nécessaire que nous entrons dans un plus grand détail. Soit BAB la *cornée*, BSB la *sclerotique* qui joint la *cornée* en B & B; Bu, Bu l'*uvée*; uu l'ouverture de la *prunelle*; DCD la surface antérieure de la *capsule* & de l'humeur crySTALLINE; DED la surface postérieure de la même *capsule*; Bd, Bd le *ligament ciliaire*; AS l'axe de l'œil depuis la surface extérieure de la *cornée* jusques à la *rétilne*; AC l'axe de la *cornée* & de l'humeur aqueuse; CE l'axe de la *capsule*, de l'eau qui est en dedans & de l'humeur crySTALLINE; ES l'axe de l'humeur vitrée; M le point de l'axe de l'œil où les rayons parallèles se réunissent en un point, ou le principal foyer de l'œil; f, L, I les autres foyers de l'art. 370 de ce livre d'Optique; AP la distance d'un objet à l'œil, par laquelle les pinceaux sont ramassés en des points sur la *rétilne* en S.

Supposons maintenant, comme ci-devant dans l'art 108, le rayon de

Fig. 215.

B'AB' = 3, 3294; celui de DCD = 3, 3081; celui de DED = 2, 5056; AC = 1, 0358; CE = 1, 8525; la réfraction en A comme 4 à 3; celle en C comme 13 à 12 & celle en E comme 12 à 13.

Nous aurons AM de 8, 9993; le rectangle $LI \times fM = 49, 2526$ & il reste à trouver MS en déduisant AM de AS.

136. Mr. Petit (Mémoires de l'Acad. 1728) sur la mesure d'un oeil seul, fait AS = 10, 0578. Mais cela paroît différer beaucoup de la longueur ordinaire d'un oeil, & s'il n'y a point de faute d'impression, cette mesure ne peut convenir qu'à un oeil d'une vue fort courte.

Dans six yeux de personnes adultes, que j'ai mesurés, l'axe de dehors en dehors étoit comme il suit, 9, 3; 9, 8; 9, 6; 9, 3; 9, 4; 9, 0; & prenant le milieu, 9, 4.

On doit soustraire de cette longueur, l'épaisseur de la *sclerotique*. Ayant coupé cette peau dans l'endroit où se termine l'axe, je plaçai deux épingles auprès du bord divisé & les examinant avec un microscope, l'épaisseur de la peau me parut égale à l'une des épingles, dont j'avois pris le diamètre auparavant = 0, 25. Ainsi l'axe de l'oeil depuis la surface extérieure de la cornée jusques à la rétine doit être communément 9, 15 & MS = 0, 1507.

137. Donc par l'art. 370 de ce livre d'Optique, $\frac{LI \times fM}{MS}$ ou PL = 326,7 & AP = 332 dixièmes ou 33 pouces à fort peu-près.

Telle est donc la distance à laquelle un oeil qui a ces dimensions, & avec les réfractions supposées, doit voir un objet parfaitement distinct, & sans aucun tiraillement ou effort d'aucune de ses parties, c'est-à-dire, avec une extrême facilité, & l'on peut l'appeller avec raison la distance naturelle de cet oeil.

138. Mais je vois que cette distance est trop grande pour les yeux ordinaires, & cela pour deux raisons.

1^o. Il paroît raisonnable de supposer, que la distance à laquelle nous lisons ordinairement un gros caractère d'impression bien net, est la distance qui par expérience nous est la plus commode, & c'est celle de 15 à 16 pouces environ.

2^o. Il est à présumer, que la distance naturelle à laquelle nous voyons distinctement avec une extrême facilité, n'est que double environ de la moindre distance où nous pouvons voir distinctement. Car par la première remarque sur le chap. 3, il faut à fort peu-près un aussi grand changement de conformation pour diminuer la distance naturelle de la moitié, que pour l'augmenter à l'infini. D'où il est raisonnable de conclure, que la distance naturelle est celle où il ne faut pas un plus grand changement de conformation pour la réduire à la moindre distance, que pour l'augmenter jusques à la plus grande distance où nous pouvons voir distinctement. Mais si la distance naturelle étoit de 33 pouces, il s'ensuivroit de la même remarque, qu'il faudroit environ quatre fois autant de changement de conformation dans l'oeil & plus, pour le réduire à la moindre distance de 5 ou 6 pouces, que pour augmenter à l'infini la distance naturelle. Au lieu que si l'on suppose que la distance naturelle est d'environ 15 ou 16 pouces, il ne faudra pas plus de changement de conformation pour voir distinctement à environ 6-pouces de distance, que pour augmenter

cette distance jusques à la plus grande distance où puisse s'étendre la *vision parfaite*.

139. Cela fait voir qu'il est nécessaire d'augmenter au moins l'une des réfractions que nous avons supposées ci-devant. Et certainement, comme l'humeur aqueuse n'est pas de l'eau simple, mais une liqueur animale chargée en quelque degré de sels & de sulfures, il paroît raisonnable de lui donner une réfraction un peu plus grande que celle de 4 à 3, ou plus exactement de 80 à 60, qui est la réfraction moyenne entre les rayons les plus réfringibles & les moins réfringibles qui passent de l'air dans l'eau. Voyez l'Opt. de *Newt.* p. 114.

Distance naturelle des objets à l'œil.

Supposons donc que la réfraction de cette humeur de la cornée est celle de 81 à 60 ou de 27 à 20, au lieu de celle ci-devant supposée de 80 à 60, nous aurons $AM = 8, 8202$; $MS = 0, 3298$ & $LI \times JM = 46, 7621$. Donc $PL = 141, 8$; $AL = 5, 2$ & AP ou la distance naturelle de l'œil, sera 147 dixièmes, ou 15 pouces à fort peu près, la même que nous trouvons par expérience la plus favorable pour lire.

Mais il est bon d'observer ici, que quoique cette distance soit la plus favorable pour lire les gros caractères, ou au moins les caractères médiocres; elle ne l'est pas pour lire les petits caractères. Car si vous donnez à un jeune homme dans la force de l'âge un caractère moyen à lire, vous verrez qu'il tiendra le livre à 15 pouces plus ou moins de son œil. Mais si vous lui donnez un livre d'un plus petit caractère, vous verrez qu'il l'approchera d'avantage, peut-être à 12 ou 13 pouces.

La raison de cela est fort claire. Lorsque le caractère est petit, on tient le livre plus proche pour augmenter son image sur la rétine, laquelle est en raison réciproque de PL, par l'art. 376 de ce livre; de sorte qu'en approchant le livre, l'image devient aussi grande que l'étoit auparavant celle du gros caractère. Et pour remédier à la confusion de l'image, si elle est considérable, on rend la *cornée* un peu plus convexe par une douce & légère contraction de son anneau musculueux, ou l'on resserre un peu la prunelle.

140. Après avoir fixé la distance naturelle des objets à l'œil, ou la distance à laquelle on voit les objets plus distinctement, lorsque l'œil est parfaitement en repos & à son aise, sans le moindre tiraillement ou effort d'aucune de ses parties; nous allons examiner si les moyens que nous avons proposés pour changer la conformation de l'œil, lorsqu'il regarde les objets proches, suffisent pour accommoder cet organe à la *vision parfaite*, dans les moindres distances qui sont celles de 5 ou 6 pouces. Il faut pour cela, outre les réfractions & les mesures que nous avons déjà données, en donner encore une ou deux des autres parties.

141. La corde BB de la *cornée*, est selon Mr. *Petit* de 5 lignes, mesure de *Paris*, c'est-à-dire 4, 4392 selon notre mesure. Ainsi le sinus versé qui appartient à cette corde, ou la partie AC interceptée entre A & BB est 0, 8481.

Supposons maintenant que le plus grand anneau musculueux de l'*uvée* se resserre, jusques à diminuer sa circonférence de $\frac{1}{4}$ environ, ou à proportion de 4, 4392 à 4, 3462; la corde de la *cornée* qui est le diamètre de cette circonférence, diminuera en même proportion de 4, 4392 à

4, 3462,

4, 3462, ou le bord de la *cornée* sera d'autant poussé en dedans. Et comme l'arc BAB de la *cornée* continue d'être de la même longueur qu'auparavant, mais qu'il devient seulement plus convexe, le rayon de cet arc sera 3 au lieu de 3, 3294, étant diminué d'environ un dixième, & le sinus versé de la *cornée* augmentera de 0, 0835, c'est-à-dire, que la ligne AC qui étoit 1, 0358 sera 1, 1193; comme on peut aisément le trouver par le calcul.

142. Calculant donc sur le nouveau rayon de la *cornée* = 3 & sur cette nouvelle ligne AC = 1, 1193 & employant les autres mesures & réfractions comme ci-devant dans l'art. 139, nous trouverons AM = 8, 3594; MS = 0, 8741; AL = 4, 8970; LI \times fM = 41, 8714. Donc PL = 47, 9 & AP = 52, 8 ou un peu plus que 5 pouces.

Donc le moyen que nous avons proposé pour réduire la distance naturelle de l'œil, à la plus petite distance où nous puissions voir distinctement, suffit à ce dessein, puisque peu de personnes ont la *vision parfaite* plus proche qu'entre 5 ou 6 pouces; quoique par une contraction tant soit peu plus grande de l'anneau musculéux, on puisse encore diminuer un peu la distance, lorsque la *cornée* est assez flexible.

On ne peut pas objecter avec raison contre ce changement de conformation de l'œil, qu'il soit trop grand pour être admis raisonnablement. Car le rayon de la *cornée* ne s'accourcit que d'un dixième, & cela ne vient que de la contraction du grand anneau musculéux de l'*uvée* qui ne se resserre que de $\frac{1}{10}$, ce qui est beaucoup moins que la contraction du petit anneau musculéux, qui est capable de se réduire à la moitié de sa dimension, lorsque l'œil est exposé à une forte lumière.

Mais on peut se former quelque doute sur la circonférence de la *cornée* où l'*uvée* est attachée, si à raison de son union avec la *sclérotique*, elle peut parvenir, par cette contraction de son anneau musculéux, à rentrer en dedans vers la prunelle & à se resserrer elle-même pour former une moindre circonférence.

A cela je réponds que l'espace qu'elle parcourt pour s'approcher de la prunelle, est par notre supposition très-petit, étant moindre que $\frac{1}{10}$ d'un pouce; & que ce petit mouvement est favorisé par l'obliquité de sa jonction avec la *sclérotique* observée par M. Petit (*Mémoires de l'Acad. des Sciences* 1728), & cet espace par lequel cette circonférence diminue sa longueur, est moindre que $\frac{1}{10}$ d'un pouce, ce qui dans une membrane compressible & dilatable n'est pas difficile à comprendre.

Mais la quantité, tant de son approche à la prunelle, que de sa contraction en circonférence, sera diminuée très-considérablement, si l'on suppose que l'arc BAB s'élargit & se dilate un peu, lorsque les points B, B sont tirés en dedans. Et je crois que la chose est ainsi, quoique pour ne pas occuper nos Lecteurs de trop de minuties, j'aie omis ci-devant cette réflexion.

Enfin comme nous avons remarqué ci-devant (art. 134) que le ressort de la capsule & le ton du *ligament ciliaire* sont antagonistes, il s'ensuit que lorsque le bord de la *cornée* est tiré en dedans, par la contraction de l'*uvée*, & que par conséquent le *ligament ciliaire* est relâché, la capsule doit devenir plus convexe. Et par cette raison il faudra un peu moins de convexité dans la *cornée* & moins de contraction dans l'*uvée*, que nous ne l'avons supposé ci-devant.

143. Voyons maintenant si le moyen que j'ai proposé pour rendre l'œil propre à distinguer les objets dans les plus grandes distances, est suffisant.

La corde de l'humeur cristalline ou DD, est selon Mr. Petit (*Mém. de l'Acad.* 1730) en prenant un milieu sur 26 yeux différents, réduite à notre mesure, 3, 7321. Et le rayon de la surface antérieure étant 3, 3081; le sinus versé de cette corde est 0, 5765. Le rayon de la surface postérieure étant 2, 5056; le sinus versé de la même corde est 0, 8355.

Ces deux sinus versés 0, 5765 & 0, 8355 étant ajoutés ensemble, ne font que 1, 4120, ce qui est moindre que l'axe du cristallin 1, 8525 de 0, 4405. Par où l'on voit clairement ce que nous avons avancé ci-devant, art. 130, que le cristallin est composé de deux segments de sphères joints ensemble par leurs côtés plats avec le bord arrondi tout autour.

Par un solide de mêmes dimensions que le cristallin, j'entends le composé du vrai cristallin, de l'eau & de la capsule, qui peut se former, soit en prolongeant la corde commune des deux segments jusqu'à ce que leurs sinus versés joints ensemble, forment l'axe 1, 8525 & en arrondissant alors le bord jusqu'à ce que la corde commune soit encore réduite à 3, 7321; ou en supposant que les deux segments avec les dimensions déterminées ci-devant, soient appliqués, l'un sur la surface supérieure, & l'autre sur la surface inférieure d'un cylindre de même largeur, & dont la hauteur soit 0, 4405; laquelle étant ajoutée au sinus versé des deux segments produit l'axe 1, 8525.

Nous avons remarqué ci-devant, art. 131, que le milieu de la surface antérieure de la capsule est probablement libre de l'insertion du *ligament ciliaire* dans toute la largeur nécessaire pour recevoir tous les rayons qui passent par la prunelle dans sa plus grande dilatation. Or on sçait qu'aucun des rayons qui traversent la prunelle ne peut manquer de tomber dans ce milieu, quand même sa largeur seroit beaucoup moindre que le diamètre de la prunelle, qui ne surpasse jamais que difficilement 2, 22 ou la moitié de la largeur de l'uvée.

Nous supposons néanmoins ici que la largeur de la surface antérieure de la capsule, ou dd est 2, 5; de sorte que le sinus droit de la moitié de l'arc dd, sera 1, 25 & la moitié de l'arc 22° 12', son sinus versé 0, 2452.

Supposons maintenant que le *ligament ciliaire* se resserre de manière que le point d soit tiré en dehors, & que son mouvement en avant & parallèlement à l'axe de l'œil soit $\frac{1}{10}$ d'un pouce, ou 0, 0255; en conséquence de ce mouvement le sommet de la Capsule, par l'art. 134, sera mû autant en arrière, & le rayon de cet arc dd qui étoit 3, 3081 sera 4, 2000; son sinus versé qui étoit 0, 2452 sera diminué & deviendra 0, 1941, la différence étant 0, 0511.

Mais en même tems l'axe AC de l'humeur aqueuse augmente de 0, 0255, c'est-à-dire, qu'étant auparavant 1, 0358, il devient 1, 0613 & l'axe de tout le cristallin, CE, diminue d'autant, & au lieu qu'il étoit 1, 8525 il devient 1, 8270.

Ensuite calculant sur ce nouveau rayon 4, 2000, ces nouveaux axes AC & CE, les autres mesures & réfractions étant les mêmes que dans l'art. 139, on trouvera $AM=9, 1209$; $MS=0, 0291$; $LI \times fM=50,$

4316 & $AL = 5$, 4321. Donc $PL = 1733$, 0000, & $AP = 1738$, ou 14 pieds 5, 8 pouces.

Par où l'on voit que les moyens que nous avons ici supposés, sont plus que suffisants pour mettre l'œil en état d'étendre sa distance naturelle de 15 pouces à celle de 14 pieds 5 pouces, & cela sans le moindre mouvement de l'humeur cristalline & avec un très-petit mouvement de la surface antérieure de la capsule, le point d & le sommet ne se mouvant que de $\frac{1}{16}$ d'un pouce, & les parties intermédiaires ayant encore moins de mouvement.

Lorsque le ligament ciliaire cesse de se resserrer, la capsule dont les parties sur-tout entre d & d ont été un peu forcées, reprend par son ressort ses premières dimensions.

144. Après avoir fait voir comment la distance naturelle d'un objet vu par la vision parfaite, peut se réduire à 5 ou 6 pouces, en rendant la cornée plus convexe, & comment d'un autre côté elle peut s'étendre à 14 pieds 5 pouces, en rendant la surface antérieure de la capsule moins convexe; il est bon d'observer que quoique l'œil ait la force d'étendre la vision parfaite à ces deux limites, il ne la met pas toujours en usage parfaitement; mais il se contente d'arriver à la vision distincte, qui par les art. 7 & 103, ne diffère pas sensiblement de la vision parfaite. C'est ce qui doit arriver principalement auprès des limites de la vision parfaite, où le tiraillement tant du plus grand anneau musculéux de l'uvée que du ligament ciliaire jusques au dernier point, doit être un peu pénible & difficile.

IV.

145. Je viens au quatrième point que nous nous sommes proposé d'examiner, savoir, par quels moyens on peut rendre la vision distincte lorsqu'elle ne peut pas être parfaite, ou au moins faire en sorte qu'elle ne soit pas aussi indistincte qu'elle le seroit autrement.

Comment on rend distincte la vision indistincte.

Je crois que cela peut s'exécuter en deux manières.

1°. La première est de donner à l'œil la conformation qu'il se procure pour avoir la vision parfaite.

Par exemple, supposons que l'œil soit dans un état d'inaction, & par conséquent capable d'une vision parfaite à la distance naturelle de 15 pouces, & qu'on lui présente un objet, comme un livre d'un petit caractère, à 4 pouces de distance de l'œil qui le lit avec attention. D'abord la cornée devient convexe pour mettre l'œil en état de voir parfaitement à la distance de 5 ou 6 pouces, & par ce moyen la vision à 4 pouces, quoiqu'elle ne soit pas parfaitement distincte, est cependant moins indistincte qu'elle ne seroit autrement, & peut être assez distincte pour lire aisément le livre.

De plus, soit un autre objet, comme un placard de comédie colé contre la muraille, & qui se présente à l'œil à 16 pieds de distance. Aussitôt qu'on entreprendra de lire ce placard, la surface antérieure de la capsule deviendra plus aplatie, & propre à une distance qui n'excède pas 14 pieds 5 pouces, & quoique par ce moyen la vision à la distance de 16 pieds ne puisse pas devenir parfaitement distincte, elle devient pourtant moins indistincte qu'auparavant & peut-être assez distincte pour lire le placard avec facilité.

Il est à propos de remarquer ici, que comme par l'art. 133, le ressort de la *cornée* est un antagoniste à la contraction du grand anneau musculueux de l'*uvée*, & que par l'art. 134, le ressort de la *capsule* est un antagoniste à la contraction du *ligament ciliaire*, il s'ensuit qu'une plus grande contraction de l'un de ces muscles sera plus pénible qu'une moindre contraction. Donc en plusieurs cas aucun des deux ne sera assez resserré pour procurer la *vision parfaite*, ou la moins indistincte qu'il soit possible, mais ils le seront seulement autant qu'il le faut pour procurer une *vision* assez distincte.

Par exemple, si une jeune personne adulte tient son livre en lisant à dix pouces de distance, il ne sera pas nécessaire de resserrer le plus grand anneau musculueux jusqu'au point de procurer la *vision parfaite* à cette distance de 10 pouces : pour un caractère moyen, il suffit de resserrer l'*uvée* autant qu'il le faut pour procurer la *vision parfaite* dans le cas que le livre fut à 13 ou 14 pouces, ou à celle de 11 ou 12, si le caractère est petit. Et avec cette conformation de l'œil, elle peut lire avec assez de distinction à 10 pouces de distance & avec facilité. Elle emploiera cette moindre contraction, qui est moins laborieuse, au lieu de la plus grande contraction qui est plus fatigante, sur-tout si elle lit pendant long-tems.

Et s'il falloit lire à 6 pouces de distance, il ne seroit pas nécessaire d'avoir une *vision parfaite* à cette distance ; une moindre contraction de l'*uvée* suffiroit, telle qu'il la faudroit pour procurer à l'œil la *vision parfaite* à 8 ou 9 pouces de distance, ou peut-être à 7 si le caractère étoit fort menu.

Car si le caractère est donné, plus la distance où on le lit est petite, plus il faut resserrer l'*uvée*. Mais on ne la resserre jamais jusqu'au point de procurer la *vision parfaite* à la distance où est le livre, & l'on s'arrête à un degré de contraction moins laborieux, dès qu'il peut rendre la vision assez distincte. L'œil ne reçoit pas toujours la même conformation à la même distance ; mais la conformation varie à mesure que l'objet varie, quoique la distance soit la même.

De même, en regardant un objet à la distance de 14 pieds, il est rare qu'il soit nécessaire de resserrer le *ligament ciliaire* d'une manière à procurer la *vision parfaite* à cette distance. Si l'objet est seul & simple & assez grand ou assez lumineux, il suffit de resserrer ce ligament autant qu'il le faut pour procurer la *vision parfaite* à trois ou 4 pieds de distance. Et si l'objet est composé, mais de peu de parties & assez grand pour pouvoir les distinguer aisément, il n'est pas nécessaire de resserrer le ligament au-delà de ce qui suffit pour la *vision parfaite* à la distance de 6 ou 8 pieds.

En regardant des objets beaucoup plus éloignés que n'est la distance où peut s'étendre la *vision parfaite*, il n'est pas toujours nécessaire de resserrer le *ligament ciliaire* au plus haut point, de manière à procurer la *vision parfaite* à 14 pieds 5 pouces de distance : mais selon la grandeur de l'objet, ou des parties qui le composent, & que l'œil les considère, tantôt l'une & tantôt l'autre, une moindre contraction & moins laborieuse du ligament peut suffire pour faire voir l'objet avec assez de distinction, sur-tout lorsque la prunelle est en même tems resserrée ; comme il arrive souvent.

De sorte qu'en regardant des objets fort éloignés, l'œil n'a pas toujours la même conformation, ou le plus grand aplatissement de la *capsule* ; mais

cette conformation est différente pour les différents objets à la même distance, aussi bien que pour le même objet à différentes distances. Et cette considération nous porte à croire que le Dr. ingénieux *Porterfield* (*Essais de médecine d'Edimbourg. Vol. IV. p. 169*), s'est mépris lorsqu'il a fixé la limite la plus reculée de son œil pour la *vision parfaite*, à 27 pouces.

La conformation de l'œil n'est pas toujours la même à la même distance.

2°. L'autre moyen de rendre la vision *distincte*, est le resserrement de la prunelle par le petit anneau musculueux de l'*uvée*. Car par l'art. 382 du livre d'Optique, le *rayon de dissipation*, tout étant égal, est proportionnel au rayon de la prunelle. Donc lorsque la prunelle est plus étroite, le *rayon de dissipation* & la *pénombre* qui en résulte sera moindre, c'est-à-dire, que la vision en deviendra *distincte*, ou moins indistincte qu'elle ne l'auroit été sans cela.

146. Il est bon de remarquer ici, que dans une lumière foible, le premier de ces moyens, qui consiste à altérer la convexité de la *cornée* ou de la *capsule*, doit être mis en usage. Car dans un pareil cas, bien loin de resserrer la prunelle, on est obligé de la dilater pour recevoir plus de lumière.

147. Mais dans une lumière forte, on fait plutôt usage de la contraction de la prunelle. Car alors cette contraction produit deux effets; elle arrête la trop grande quantité de lumière qui pourroit blesser les yeux & elle diminue la confusion. Lorsque la lumière a beaucoup d'intensité, la prunelle peut d'elle-même se resserrer, jusqu'à rendre la *vision distincte*, en sorte que l'autre moyen devient alors inutile. Ainsi ces deux différents moyens de procurer la *vision distincte* ou moins indistincte, peuvent être quelquefois employés conjointement, c'est-à-dire, chacun dans un degré modéré, & quelquefois séparément.

148. Le degré de contraction de la prunelle, ne dépend pas absolument de notre volonté, ou de la sensation de confusion dans l'objet; mais en partie du degré de lumière.

La contraction de la prunelle ne dépend pas toujours de la volonté ou de l'apparence de confusion.

Cela se prouve aisément de la manière suivante. Prenez un livre à la lumière du jour, & vous tenant vers le milieu d'une chambre, tournez le dos à la fenêtre, & tenez le livre si proche, que les lettres commencent à vous paroître indistinctes, mais non pas assez pour vous empêcher de lire, quoique vous lisiez avec peine: tournez ensuite le visage à la lumière & vous lirez le livre avec plus de facilité. Tenant ensuite le livre à la même distance de votre œil, avancez-vous dans l'endroit le plus obscur de la chambre, & tournant le dos à la lumière, vous trouverez que le livre n'est plus lisible: mais en venant à la fenêtre, le visage tourné contre le jour, vous serez en état de lire avec grande facilité & distinction, sur-tout si le tems est serein.

De plus, une personne qui a été obligée pendant quelques années de se servir de lunettes pour lire, peut lire fort aisément à la lumière du Soleil sans lunettes.

Par où l'on voit que dans une forte lumière, la prunelle se resserre à un plus grand degré que nous ne pouvons le faire par un acte de notre volonté, ou par le seul sentiment de la confusion: par conséquent c'est une erreur de croire qu'en voyant un objet confusément, la prunelle se resserre toujours au moindre espace dont elle soit capable.

Changement 149. Le cinquième point que nous nous sommes proposé d'examiner, est le changement qui se fait dans l'œil par l'habitude, par la coutume ou par la vieillesse.

Dans l'œil par la coutume ou par l'âge.

Dans les yeux, comme dans toutes les autres parties du corps, les muscles se mettent en état par un exercice constant, de se resserrer avec plus de force, plus de facilité & jusqu'à un plus grand degré : & en discontinuant cet exercice, ils diminuent de force, ils font leur fonction avec moins de facilité & dans un moindre degré.

150. Lorsque les parties élastiques de l'œil, comme celles du reste du corps, ont été souvent & long-tems tendues, elles obéissent plus aisément à cette tension, & perdent par degrés une partie de leur ressort, de manière qu'elles ne sont plus capables de se rétablir d'elles-mêmes, ou qu'au moins elles ne le font plus avec la même facilité, ou au même degré, lorsque la tension cesse ou diminue : & si elles sont tendues trop souvent, elles deviennent plus roides & il n'est plus si aisé de les détendre au même degré.

151. De là viennent, ce me semble, tous les changements que l'habitude & la coutume introduisent dans l'œil.

Ceux qui ont une grande & longue habitude d'observer les objets éloignés, & qui n'examinent que rarement les objets proches, voient mieux dans les grandes distances, & ne voient pas aussi bien que les autres hommes dans les petites distances. C'est là le cas ordinaire des voyageurs, des gens de mer, des chasseurs, &c. Ces gens là faisant un grand usage du *ligament ciliaire*, il vient par degrés, par l'art. 149, à acquérir plus de force, de manière qu'il tire plus en dehors la *capsule* du *crystallin*, & par ce moyen il la réduit à une moindre convexité que dans les autres hommes. De là vient qu'ils sont capables de voir distinctement à de plus grandes distances que les autres.

Mais la *capsule* étant ainsi souvent forcée & arrêtée pendant long-tems dans cette situation, perd avec le tems une partie de son ressort, & ne revient plus à sa convexité naturelle, lorsque la contraction du *ligament ciliaire* cesse, par l'art. 150. Et c'est là une des raisons pour lesquelles ces gens là ne voient pas aussi bien que le reste des hommes aux petites distances.

Outre cela, le grand anneau musculueux de l'*uvée*, par le non-usage, devient plus foible, par l'art. 149 ; & la *cornée* étant rarement forcée à une plus grande convexité, devient avec le tems plus roide & moins capable d'obéir à la contraction de l'anneau musculueux, par l'art. 150 ; ce qui est une seconde raison pour laquelle ces gens là ne voient pas si bien aux petites distances.

152. D'un autre côté, ceux qui ont une grande & longue habitude de voir les objets dans les petites distances, comme les gens d'étude en général, les Horlogers, les Graveurs, les Peintres en miniature, &c. voient mieux que les autres hommes dans les petites distances & moins bien dans les grandes.

Car dans ceux-là, le grand anneau musculueux de l'*uvée* se resserre plus

aisément & plus fortement, par l'art. 149 ; & la *cornée* par l'art. 150, obéit plus aisément aux petites distances. Delà vient qu'ils voient mieux dans les petites distances.

Mais la *cornée* étant ainsi souvent & long-tems forcée à une plus grande convexité, perd par degrés une partie de son ressort, de sorte qu'elle ne revient plus à sa convexité naturelle, lorsque l'anneau musculéux cesse d'agir sur elle, par l'art. 150. C'est là une raison pour laquelle ils ne voient pas si bien aux grandes distances.

De plus, le *ligament ciliaire* étant rarement employé pour diminuer la convexité de la *capsule*, devient par degrés moins capable de faire cette fonction, par l'art. 149 : & la *capsule* étant rarement tirée & mise en tension, doit, par l'art. 150, perdre une partie de la force qu'elle a de se relâcher, de sorte qu'elle concourt plus difficilement à l'action du ligament. Et c'est là une autre raison pour laquelle on ne voit pas si bien aux grandes distances.

153. Ceux qui commencent trop tôt à se servir de lunettes & qui en font usage constamment, se trouvent en peu de tems dans l'impossibilité de s'en passer. Car par cet usage, ils n'ont plus occasion de resserrer le grand anneau musculéux pour courber la *cornée* autant qu'au-paravant, & lorsqu'ils ont perdu cette habitude pendant quelque tems, ils ne peuvent plus la reprendre, comme ils faisoient avant que de se servir de lunettes.

154. Dans les enfants, la prunelle est ordinairement plus dilatée que dans les personnes avancées en âge. On s'en apperçoit aisément ; car dans les personnes d'un âge mur, la prunelle paroît rarement égale à la largeur de l'anneau de l'*uvée* d'un côté ou d'autre, c'est-à-dire, qu'elle est rarement égale au tiers de la largeur de la *cornée* & elle est souvent beaucoup moindre, sur-tout lorsque la lumière est assez forte. Mais dans les enfants il est rare que le diamètre de la prunelle paroisse aussi petit que le tiers de la largeur de la *cornée*, & souvent il surpasse la moitié de cette largeur.

Je crois que la raison de cela est que dans les enfants, la *cornée* est extrêmement flexible, de sorte qu'elle est aisément tendue par l'anneau musculéux, pour prendre la courbure nécessaire, lorsqu'ils veulent voir distinctement en lisant, & par conséquent leur prunelle a moins d'occasion de se resserrer pour la *vision distincte*. Mais dans les personnes âgées, la *cornée* est un peu plus roide, de manière qu'il leur est difficile de lire sans *lunettes*, à moins que les caractères ne soient fort gros, ou la lumière très-forte, & propre à donner une grande contraction à la prunelle. Delà vient qu'elles sont obligées de tenir la chandelle entre l'œil & le papier qu'elles lisent, & lorsqu'elles en usent ainsi, c'est une marque certaine qu'elles commencent à avoir besoin de lunettes.

155. Les enfants lisent de beaucoup plus près que les personnes âgées. Cela vient de deux causes.

1°. Leurs yeux sont plus petits, & la moindre distance à laquelle un œil peut voir distinctement est proportionnelle à la longueur de l'œil.

2°. Leur *cornée* étant plus flexible, s'accommode aisément à une moindre distance & les caractères d'impression paroissent plus grands & se lisent plus aisément dans les moindres distances que dans les plus grandes.

156. Les personnes âgées voient mieux à une grande distance que les jeunes gens. Je crois que personne ne doute de ce fait, & si quelqu'un en doutoit, il pourroit s'en assurer en cette manière. Si une personne dont la vue s'est affoiblie pour les objets proches par l'âge, observe la Lune lorsqu'elle n'a que trois ou quatre jours, & qu'elle examine de combien la partie éclairée lui paroît d'un plus grand diamètre que la partie obscure, & quel en est l'excès; qu'il se rappelle ensuite, s'il le peut, quelle étoit l'apparence de ces deux parties de la Lune, lorsqu'il étoit jeune. Je suis persuadé, que l'excès de la partie éclairée sur la partie obscure ne sera plus sensible pour lui, ou le sera beaucoup moins qu'auparavant. Tel est au moins le cas où je me trouve. Je me souviens fort bien, qu'autrefois le diamètre de la partie éclairée de la Lune surpassoit de beaucoup à ma vue celui de la partie obscure. Au lieu que maintenant les limbes de ces deux parties me paroissent presque former un même cercle.

On a cru jusqu'ici que la raison pour laquelle les personnes avancées en âge voient mieux aux grandes distances, étoit que les peaux & les humeurs de l'œil se resserroient; mais je ne trouve pas cette raison satisfaisante. Si l'œil se resserroit proportionnellement dans toutes ses parties, cela produiroit un effet contraire: la vue deviendrait plus courte, comme on l'a observé dans les enfants, dont les yeux sont plus petits que ceux des hommes faits.

Fig. 213.

Mais je crois que la vraie raison est celle-ci. La *cornée* étant d'un tissu plus rare & étant plus exposée à l'air que la *scclerotique*, se resserre à la longue, un peu plus que la *scclerotique*, & devient par ce moyen un peu plus plate qu'elle n'étoit auparavant. Car si la ligne *BnnB* continue d'avoir la même longueur, & que l'arc *BAB* soit un peu raccourci, le sommet de cet arc en *A* sera un peu baissé vers *C*, c'est-à-dire, que l'arc *BAB* deviendra plus plat ou moins convexe. Et si la longueur de cet arc de la *cornée*, par son retrécissement, diminue seulement de $\frac{1}{11}$ d'un pouce, le rayon de la *cornée* qui étoit 3, 3294 deviendra 3, 3500, & par ce moyen *AM* qui étoit (art. 143) 9, 1209; deviendra 9, 1497. Or comme par ce retrécissement de la *cornée* son sinus versé diminue de 0, 0070; & par conséquent l'axe de l'œil, qui étoit 9, 1500 devient 9, 1430; *AM* surpassera un peu cet axe, si la *capsule* du cristallin est aplatie autant que nous l'avons supposé dans l'art. 143; & si elle est un peu moins aplatie, *AM* sera exactement égale à l'axe, c'est-à-dire, que les rayons parallèles se réuniront en un point sur la rétine, ou que la limite la plus reculée de la *vision parfaite* pourra s'étendre à une distance infinie.

157. Les personnes âgées ne voient pas si bien dans les petites distances, que celles qui sont moins avancées en âge. Cela vient en partie du retrécissement & en partie de la rigidité de la *cornée*, qui augmente avec l'âge & peut porter la limite prochaine de la *vision parfaite*, depuis 3 ou 4 pouces comme dans les enfants, & depuis 5 ou 6 pouces dans les jeunes gens dans la force de l'âge, jusqu'à 20, 30, 40 pouces, ou à une plus grande distance. Et dans ce cas, l'œil n'a point d'autre secours pour voir les objets proches, que la contraction de la prunelle, ce qui ne suffit pas pour la *vision distincte*, à moins que ce ne soit dans une lumière forte.

Si l'arc de la *cornée* se raccourcit de $\frac{1}{11}$ d'un pouce; cela éloignera la distance

distance naturelle depuis 15 jusqu'à 77 pouces. Et la *cornée* étant alors devenue plus roide, l'*uvée* sera moins capable de la resserrer pour lui donner une plus grande convexité. Lorsque la *cornée* étoit plus flexible, l'*uvée* étoit capable de la rendre assez convexe pour réduire la distance naturelle depuis 15 jusqu'à 5 pouces, c'est-à-dire, à la 3^e. partie : mais il est probable que la nouvelle distance naturelle de 77 pouces ne peut gueres se réduire qu'à la moitié, c'est-à-dire, à 38 ou 39 pouces.

Mais comme vraisemblablement c'est le cas de plusieurs personnes qui ont plus de 50 ans, & le mien en particulier, de n'avoir pas la *vision parfaite* à une moindre distance que 38 ou 39 pouces, on peut s'attendre que ces gens là auront la *vision parfaite* à une distance infinie ; d'autant plus que nous venons de faire voir, que le retrécissement de la *cornée* n'étant seulement que de ^{trois} d'un pouce, la *vision parfaite* peut s'étendre à une distance infinie, pourvu que la *capsule* de l'humeur crySTALLINE puisse s'applatisir jusqu'au degré qui a été supposé dans l'art. 143.

Mais ceux dont la *cornée* est ainsi applatie, sont par-là en état de voir distinctement à de plus grandes distances qu'ils ne faisoient auparavant, sans applatisir la *capsule*, & par conséquent ils ont moins occasion de resserrer le *ligament ciliaire*, & ce muscle par le non-usage devient moins capable de contraction au même degré qu'auparavant ; & par conséquent cette incapacité empêche que la *vision parfaite* ne s'étende aussi loin qu'elle l'auroit fait sans cela.

158. Comme les fucs des vieux animaux sont plus forts & plus chargés de sels & d'huiles que ceux des jeunes animaux, il est probable que les réfractions des membranes & des humeurs de l'œil, deviennent un peu plus fortes, à mesure que nous avançons en âge, que lorsque nous sommes encore enfants. Car toutes les matières sulphureuses rompent la lumière avec plus de force que les autres, tout étant égal. Et Mr. *Petit* observe (*Mem. de l'Acad.* 1726, 1730) que l'humeur crySTALLINE, qui est au commencement parfaitement limpide, prend une teinture jaune dans les adultes, & que cette teinture devient plus forte à mesure qu'on vieillit.

L'augmentation de cette teinture jaune & de la réfraction qui en est la suite, peut en quelque manière contre-balancer l'augmentation de rigidité & d'applatissement de la *cornée*. Autrement nous aurions la vue longue de trop bonne heure & nous aurions plutôt besoin de lunettes.

VI.

159. Le sixième & dernier chef de nos recherches, est de déterminer le moindre objet ou le moindre angle que l'œil soit capable d'appercevoir. Le sçavant Dr. *Hook* (*Remarques sur la machine céleste* d'Hevelius p. 7, 8, & *Ouvrages posthumes* p. 97) assure que lorsqu'un objet est compris sous un angle moindre qu'une minute, il est totalement invisible au commun des yeux. Et par l'expérience rapportée dans l'art. 97 de ce livre, & une autre que j'ai faite moi-même, dans les limites de la *vision parfaite*, je suis porté à croire que lorsque l'objet est rond, comme une tache noire circulaire sur un fond blanc, ou une tache blanche sur un fond noir, un œil doit être bien excellent pour l'appercevoir sous un angle beaucoup moindre qu'une minute.

160. Mais il y a d'autre cas où l'œil peut discerner un angle beaucoup

plus petit, & je vais en examiner ici quelques-uns, après avoir fait une remarque qui paroît nécessaire pour expliquer la raison de ces cas.

Pour que nous puissions nous appercevoir de l'impression faite par un objet sur quelqu'un de nos sens, il faut que cette impression ait un certain degré de force ou d'étendue.

Par exemple, une très-petite goutte de rosée ou de pluie peut tomber sur la main sans que nous en ayons aucune sensation, & une très-petite particule de sucre peut être portée sur la langue sans nous faire sentir sa douceur; mais une bluette de feu de la même grandeur que la goutte de pluie, ne sçauroit tomber sur la main sans se rendre sensible; parce que l'impression d'une bluette de feu est d'une plus grande force que celle de la goutte d'eau ou de la particule de sucre.

Par la même raison, une étoile qui ne paroît que comme un point brillant dans un télescope, n'étant comprise que sous un angle d'une seconde, est visible à l'œil, quoiqu'on ne puisse pas s'appercevoir d'une tache noire de 25 ou 30 secondes.

161. De plus, quoiqu'une petite goutte d'eau n'affecte pas sensiblement la main, cependant un nombre de pareilles gouttes qui tombent ensemble, ou une goutte plus grande qui tombe seule, affectent la main du sentiment d'humidité, parce que la quantité d'impression est plus grande.

Une ligne est plus visible qu'une tache de la même largeur.

C'est par la même raison, qu'une ligne de même largeur qu'une tache circulaire est visible dans une distance où l'on ne peut pas appercevoir la tache; parce que la quantité d'impression qui vient de la ligne est plus grande que celle qui vient de la tache. Et une ligne plus longue est visible à une plus grande distance qu'une ligne plus courte de la même largeur.

162. Quelques-uns ont supposé que les impressions des objets visibles sont reçues sur certains poils du nerf Optique qu'on imagine se tenir droits sur la rétine, comme les poils du velours, & par l'expérience qu'une tache qui n'a pas une minute de diamètre, n'est pas sensible à l'œil; ils concluent que l'épaisseur de l'un de ces poils est environ $\frac{1}{100}$ ou $\frac{1}{120}$ d'un pouce.

163. Mais en admettant cette supposition, on trouvera le diamètre de l'un de ces poils beaucoup plus petit. Car je trouve qu'un morceau de fil d'argent de l'épaisseur de $\frac{1}{10}$ d'un pouce, mis sur du papier blanc, est visible à la distance de 10 pieds. Donc l'angle compris par le diamètre du fil d'argent est environ $3''$. Par conséquent l'épaisseur d'un de ces poils seroit 17 fois plus petite que dans l'art. 162.

164. J'ai pris un filament de soie séparé & je l'ai placé tout contre ce morceau de fil d'argent, ensuite les regardant tous deux avec un bon microscope, je jugeai que le diamètre du fil d'argent valoit 4 diamètres de la soie. Le diamètre de la soie étoit donc environ $\frac{1}{40}$ d'un pouce.

Cette soie & ce fil étant l'une & l'autre placés sur un papier blanc, furent visibles à la distance de 40 pouces, & la soie parut clairement moindre que le fil.

Ici le filament de soie comprenoit un angle qui n'étoit que $2''$. Par conséquent l'épaisseur d'un poil du nerf optique est 24 fois plus petite qu'on ne l'a déterminée dans l'art. 162.

165. On m'objectera peut-être, selon les principes de Descartes, qu'il n'est pas nécessaire de supposer le diamètre des poils aussi petit que l'image du brin de soie. Car si le diamètre d'un poil étoit 24 fois aussi grand que cette image, en sorte que l'image n'occupât que $\frac{1}{24}$ de chaque poil, le

total de chaque poil où tomberoit l'image, seroit affecté par l'impression faite sur $\frac{1}{2}$. Par conséquent la soie pourroit aussi bien s'apercevoir que si son image avoit occupé tout le poil.

Je réponds, que si cela est, la soie doit paroître aussi large que le fil d'argent, dont l'image dans cette supposition n'occupe que la sixième partie de chaque poil, & cependant le fil paroît plus large.

166. Je crois que l'unique cause de ce qu'une ligne est plus visible qu'une tache de même largeur, dans les limites de la *vision parfaite*, est celle que nous en avons donnée, sçavoir, que la ligne fait sur la rétine une plus grande impression que la tache. Mais hors des limites de la *parfaite vision*, il survient une autre cause, qui rend la différence de visibilité entre la ligne & la tache beaucoup plus considérable. C'est que l'impression faite sur la rétine par la ligne, est alors non-seulement beaucoup plus grande, mais encore beaucoup plus forte que celle de la tache.

167. Soit ABC une tache blanche circulaire sur un fond noir, & qu'elle soit placée au-delà de la dernière limite de la *vision parfaite*, de manière que le *rayon de dissipation* (art. 17) surpasse considérablement le rayon de la tache. Alors comme chaque point en dedans de ce cercle ABC dissipe ses rayons sur un cercle beaucoup plus grand, & qu'il ne peut recevoir de lumière dispersée que des autres points situés en dedans du même cercle ABC, il est clair que tout le cercle ABC paroît beaucoup plus foible & languissant que s'il étoit vu par la *vision parfaite*. Fig. 216.

168. Mais si le même cercle ABC étoit contigu à deux autres cercles égaux DFE, GHI, leurs centres étant tous placés dans une ligne droite, & que l'on regardât ces trois cercles à la même distance qu'auparavant; alors le cercle ABC ne paroîtroit plus aussi foible & languissant qu'auparavant, parce qu'il recevrait une partie des rayons dissipés par les cercles adjacents DEF, GIH: & si l'on mène les tangentes GD, IF à ces trois cercles, & que tout l'espace entre ces tangentes soit blanc, le cercle ABC fera encore plus éclairé par la lumière que dissipent les espaces ajoutés compris entre les cercles & les tangentes. Mais il se formeroit par là une ligne de même largeur que le cercle ABC, & par l'addition de plusieurs cercles on pourroit étendre cette ligne à la longueur que l'on voudroit, & toute la ligne seroit plus éclairée que le cercle seul ABC. Fig. 217.

Donc une ligne placée au-delà des limites de la *vision parfaite*, paroît plus fortement éclairée & fera une impression plus forte sur la rétine, qu'une tache circulaire de la même largeur. Donc par cette raison & par la quantité d'impression, la ligne sera visible à une plus grande distance que la tache.

169. Comme nous avons fait voir ci-devant, art. 163, 164, qu'une ligne noire sur un fond blanc est visible, dans les limites de la *vision parfaite*, lorsqu'elle est comprise par un angle de 2 ou 3 secondes; & comme il n'y a pas lieu de douter qu'une ligne blanche sur un fond noir ne soit visible sous un angle aussi petit; on doit naturellement s'attendre qu'un espace blanc entre deux lignes noires parallèles, étant de la même largeur que chacune de ces lignes, soit aussi visible dans ces limites, lorsque cet espace comprend un angle qui n'est que de 2 ou 3 secondes, ou que cet espace sera visible à la même distance autant que l'une de ces lignes prise séparément est visible. On auroit même lieu de croire, que cet espace

étant blanc, sera apperçu à une plus grande distance qu'une ligne noire de la même largeur & longueur. Mais le cas est tout différent.

Fig. 218.

170. Car soient AB les deux lignes noires tracées sur du papier blanc avec un espace entr'elles égal en largeur à chacune des lignes noires; & soit CD une autre ligne noire tracée à un espace considérable des deux premières, mais égale en largeur & en longueur à l'une des deux. Si l'on place le papier contre une muraille, & qu'on s'en éloigne, on trouvera qu'à une certaine distance convenable à l'œil, même dans les limites de la *vision parfaite*, l'espace blanc entre les deux lignes AB, ne pourra pas se distinguer, & que les deux lignes ne paroîtront que comme une seule; mais à la même distance la ligne seule CD se verra clairement, & l'on continuera de la voir quoiqu'on s'en éloigne à une distance considérable.

Fig. 219.

171. Cela paroitra plus surprenant, si l'on fait attention à l'expérience suivante. Sur le même papier avec les deux lignes noires AB, & la seule ligne noire CD, tracez encore une ligne blanche IK de la même longueur & largeur que CD, mais qui soit entre deux espaces noirs IKEF, IKGH, dont les côtés auprès de la ligne blanche soient parallèles entr'eux. Si l'on attache ce papier à une muraille, & qu'on s'en éloigne; la ligne blanche IK fera visible à une aussi grande distance que la ligne noire CD, c'est-à-dire, à une distance beaucoup plus grande que celle où l'on peut distinguer la ligne blanche AB.

172. On peut ici demander avec raison, d'où vient que la ligne blanche AB n'est pas visible à une aussi grande distance que la ligne noire CD, puisque ces deux lignes sont égales tant en longueur qu'en largeur, & qu'elles sont vues toutes deux dans les limites de la *vision parfaite*? D'où vient aussi que l'on voit la ligne blanche IK à une plus grande distance que la ligne blanche AB, puisque ces deux lignes blanches sont égales en longueur & en largeur, qu'elles sont toutes deux terminées par des lignes noires parallèles & vues dans les limites de la *vision parfaite*?

173. Pour donner une réponse satisfaisante à ces questions, il est nécessaire de faire une autre observation. Plus un objet est composé, ou plus il a de parties, plus aussi est-il difficile à l'œil de distinguer ces différentes parties, tout le reste étant égal.

Par exemple, il est un peu difficile à l'œil de juger combien de figures sont contenues dans les nombres suivants, 1111111111, 1000000000. Mais si l'on divise ces figures de cette manière 11111, 11111; 10000, 00000, de sorte qu'elles forment différents objets moins composés; on peut estimer plus aisément le nombre des figures contenues dans chacun de ces nombres, & encore plus aisément si on les divise en cette manière 1, 111, 111, 111; 1, 000, 000, 000.

174. Je crois que la raison de cela, est la difficulté de tenir l'œil parfaitement fixe. Car si en comptant ces figures, 1111111111, l'œil est arrivé, par exemple, à la cinquième depuis la main droite, & que par un mouvement imperceptible du corps, ou par une agitation involontaire de l'œil, il arrive que son axe soit dirigé à la quatrième ou sixième figure, ou à l'intervalle entre la cinquième & l'une des deux autres, on se trouvera embarrassé, ne sachant plus par quelle figure il faut continuer à compter, & l'on sera par conséquent obligé de recommencer à main droite.

Ce qui fait voir que c'est là la vraie raison, c'est qu'il est plus aisé

de compter les figures dans le nombre 121212121212, que dans le nombre 111111111111, & qu'il est plus aisé de les compter dans le nombre 123123123123, ou dans le nombre 123412341234, où la différence des figures est cause que l'œil retrouve plus aisément leurs places lorsqu'il les a perdues.

175. C'est par la même raison de l'instabilité de l'œil, qu'il doit être plus difficile, tout le reste étant égal, de voir & de distinguer les parties d'un objet composé, lorsque chacune de ces parties comprend un angle très petit, que de voir un objet seul de la même grandeur ou une de ces parties.

Par exemple, l'heure I sur un cadran est visible à une distance où les heures II, III, IIII, ne sçauroient se distinguer, sur-tout si l'observateur est en mouvement, comme dans un carosse, ou à cheval, ou même dans un bateau sur l'eau. On peut en faire aisément l'expérience, en regardant un cadran dans lequel les intervalles entre les traits noirs sont égaux à la largeur de ces traits; & encore plus aisément lorsque les intervalles sont moins larges, ce qui est un défaut dans les grands cadrans qui doivent être vus de fort loin. Car il faut que dans ce cas les intervalles soient considérablement plus larges que les traits.

De même AB, fig. 218, est un objet composé de trois parties, qui sont les deux lignes noires & la ligne blanche au milieu : mais CD est un objet simple qui n'a qu'une ligne noire sur un fond blanc; & IK, fig. 219, doit être regardé comme un objet simple qui n'a qu'une ligne blanche sur un fond noir.

En regardant un de ces objets simples, si l'œil se meut imperceptiblement, tout l'effet de ce mouvement, est que l'objet se peint dans une autre partie de la rétine; mais en quelqu'endroit qu'il soit peint, il n'y aura qu'une seule peinture simple, & qui ne sera confondue avec aucune autre.

Mais en regardant l'objet composé AB, si l'on suppose que l'œil soit tant soit peu agité, l'image de l'une ou de l'autre des lignes noires sera portée sur la partie de la rétine où étoit auparavant celle de la ligne blanche; & cela produira un tel éblouissement dans l'œil, qu'il ne pourra pas voir distinctement la ligne blanche, ou la distinguer des lignes noires, qui par une agitation continuelle occuperont alternativement l'espace de la ligne blanche, d'où il doit résulter une apparence d'une ligne noire large sans aucune séparation manifeste.

176. En faisant cette expérience avec deux épingles dont je connoissois les diamètres, & que j'avois placées contre la lumière du jour à une fenêtre, laissant entr'elles un espace égal en largeur à l'une des épingles, je trouvai qu'on pouvoit à peine distinguer la distance d'une épingle à l'autre, lorsqu'elle étoit comprise sous un angle moindre que 40'', quoique l'une des épingles seule pût se distinguer sous un angle beaucoup moindre.

177. Mais quoique l'œil ne puisse pas distinguer l'espace entre deux épingles, lorsqu'il comprend un angle moindre que 40'', ce seroit une erreur de croire que l'œil seroit nécessairement une erreur de 40'', en estimant la distance entre deux épingles, lorsqu'elles sont beaucoup plus éloignées l'une de l'autre. Car si l'on suppose que l'espace entre deux épingles comprend un angle de 1°, & que chaque épingle en forme un

de 4" ; lequel par les art. 163, 164 est plus grand que le moindre angle que l'œil puisse distinguer, il est évident, que l'œil peut juger du lieu de chaque épingle jusqu'à 2" tout au moins, & que par conséquent l'erreur que l'on commet en prenant l'angle compris entr'elles, ne sçauroit tout au plus surpasser 4", pourvu que l'instrument soit assez exact.

178. C'est pourtant sur une erreur semblable qu'est fondée la principale objection du Dr. *Hook* contre l'exactitude des observations de l'illustre *Hevelius*.

179. Par l'art. 149 une tache noire sur un fond blanc, ou une tache blanche sur un fond noir, ne peut être apperçue qu'avec peine par le commun des yeux, lorsqu'elle est comprise sous un angle moindre qu'une minute.

Et si l'on fait deux taches noires sur un papier blanc avec un espace entr'elles égal en largeur à l'un de leurs diamètres, on ne pourra pas distinguer cet espace, même dans les limites de la *vision parfaite*, sous un angle aussi petit, que celui où l'on distingue une tache simple de la même grandeur. Ainsi pour voir distinctement les deux taches, il faut que la largeur de l'espace compris entr'elles soit renfermé sous un angle de plus d'une minute. Il seroit fort difficile de faire cette expérience exactement dans les limites de la *vision parfaite*, parce que les objets doivent être extrêmement petits; mais par un essai grossier avec des morceaux quarrés de papier blanc sur un fond noir, j'ai trouvé que le moindre angle, sous lequel on peut appercevoir l'intervalle entre ces deux objets, est au moins un quart plus grand que celui sous lequel on peut appercevoir un seul de ces objets. De sorte que l'œil qui ne peut pas appercevoir un objet simple sous un angle moindre qu'une minute, ne pourra pas appercevoir l'intervalle entre deux objets semblables sous un angle moindre que 75".

180. Hors les limites de la *vision parfaite*, la distance où l'on cesse d'appercevoir un objet simple, est beaucoup plus grande à proportion, que celle où l'on cesse d'appercevoir un espace d'égale largeur entre les deux objets. Car hors de ces limites, l'image de chacun des objets est accompagnée d'une *pénombre*, & les *pénombres* des deux objets voisins occupent une partie de l'espace qui est entr'eux, & par ce moyen il est plus difficile d'appercevoir cet espace; mais la *pénombre* ajoute quelque chose à la largeur de l'objet simple, & par conséquent on l'appërçoit mieux, à moins que son image ne soit fort languissante.

Défense
d'*Hevelius*
contre le
Dr. *Hook*.

181. Le Dr. *Hook* assure, que l'œil le plus subtil ne peut pas distinguer l'intervalle entre deux étoiles qui n'ont pas une demi-minute de distance, & que de cent yeux, il n'y en a pas un qui puisse distinguer un intervalle moindre qu'une minute.

Si l'on suppose donc qu'*Hevelius*, dont les yeux étoient certainement très-bons, comme il paroît par ses observations, & sur-tout par le témoignage du Dr *Halley* (*Hevelii annus climactericus*) pouvoit distinguer deux étoiles qui étoient séparées d'une minute, il s'ensuit (par l'art. 64) que la *fausse image* d'une étoile dans l'œil d'*Hevelius* ne surpassoit pas une demi-minute.

Mais si l'on suppose que 40" soient le moindre angle dans un objet composé, que l'œil d'*Hevelius* ait pu appercevoir dans le cas de la *vision parfaite*; il faudroit alors que pour qu'il pût appercevoir un intervalle entre deux

étoiles éloignées de 1' ou 60", il y eut au moins 40" de cet intervalle exemptes des deux *fausses images* des étoiles, de manière que la *fausse image* de chaque étoile n'auroit pas compris plus de 40" de l'intervalle entr'elles. Et par conséquent une étoile seule auroit paru à l'œil d'*Hevelius* sous un angle de 20".

182. Il n'est pas d'ailleurs improbable que son œil étoit en état de voir une étoile sous un angle aussi petit que celui de 20" dans le tems de sa dispute avec le Dr. *Hook*. Car cet illustre Astronome étoit alors avancé en âge, & son œil devoit par-là s'être un peu applati; outre que par une suite continuelle d'observations pendant près de 50 ans, son œil avoit dû se former à observer distinctement les objets célestes, autant que la pratique & l'habitude peuvent le faire.

183. Voyons donc quelle erreur dans l'observation de la hauteur d'une étoile, ou de la distance entre deux étoiles, a dû résulter nécessairement dans un œil de cette espèce, en supposant que l'Instrument avec lequel il a observé étoit parfaitement exact.

Il faut d'abord remarquer ici que les pinnules dont il s'est servi proche de son œil, étoient des fentes étroites rectangulaires, tellement placées sur son Instrument, que la longueur de la fente étoit toujours perpendiculaire au plan de l'angle qu'il avoit à observer, & que la largeur de la même fente étoit dans le plan de cet angle: de sorte que par ce moyen, l'œil recevoit assez de lumière le long de la fente pour rendre l'étoile visible, pendant que dans le même tems, le diamètre apparent de l'étoile, qui étoit dans le plan de l'angle que l'on vouloit mesurer, étoit diminué considérablement. Ainsi non seulement à cause de son âge, mais encore pour cette raison, nous avons droit de supposer qu'une étoile ne lui paroissoit pas sous un angle plus grand que 20" & plutôt sous un angle moindre. Soit AOB la hauteur de l'étoile qu'on veut observer, dont le centre est C & dont le diamètre vertical apparent est Aa, qui est compris sous un angle de 20".

Fig. 219.

Il est évident que si au lieu de viser au centre C de l'étoile, ou au milieu de sa lumière, il avoit dirigé sa vue au bord inférieur de la lumière en a ou au bord supérieur en A, il n'auroit fait qu'une erreur de 10" de part ou d'autre, & que la plus grande différence entre deux observations de la même étoile n'auroit pas surpassé 20".

Mais comme il a indubitablement visé au milieu de la lumière d'aussi près qu'il lui a été possible & qu'on ne peut pas supposer aisément qu'il se soit écarté du milieu de plus que la moitié du rayon de l'étoile, il est difficile qu'il ait commis une erreur de plus de 5" de part ou d'autre.

184. Soit Cc l'intervalle entre les centres de deux étoiles C, c; & que COc soit l'angle compris par cet intervalle dans l'œil de l'observateur, & qu'*Hevelius* va mesurer avec son Instrument; soient aussi Aa, Bb les diamètres apparents des deux étoiles, dans le plan de l'angle à mesurer, qui comprennent chacun un angle de 20".

Fig. 220.

Si l'axe d'un œil de l'observateur étoit dirigé vers c, centre de l'étoile Bcb, le long de la ligne Oc, & que l'axe de l'autre œil fût dirigé vers C centre de l'étoile ACa, le long de la ligne OC; il est clair que l'angle trouvé par l'Instrument seroit le vrai angle COc, compris par Cc intervalle entre les centres des deux étoiles, sans aucune erreur.

De plus, si l'œil d'un observateur étoit dirigé vers b , extrémité à main droite de l'étoile Bcb & que l'œil d'un autre observateur fût dirigé en a , extrémité à main droite de l'étoile ACa , l'angle BOA trouvé par l'Instrument, seroit égal à cOC , sans aucune erreur.

De même, si l'œil de chaque observateur étoit dirigé vers les extrémités à main gauche des deux étoiles B & A ; l'angle BOA trouvé par l'Instrument, seroit précisément égal à l'angle cOC , sans aucune erreur.

185. Et si les deux observateurs étoient assez négligents ou assez peu heureux, pour diriger leurs yeux vers les deux extrémités les plus éloignées des deux étoiles b & A , l'angle BOA surpasseroit le vrai angle cOC de $20''$ & l'erreur ne seroit pas plus grande.

Ils commettront précisément la même erreur s'ils visent aux deux extrémités les plus proches B & a des étoiles, l'angle étant alors de $20''$ plus petit.

186. Mais cela ne peut arriver que difficilement, sur-tout dans un observateur aussi expérimenté qu'*Hevelius*, qui a indubitablement dirigé son rayon visuel Oc au milieu de la lumière de l'étoile, autant qu'il lui a été possible : & l'on ne peut gueres supposer qu'il se soit écarté de c centre de l'étoile Bcb plus que de la moitié de la distance cb ou cB , ce qui ne peut pas altérer le lieu de l'étoile de plus de $5''$. Et si la même méprise se trouve du côté opposé dans le lieu de l'autre étoile ACa , elle n'augmentera ou ne diminuera pas plus leur intervalle que de $10''$, en supposant qu'il n'ait pris qu'une seule fois cet intervalle.

187. Mais par des observations répétées, & en prenant un milieu entre ces observations, comme c'étoit sa pratique, il a pu fixer cet intervalle fort près du vrai; de sorte qu'à peine une observation simple peut différer de ce milieu de plus de $10''$ & que les autres doivent s'en approcher communément de $5''$ ou $6''$, comme on le voit en comparant ses observations les unes avec les autres, & par le témoignage que lui a rendu le Dr. *Halley*, qui assure que ses observations faites avec des pinnules simples ne diffèrent de la vérité, *nisi contemnenda minuti parte*. Donc les observations de cet illustre Astronome ne diffèrent pas de la vérité de 1, 2 ou 3 minutes, & la grandeur de ses Instruments, l'exactitude de leurs divisions, n'étoit pas un poids inutile, ou une vaine curiosité, qui surpassât beaucoup la délicatesse de ce que l'œil peut observer, comme le Dr. *Hook* le lui a injustement reproché.

188. On objectera peut-être contre ce que j'ai cru devoir dire pour venger la mémoire de ce fameux Astronome, qui sera toujours en vénération, que les yeux de ceux qui l'aidoient dans ses observations, n'étoient pas peut-être aussi bons que les siens, & que par conséquent l'erreur que l'on commettoit en prenant les distances de deux étoiles, pouvoit être beaucoup plus grande que nous ne l'avons supposée ici.

Je réponds que l'une des personnes qui l'aidoient dans ses observations étoit son épouse, qui vraisemblablement n'étoit pas de beaucoup plus jeune que lui & qui étoit fort exercée aux observations, ainsi que tous les autres qu'il y employoit : & si parmi eux il s'en trouvoit quelques-uns de jeunes & qui voyoient par conséquent les astres sous un angle plus grand que $20''$ à la vue simple, cependant en regardant au travers de ses pinnules, cet angle ne devoit pas beaucoup surpasser cette grandeur. Au moins comme ils

ils étoient dirigés par *Hevelius* & accoutumés aux observations, ils ne pouvoient gueres s'écarter du milieu de la lumière que de la moitié du rayon, comme nous l'avons supposé ci-devant. Et cet excès que nous supposons trop libéralement, peut bien compenser l'angle un peu trop grand sous lequel ils ont pu voir l'étoile. Nous pouvons ajouter à cela que l'erreur qu'un aide-observateur a pu commettre, n'a dû affecter l'angle que d'un seul côté & qu'elle n'a pas dû être doublée, comme nous l'avons supposé ci-devant ; & sur le tout, le grand accord de ses observations entr'elles est une preuve suffisante, que ses assistants étoient capables d'observer avec assez d'exactitude.

189. Mr. *Hughens* dans son *Systema saturnium*, outre plusieurs points curieux qu'il a discutés fort heureusement avec sa sagacité & sa pénétration ordinaires, à la satisfaction du monde sçavant, propose une question très-difficile (p. 61) d'où vient que le bord extérieur de l'anneau de *Saturne*, n'est pas visible sous la forme de deux bras, lorsque la terre est dans le plan de l'anneau, & d'où vient qu'alors *Saturne* paroît rond.

D'où vient que le bord extérieur de l'anneau de *Saturne* est invisible.

Il ne trouve point d'autre manière d'expliquer cela, qu'en supposant que ce bord extérieur est de telle nature, ou couvert d'une telle matière, qu'elle ne réfléchit point du tout, ou que très-peu, la lumière qui lui vient du Soleil, & cette supposition a été admise par quelques-uns des Philosophes les plus récents.

190. Il est vrai que Mr. *Hughens* a observé lui-même (*Cosmotheoros* p. 110) aussi bien que Mr. *Cassini* & quelques-uns de nos Astronomes Anglois, que la partie extérieure du plan de l'anneau est moins lumineuse que ne l'est la partie intérieure, & par conséquent il n'est pas hors de la vraisemblance, que le bord extérieur de l'anneau soit aussi moins lumineux que l'intérieur, & que la partie brillante de ces deux plans, ou même que le corps de *Saturne* qui est un peu plus obscur, au moins vers ses bords, que n'est la partie intérieure & plus brillante de ces plans.

Mais que ce bord extérieur soit d'une nature si différente de ces parties du plan supérieur & inférieur, entre lesquelles il se trouve, & auxquelles il est contigu, de manière qu'elles réfléchissent la lumière comme nous voyons qu'elles le font, & que ce bord en réfléchisse fort peu ou point du tout, c'est une supposition difficile à digérer.

191. Il est donc à propos d'examiner si l'on ne peut pas répondre à cette question d'une autre manière, sans admettre une telle supposition.

Mr. *Hughens* croit que l'épaisseur de l'anneau est d'environ 600 milles d'Allemagne & comme il croit le diamètre de *Saturne* égal à 15 fois le diamètre de la terre, qui est environ de 2000 milles d'Allemagne & plus, cette épaisseur de l'anneau sera par son estime environ $\frac{1}{3}$ du diamètre de *Saturne*.

Or le diamètre apparent de *Saturne*, par les observations de feu Mr. *Jacques Pound*, Astronome exact, est dans sa moyenne distance de la terre de 18" & ainsi à sa moindre distance, il doit être de 20" & par conséquent la plus grande épaisseur apparente de l'anneau, doit être estimée $\frac{1}{3}$ de 20", lorsque la terre est dans le plan de l'anneau.

En supposant que le télescope dont se servoit Mr. *Hughens* dans ces observations, grossissoit, comme il le dit, 100 fois, l'épaisseur appa-

rente de cet anneau dans le télescope devoit être tout au plus de $\frac{20''}{50} \times 100$; c'est-à-dire de 40''.

Or je conçois que dans un corps composé, tel que *Saturne*, qui paroît sous un angle de 20'' x 100 ou de 33', c'est-à-dire, environ de la grandeur de la pleine Lune, avec deux bras qui en sortent de 40'' en largeur apparente, ces bras ne peuvent pas être fort distincts, quand même ils réfléchiroient la lumière aussi fortement que le corps de la planète, & encore moins, s'ils ne sont pas aussi lumineux que la planète. Ces bras seront encore moins visibles, si le soleil étant dans le plan de l'anneau, la terre est en quadrature avec lui & avec *Saturne* ; auquel cas, le bord de l'anneau étant vu obliquement, forme un angle dans l'œil par le télescope moindre que 40''.

Mais si la largeur de ce bord est beaucoup moindre que $\frac{1}{2}$ du diamètre de *Saturne*, comme il paroît probable par ce qui suit ; alors il aura été compris dans le télescope d'*Hughens* sous un angle beaucoup moindre que 40'' & indubitablement les bras auront été invisibles, & *Saturne* aura dû paroître rond, comme on l'a trouvé par observation.

192. On peut objecter ici qu'en 1656, Mr. *Hughens* (*Syst. Saturn. p. 16, 17, 61, 62.*) vit la projection de ce bord comme une bande noire sur le corps de *Saturne*, dans le tems que la terre & le Soleil étoient à fort peu près dans le plan de l'anneau ; & que par conséquent l'épaisseur de l'anneau n'est pas assez petite pour la rendre invisible.

Je réponds, qu'il y a lieu de soupçonner que cet illustre Astronome s'étoit mépris ; non pas dans l'observation même, mais dans le jugement qu'il porta sur cette observation. Il n'est pas douteux qu'il vit une bande noire qui traversoit le milieu de la planète, mais comme on a découvert depuis, une bande noire vers le milieu de *Saturne*, dans le tems où la terre étoit hors du plan de l'anneau, tandis que l'anneau se voyoit clairement & que le milieu de *Saturne* paroissoit en dedans de l'ellipse ; je soupçonne que cette même bande, ou une partie qui étoit la plus distincte dans son télescope de 23 pieds, soit qu'elle fût seule ou jointe à la ligne noire qui venoit de la projection de l'anneau sur le corps de *Saturne*, a pu être prise par mégarde pour la projection de ce bord seul ; ce qui doit l'avoir déterminé à conclure l'épaisseur de cet anneau beaucoup plus grande qu'elle n'est réellement.

193. Et lorsque la terre & le Soleil n'étoient pas exactement dans le plan de l'anneau, mais l'un un peu au-dessus & l'autre un peu au-dessous, ou tous deux un peu au dessus ou au dessous, & cependant assez peu pour que le plan de l'anneau fût faiblement éclairé par le Soleil ; dans ces cas le plan de l'anneau, qui étoit exposé à l'œil de l'observateur, devoit être jeté sur le bord de *Saturne*, comme une bande noire & étroite contigue à la bande noire & étroite formée par la projection du bord extérieur de l'anneau. Ces deux bandes noires & étroites ont dû paroître comme une seule ; & Mr. *Hughens* a pu les prendre pour la projection du seul bord extérieur, qu'il a dû par conséquent, regarder comme beaucoup plus épais qu'il n'est réellement. A quoi l'on peut ajoûter que lorsque la Terre & le Soleil sont en des côtés opposés du plan de l'anneau, ou qu'étant du même côté, la terre est un peu plus ou un peu moins hors de ce plan que le Soleil, dans ces deux

cas, l'œil doit voir une partie de l'ombre de l'anneau sur le corps de la planète, laquelle étant contigue aux deux autres bandes noires, doit n'en former qu'une avec elles, & augmenter l'erreur.

194. Mais on peut encore m'objecter, que lorsque *Saturne* paroît avec des bras ou même avec des anes, auquel cas le même côté de l'anneau est tourné vers la terre, à mesure qu'il est éclairé par le Soleil, on n'a pas moins apperçu cette bande noire qui traversoit le corps de *Saturne* quelquefois vers le nord (*Syst. Saturn. p. 10. 11*) & quelquefois vers le Sud (*ibid. p. 18. 21. 24*) mais toujours dans une position qui répondoit à la projection de l'anneau sur le corps de la planète, & qui par conséquent ne venoit que de cette projection.

Je réponds, que la partie extérieure du plan de l'anneau, qui par l'art. 190. est très probablement aussi obscure que le bord de l'anneau, avoit sa projection sur le corps de *Saturne*, contigue à celle de ce bord, & que les deux ont formé l'apparence d'une bande obscure.

A cela, on peut ajouter que lorsque l'œil est un peu plus élevé que le soleil au-dessus du plan de l'anneau, une partie de l'ombre doit paroître contigue à ces deux projections, & par conséquent augmenter la largeur de la bande.

Donc ce que Mr. *Hughens* a observé dans ce cas, n'est pas la projection du bord seul, mais la projection réunie de ce bord avec la partie extérieure & plus obscure du plan de l'anneau, à laquelle se joint quelquefois une partie de l'ombre : de sorte que l'anneau peut bien avoir moins d'épaisseur que $\frac{1}{10}$ du diamètre de *Saturne* & être compris sous un angle moindre que $40''$, lorsqu'il est grossi cent fois par un télescope.

195. *Galilée* dans son *Nuncius sidereus* propose une objection qui lui a été faite par un grand nombre de sçavants contre la découverte qu'il avoit faite de l'inégalité de surface de la Lune, qu'il avoit trouvée couverte de hautes montagnes dans ses parties les plus brillantes.

D'où vient que le bord de la Lune est uni & non dentelé.

Si le limbe de la Lune, disent-ils, qui est communément fort brillant, étoit plein de montagnes, d'où vient qu'il paroît uni & poli dans le télescope, & non pas dentelé comme une scie ou comme une roue d'une horloge ?

A quoi ce Philosophe subtil & ingénieux répond, qu'une seule rangée de montagnes sur le bord de la Lune devoit produire l'apparence que l'on suppose que la Lune auroit ; mais que les montagnes étant placées les unes derrière les autres sur plusieurs rangs, les sommets des plus voisines doivent être renvoyés par l'œil dans les vallées ou ouvertures entre les montagnes des rangs extérieurs, ce qui doit faire paroître le bord de la Lune uni, tel qu'on le trouve par observation.

196. On peut ajouter à cela, que s'il y avoit seulement un rang de montagnes sur le bord de la Lune, & que la hauteur de ces montagnes fût environ $\frac{1}{100}$ du diamètre de la Lune, comme *Galilée* le suppose dans un autre endroit, le diamètre apparent de la Lune n'étant que d'environ $30'$ ou $32'$, la hauteur perpendiculaire de ces montagnes que l'on doit ici considérer uniquement, se présenteroit à l'œil sous un angle de $\frac{1}{10}$ ou $\frac{1}{100}$ d'une minute, & dans son télescope qui grossissoit environ 30 fois, elle se présenteroit sous un angle de $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{10}$ d'une minute, ce qui dans un objet aussi composé ne peut par l'art. 173 se distinguer qu'avec beaucoup de peine.

Beaucoup moins pourroit-on distinguer les petites inégalités qui doivent se former par les différents rangs de ces montagnes; elles ne seroient pas visibles par ce télescope, ni par un télescope beaucoup plus long.

Le cercle
de diffipation
n'est pas uni-
formément
lumineux.

197. En expliquant les phénomènes précédents de la vision indistincte, nous n'avons fait usage que de ce principe unique, que les rayons d'un pinceau ne sont pas exactement réunis en un point sur la rétine, mais qu'ils y occupent un espace circulaire, que nous avons appelé, *cercle de diffipation*. Nous avons regardé ce cercle jusqu'à présent, comme s'il étoit uniformément lumineux, ou comme si les rayons étoient répandus également & uniformément sur tout le cercle. Mais il n'en est pas ainsi dans la réalité; les rayons ne sont pas uniformément répandus sur tout le cercle; ils sont plus denses en certains endroits que dans d'autres. Et quoique dans plusieurs cas, & sur-tout dans la plupart des phénomènes, dont nous avons parlé, cette inégalité de densité dans les rayons ne soit pas fort considérable, & n'occasionne pas un grand changement dans les apparences; cependant, il y a certains cas où les phénomènes en sont notablement affectés, & il y a certaines apparences très-rares & fort surprenantes qu'on ne peut pas expliquer par les loix communes de l'Optique, & qui dépendent entièrement de cette inégalité des rayons sur différentes parties du cercle de diffipation.

Une ligne
vue indistincte-
ment paroît
double.

198. Mr. de la Hire (*Traité des différents accidents de la vue p. 243*) remarque que les objets étroits à certaines distances, comme les lignes noires qui marquent les heures sur un fond blanc dans un grand cadran, paroissent doubles à ceux qui ont la vue courte. Il observe que ce phénomène est un des plus difficiles à expliquer, & ne pouvant pas le résoudre par la construction connue & ordinaire de l'œil, il prend le parti de supposer, que dans ceux qui voient cette apparence, la surface postérieure du cristallin est construite d'une manière particulière, & que sa section perpendiculaire ressemble à la conchoïde de *Nicomedes*.

Mais cette supposition est certainement trop arbitraire, & elle ne paroît nullement fondée sur la nature; personne n'ayant jamais observé un cristallin de cette espèce. Et quand même on se donneroit cette liberté, que les sçavants prennent souvent, d'imaginer des hypothèses qui n'ont aucun fondement dans la nature, pour expliquer les phénomènes particuliers dont on ne peut rendre raison autrement, cette supposition de Mr. de la Hire ne pourroit pas se soutenir & s'accorder avec les différents cas de ce phénomène.

199. Car un objet long & étroit, comme l'une des lignes dont on a parlé sur un cadran, ou une barre de fer, ou une perche au haut d'une maison, un échaffaudage, une pyramide éloignée & étroite vue contre la lumière du jour, ou la pointe d'un clocher plus large, ou l'intervalle étroit de deux cheminées, ou l'une des cornes de la Lune, ou toute sa partie éclairée, lorsqu'elle est fort étroite, tous ces objets paroissent doubles, non-seulement à ceux qui ont la vue courte, mais à tous les autres, lorsqu'ils appliquent à leurs yeux un verre convexe, qui les met dans le cas de ceux qui ont la vue courte. Donc cette apparence ne vient d'aucune construction particulière & extraordinaire du cristallin dans ceux qui ont la vue courte.

200. Mais ces objets ne paroissent pas seulement doubles, qui est le cas

que Mr. de la Hire cherchoit à expliquer. Ils paroissent quelquefois triples, quadruples, quintuples, &c.

Elle paroît triple, quadruple, &c.

201. Et les mêmes apparences se rencontrent non-seulement, lorsque l'objet est à une distance trop grande pour la *vision distincte* ; mais encore lorsqu'il est trop proche. Soit qu'un homme quelconque ait la vue courte, ou la vue longue, peu importe ; s'il regarde une ligne noire & étroite sur un papier blanc, & qu'il l'approche trop de son œil pour la vue distincte, il verra souvent l'apparence de deux, quelquefois de trois ou de plusieurs lignes noires séparées par des lignes blanchâtres.

202. Cette expérience réussira encore mieux, si au lieu d'une ligne noire sur le papier, on tient à la main fort proche de l'œil une aiguille très-fine contre une fenêtre ou contre un papier blanc fortement éclairé. Car l'aiguille paroîtra comme deux, trois, quatre, cinq ou plusieurs aiguilles différentes, sur-tout vers la pointe.

203. Mais la meilleure manière que j'aie trouvée pour faire cette expérience, est celle-ci. Prenez une règle double propre à tracer des parallèles & donnez-lui une petite ouverture, de manière que vous puissiez voir la lumière du jour au travers de cette ouverture. Tenez-la d'abord à la plus courte distance où vous puissiez la voir distinctement. Dans cette distance l'ouverture vous paroîtra comme une ligne lumineuse. Mais si vous approchez un peu plus la règle de votre œil, l'ouverture vous paroîtra double, ou comme deux lignes lumineuses, avec une ligne noire qui les sépare. Et selon que vous varierez l'ouverture, ou la distance de votre œil, vous verrez l'apparence non-seulement de deux, de trois, de quatre, de cinq, &c. lignes parallèles lumineuses & noires alternativement, mais d'un nombre si grand que vous ne pourrez pas les compter, sur-tout si vous regardez au travers de cette ouverture la flamme d'une chandelle.

204. Cette règle des parallèles avec une petite ouverture, fournit aussi le meilleur moyen de faire cette expérience au-delà des bornes de la *vision distincte*, en la plaçant sur une fenêtre à la lumière du jour, & la regardant au travers d'un verre convexe, si l'on a la vue longue ; ou avec l'œil nud, si l'on a la vue courte. Car on aura les mêmes apparences que dans l'art. précédent.

205. De même, lorsqu'on regarde un corps large lumineux, ou blanc sur un fond noir, comme un morceau de papier, le suif ou la cire d'une chandelle auprès de la flamme, ou la partie inférieure de la flamme même, ou lorsqu'on regarde la lumière du jour le long du bord obscur d'un bâtiment, & que l'objet est, ou trop proche, ou trop loin pour la *vision distincte*, le bord apparent du corps lumineux sera terminé par une ligne noire, hors de laquelle il y aura une ligne lumineuse qui lui sera parallèle ; & quelquefois il paroîtra deux ou plusieurs lignes noires & lumineuses alternativement, comme autant de franges en dehors du corps lumineux.

Autres phénomènes de même nature.

206. Et lorsqu'on voit un corps obscur sur un fond éclairé, comme le bord d'un bâtiment contre la lumière du jour, ou une règle plate sur du papier blanc ou contre la lumière du jour, si l'objet est trop proche ou trop éloigné pour la vue distincte, le corps obscur paroîtra avoir des franges & des bords lumineux & obscurs alternativement. Toutes ces apparences arriveront à tous les yeux lorsqu'on emploiera un verre concave ou convexe selon les circonstances. Mais l'expérience réussira mieux, lorsque la lumière du

corps lumineux, ou celle contre laquelle on verra le corps obscur, ne sera ni trop forte, ni trop foible.

207. Je crois qu'on m'accordera aisément que les apparences dont j'ai parlé dans les huit art. précédents, ne sont que différents cas ou variétés d'un seul & même phénomène, diversifiés par différentes circonstances & qu'elles doivent venir toutes d'une seule & même cause; que par conséquent l'hypothèse de Mr. de la Hire ne suffit pas pour les expliquer, puisqu'il n'y a point d'œil à qui elles n'arrivent, du moins par le moyen d'un verre convexe pour les uns, & d'un verre concave pour les autres. Je vais donc les attribuer à une cause qui n'est pas imaginaire ou supposée, mais dont l'existence a été prouvée démonstrativement long-tems avant qu'on eut fait attention à ces apparences.

Produits par
les axes de ré-
fraction & de
réflexion ai-
sée de la lu-
mière.

208. *Newton* (*Opt. l. 2*) a démontré que les rayons de lumière n'avoient pas dans toutes les parties de leur mouvement, la même disposition à être transmis d'un milieu transparent dans un autre, mais que quelquefois un rayon qui étoit transmis par la surface du second milieu, étoit réfléchi par la même surface, s'il étoit obligé de faire un peu plus de chemin pour arriver à cette surface. Ce changement de disposition dans les rayons de lumière à être transmis par réfraction, ou à être réfléchis par la surface d'un milieu transparent, se nomme par notre Auteur *accès de réfraction aisée* & *accès de réflexion aisée*, & il fait voir que ces accès se succèdent alternativement à de très-petits intervalles dans la route des rayons.

Fig. 222.

209. Par exemple, si A est un point lumineux, ou le centre d'un pinceau de rayons, qui venant du point A tombent sur la surface réfringente B *a* D, laquelle sépare deux milieux transparents de différente densité; & si le rayon A *a* perpendiculaire à cette surface est dans un *accès de réfraction aisée*, lorsqu'il arrive au point *a*, il traversera le milieu B D F. Mais si le rayon A *b* dont le passage de A en *b* est un peu plus loin que celui du rayon A *a* de A en *a*, est dans un *accès de réflexion aisée*, lorsqu'il arrive au point *b*; il ne traversera pas le milieu B D F, mais il sera réfléchi dans le milieu B D A. Si l'on suppose que A *b* soit le rayon le plus proche de A *a*, parmi ceux qui sont dans l'*accès de réflexion aisée*; A *c* le plus proche de A *b*, parmi ceux qui sont dans l'*accès de réfraction aisée*; A *d* le plus proche parmi ceux qui sont dans l'*accès de réflexion aisée*; A *e* le plus proche ou le suivant dans un *accès de réfraction aisée*; & A *f* le suivant dans un *accès de réflexion aisée*: alors tous les rayons entre *a* & *b* traverseront le milieu B D F, tous ceux entre *b* & *c* seront réfléchis; tous ceux entre *c* & *d* seront transmis; tous ceux entre *d* & *e* seront réfléchis, & tous ceux entre *e* & *f* seront transmis. Et ainsi on peut imaginer un grand nombre de parcelles de rayons, qui seront transmises ou réfléchies alternativement par la surface B *a* D.

210. Mais si toutes les parcelles de rayons transmis dans la surface B *a* D sont exactement réunis en un point ou foyer, il ne résultera aucune autre conséquence, de ce que les autres parcelles de rayons auront été réfléchies, si ce n'est que ce foyer sera moins lumineux qu'il n'auroit été, si toutes les parcelles de rayons avoient été transmises.

211. Que si les parcelles de rayons transmis sont reçues sur un plan M N, avant que d'arriver à leur foyer, ce plan sera distingué alternativement par des espaces lumineux & obscurs, lumineux dans les endroits où tombent

les parcelles de rayons transmis, & obscurs dans les endroits où les autres parcelles auroient dû tomber, si elles n'avoient pas été réfléchies dans le milieu BAD, comme on le voit clairement dans les fig. 222, & 223, où le cercle du milieu est environné de différents anneaux obscurs & lumineux alternativement. Et il est à remarquer que les parcelles de rayons qui tombent sur le côté droit de la surface BAD, tombent aussi sur le côté droit du plan MN, & forment le côté droit des anneaux.

Fig. 223.

212. Si les rayons transmis rencontrent le plan *mn* après avoir passé le foyer, l'effet sera précisément le même que dans l'art. précédent, excepté seulement que les parcelles de rayons qui tombent sur le côté droit de la surface BAD, tomberont après s'être croisées dans le foyer, sur le côté gauche du plan *mn* & formeront le côté gauche des anneaux dans la fig. 225, comme on le voit évidemment.

Fig. 224.

Fig. 225.

213. On doit remarquer que le milieu de l'image dans les quatre dernières figures n'est pas toujours lumineux, comme on l'a ici représenté, mais qu'il est quelquefois obscur; ce qui arrive, lorsque les rayons du milieu vers AA sont dans un *accès de réflexion aisée* en arrivant à la surface BAD.

214. Comme ces effets des *accès de réfraction* & de *réflexion aisée* de lumière, se trouvent dans toutes les surfaces réfringentes de toute espèce, il est évident que lorsqu'un pinceau de lumière tombe sur la *cornée*, une parcelle de ses rayons est transmise dans l'œil, pendant que l'autre est réfléchie dans l'air, & que par conséquent la peinture d'un point lumineux, étant reçue sur un plan placé devant le cristallin, sera composée d'un cercle moyen environné d'anneaux obscurs & lumineux alternativement, comme dans les figures précédentes.

215. Mais parmi les rayons transmis, qui forment les anneaux lumineux, lorsqu'ils arrivent à la surface antérieure du cristallin, quelques-uns se trouvent encore dans des *accès de réfraction aisée*, & quelques-uns dans des *accès de réflexion aisée*, c'est-à-dire, que les uns sont transmis & les autres réfléchis. D'où il suit que les anneaux lumineux qui viennent de la réfraction sur la *cornée*, sont encore tous divisés en d'autres anneaux plus étroits obscurs & lumineux alternativement, & que quelques-uns de ces anneaux lumineux plus étroits tombent sur les espaces occupés par les anneaux obscurs qui viennent de la réflexion sur la *cornée*, & les subdivisent encore en anneaux obscurs & lumineux alternativement, & telle doit être l'image d'un point lumineux, qui feroit reçue sur un plan en dedans du cristallin.

216. Mais lorsque les rayons transmis arrivent à la surface postérieure du cristallin, ces anneaux lumineux & obscurs se subdivisent de nouveau comme dans la surface antérieure, & par ce moyen les anneaux obscurs & lumineux deviennent quelquefois plus petits & en plus grand nombre qu'auparavant; & quelquefois par la jonction des nouveaux anneaux obscurs aux premiers anneaux obscurs ou des nouveaux anneaux lumineux aux premiers anneaux lumineux, ils deviennent plus grands & se réduisent à un moindre nombre. Telle doit donc être l'image d'un point lumineux sur la rétine, lorsque ce point est, ou trop proche, ou trop éloigné pour être vu par la *vision distincte*.

217. Comme l'intervalle entre un *accès de transmission aisée* & l'*accès suivant de réflexion aisée*, est excessivement petit, n'étant dans l'air qu'environ 11111 d'un pouce & dans l'eau environ 11111, il est clair que le

moindre mouvement du corps ou de l'œil, ou de l'une des parties qu'il renferme, doit produire un changement dans ces anneaux, & rendre lumineuses les parties obscures, & obscures celles qui étoient lumineuses; d'où il doit résulter une variété infinie dans le nombre, la grandeur & l'ordre des anneaux.

Apparence
d'un point lu-
mineux par la
vision indif-
finie.

218. On voit clairement, par ce qui a été dit, que lorsqu'un point lumineux est trop loin, ou trop proche pour la *vision parfaite*, son image sur la rétine doit être diversifiée par des anneaux lumineux & obscurs alternativement, comme on vient de le représenter dans les dernières figures, c'est-à-dire, que le *cercle de dissipation* que nous avons considéré jusqu'ici comme uniformément lumineux, ne l'est pas effectivement, mais qu'il est divisé alternativement par des anneaux lumineux & obscurs, quelquefois par un plus grand nombre, d'autres fois par un moindre nombre, quelquefois par des anneaux plus larges & d'autres fois plus étroits.

219. Lorsqu'une parcelle de ces anneaux alternativement lumineux & obscurs, est si étroite qu'on ne peut pas les distinguer les uns des autres, ils paroissent comme un seul anneau, que nos sens regardent comme lumineux, ou obscur, selon que les anneaux lumineux dans cette parcelle, l'emportent par leur nombre & par leur largeur, sur les anneaux obscurs, ou que ceux-ci l'emportent sur les anneaux lumineux.

220. On peut prouver, que lorsque les rayons viennent d'un point si éloigné, qu'ils se réunissent dans l'œil avant la rétine, leur densité dans les différents anneaux lumineux décroît de tous les côtés depuis le centre jusqu'à la circonférence, & que par conséquent les anneaux lumineux extérieurs le sont moins que les intérieurs.

Donc le milieu de l'image d'une étoile doit être plus fort, & par conséquent il doit être visible lorsque l'étoile est environnée d'une lumière qui efface l'apparence plus foible, ou les anneaux lumineux extérieurs.

Les étoiles
paroissent plus
petites pen-
dant le jour.

C'est pour cela que les étoiles doivent paroître plus petites pendant le jour que pendant la nuit. Car la lumière du jour effaçant leurs anneaux lumineux extérieurs, les dépouille de leurs chevelures ou *fulgores adscititii*, comme Galilée les appelle (*Nuncius fideus* p. 23) ou de leurs *rayons adventices* selon l'expression de Mr. Herrox (*Venus in sole visa*).

De même une étoile qui paroît en dedans du bord de la Lune, doit avoir la partie extérieure de son image effacée par la lumière plus forte de la Lune, & par ce moyen, l'étoile ainsi diminuée, doit paroître à quelque distance en dedans du limbe, comme l'a observé Mr. de la Hire, art. 69.

D'où vient
que les étoi-
les petillent ?

221. Si par l'art. 213, le milieu de l'image d'une étoile devient de lumineux, obscur, & que l'anneau adjacent devienne en même tems lumineux, d'obscur qu'il étoit; ce qui peut arriver par le moindre mouvement de l'œil vers l'étoile ou loin de l'étoile, cela doit occasionner l'apparence que nous appellons scintillation ou petillement des étoiles.

D'où vient
qu'elles sont
rayonnantes ?

222. Et si l'axe de l'œil ne continue pas d'être pointé directement & fixement à l'étoile, mais qu'il ait le moindre mouvement à droite ou à gauche, en bas ou en haut, l'apparence uniforme en doit être troublée, & la lumière doit passer des anneaux lumineux, aux anneaux obscurs, ce qui rompt la continuité des anneaux. Et si ces nutations en différentes parties se

se succèdent promptement l'une à l'autre, il en doit résulter que la lumière paroîtra jeter des rayons de différents côtés dans le même tems, c'est-à-dire, que cela occasionnera ce que nous appellons le rayonnement d'une étoile.

223. Dans nos premiers articles sur les étoiles fixes, depuis l'art. 61 jusqu'à 69, on doit faire une correction pour diminuer l'image fautive languissante à peu près de la moitié, ou au moins d'un tiers dans la plupart des yeux; excepté le seul cas où deux étoiles sont assez proches pour qu'une partie de leurs images fautes languissantes se confonde l'une avec l'autre. Car alors l'anneau lumineux extérieur d'une étoile, quoique trop foible pour affecter l'œil, étant seul, cependant en se confondant avec l'anneau lumineux opposé de l'autre étoile, peut devenir assez fort pour être aperçu.

224. Lorsque la lumière passe d'un milieu transparent dans un autre d'une réfraction différente, & que les rayons sont partie transmis & partie réfléchis à la surface du second milieu; la quantité des rayons transmis dans leur incidence auprès de la perpendiculaire, surpasse de beaucoup la quantité des rayons réfléchis.

Proportion
des rayons
rompus & ré-
fléchis auprès
de la perpen-
diculaire.

J'ai mis sur une table deux chandelles de même hauteur & qui bruloient avec le même éclat, à distances égales d'une feuille de papier blanc, & j'ai placé un livre tout droit entre l'une des chandelles & le papier, de manière qu'il ôtoit la lumière de cette chandelle à la moitié du papier, tandis que l'autre moitié étoit éclairée par les deux chandelles. Par ce moyen cette moitié du papier étoit à peu près deux fois autant éclairée que l'autre moitié. Ensuite je pris un morceau de glace plate & mince, & je le tins de manière que je voyois perpendiculairement à travers la moitié du papier plus éclairée d'un seul œil, & l'autre moitié plus obscure du même œil en dehors de la glace. En faisant cela, j'observai que la moitié plus lumineuse du papier, vue perpendiculairement au travers du verre, me paroissoit beaucoup plus brillante que l'autre moitié du papier vue par l'œil nud à côté du verre. Par conséquent les deux surfaces du verre ne réfléchissoient pas la moitié de la lumière & en transmettoient plus de la moitié.

Prenant ensuite un autre morceau de verre, je le tins parallèle au premier, & je regardai au travers des deux, la moitié plus éclairée du papier, qui me parut encore beaucoup plus éclairée que l'autre moitié du papier, vue avec l'œil nud en dehors du verre; de sorte que les deux verres ensemble n'avoient pas réfléchi la moitié de la lumière.

En regardant de la même manière au travers de trois verres semblables, la moitié plus lumineuse du papier parut tirer un peu sur le verd, les glaces n'étant pas d'une clarté parfaite; mais cette moitié parut toujours aussi lumineuse, & même plus, que celle que je voyois hors des verres. Par conséquent les trois verres ensemble n'avoient pas réfléchi plus de la moitié de la lumière.

Si maintenant on suppose qu'une certaine partie de la lumière incidente soit réfléchie par la première surface du premier verre, & que le reste de cette lumière soit transmis par cette première surface, & tombe sur la seconde; qu'une partie proportionnelle de ce reste soit réfléchie par la seconde surface, & que le reste soit transmis à la première surface du second verre; que de

même une partie proportionnelle de ce reste soit réfléchié dans son incidence sur cette surface, & sur chacune des trois surfaces suivantes; & que la moitié de toute la lumière soit réfléchié des six surfaces réunies, & que l'autre moitié soit transmise à l'œil par la dernière surface; nommant x toute la lumière & x la quantité réfléchié par la première surface, nous aurons

$x = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} = 0, 1091$, c'est-à-dire, qu'il y aura environ $\frac{1}{9}$ de la lumière incidente réfléchié par la première surface, & environ $\frac{8}{9}$ transmise par cette surface.

Aux inciden-
ces obliques.

225. A mesure que les rayons incidents s'écartent toujours plus de la perpendiculaire, la proportion entre la quantité des rayons réfléchis & celle des rayons transmis augmente toujours plus: mais il ne se réfléchira pas la moitié des rayons incidents, & il s'en transmettra plus de la moitié dans les corps passablement clairs, à moins que l'angle d'incidence ne soit fort grand.

Dans l'expérience du dernier article, si au lieu de tenir un verre seul perpendiculaire à l'axe de l'œil, on l'incline de plus en plus & par degrés à cet axe; la moitié brillante du papier vue à travers le verre, paroîtra par degrés toujours moins lumineuse & s'approchera de plus en plus du même degré de blancheur de l'autre moitié du papier, qui n'est éclairée que d'une chandelle & que l'on regarde avec l'œil nud. Et à un certain degré d'obliquité, la moitié du papier vue à travers le verre, & l'autre moitié vue par l'œil nud, paroîtront également lumineuses. Mais alors même, il n'y aura que $\frac{1}{9}$ de la lumière incidente qui soit réfléchié par la première surface,

x étant égal à $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}}$, & environ $\frac{8}{9}$ qui soit réfléchié par la seconde surface, & je crois que cela n'arrive, que lorsque l'angle d'incidence est d'environ 70 ou 80 degrés.

Par cet article les parties lumineuses auprès du centre dans les fig. 223, 225 ont une plus grande proportion avec les parties obscures contigues, que les parties lumineuses auprès de la circonférence avec les parties obscures qui leur sont contigues.

Observation
sur les accès
de réfraction
& de réflexion
aisées.

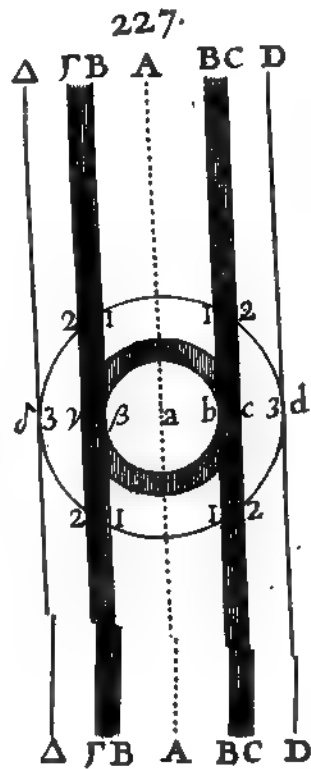
226. Il est bon, non-seulement pour mieux entendre ce que nous dirons dans la suite, mais encore pour mieux pénétrer cette théorie curieuse des accès de réfraction & de réflexion aisées, de faire ici deux ou trois observations, que Newton n'a pas faites expressément, mais qui se tirent aisément de ses principes, sur-tout lorsqu'on les compare avec les deux articles précédents.

1°. Lorsqu'on dit qu'un rayon de lumière est dans l'accès de réfraction aisée, on ne prétend pas dire que ce rayon doive nécessairement être transmis dans tous les milieux transparents quelconques, & par toute sorte d'obliquité d'incidence, sur la surface de ces milieux; mais seulement qu'il est transmis plus aisément & réfléchi plus difficilement, lorsqu'il est dans cet accès, que lorsqu'il est dans celui de réflexion aisée. Et lorsqu'on dit qu'un rayon est dans l'accès de réflexion aisée, on ne prétend pas dire qu'il soit nécessairement réfléchi par un milieu transparent quelconque, & dans toute sorte d'obliquité d'incidence sur ce milieu; mais seulement que ce rayon est réfléchi plus aisément, & transmis plus difficilement, lorsqu'il est dans cet accès, que lorsqu'il est dans celui de réfraction aisée. C'est pour cela que



Fig. 226.

A
a
E
a
A
a
E
a
A
E
a
A



d

228.

ε α ι

230.

a. 231.

d

b

E

ces accès ne se nomment pas absolument accès de réfraction & de réflexion, mais de réfraction *aisée* & de réflexion *aisée*.

2°. Pendant le tems du mouvement d'un rayon de lumière, lorsque ce rayon est dans l'accès de réfraction *aisée* ou de réflexion *aisée*, il n'est pas constamment dans la même disposition à être rompu ou réfléchi. Au commencement du rayon, il est plus disposé à être rompu, & plus disposé à être réfléchi ; mais à mesure qu'il avance, il devient moins disposé à être rompu, & plus disposé à être réfléchi ; jusqu'à ce qu'il soit au milieu de l'accès, où il est plus disposé à être rompu, & moins disposé à être réfléchi ; puis il devient de nouveau plus disposé à être rompu, & moins disposé à être réfléchi ; jusqu'à ce qu'il soit au milieu de l'accès de réflexion *aisée*, où il est plus disposé à être rompu, & moins disposé à être réfléchi.

Pour expliquer cette disposition, imaginez une ligne droite A A A A, qui représente une partie du chemin de la lumière, dans laquelle soient pris divers points comme A, A, A, A à égales distances les uns des autres, & d'autres points E, E, E à égales distances les uns des autres, & aussi des points A, A, A, A ; & supposons que dans chacun des points A, A, A, A, le rayon soit disposé plus fortement à être rompu, & dans chacun des points E, E, E, qu'il soit plus faiblement disposé à être réfléchi, c'est-à-dire, que dans chaque point A, le rayon soit au milieu de l'accès de réfraction *aisée* & dans chaque point E, au milieu de l'accès de réflexion *aisée*.

Fig. 126.

La distance AA représentera l'intervalle entre les points milieux de deux accès subséquents de réfraction *aisée* ; EE l'intervalle entre les points milieux de deux accès consécutifs de réflexion *aisée* & AE l'intervalle entre le point du milieu d'un accès de réfraction *aisée*, & le point du milieu de l'accès suivant de réflexion *aisée*.

La disposition du rayon à être rompu, étant plus forte dans le milieu de l'accès de réfraction *aisée*, ou au point A, & plus faible au point E, diminuera par degrés de A en E, & ensuite augmentera par les mêmes degrés de E en A. Et la disposition du rayon à être réfléchi, étant plus forte dans le milieu de l'accès de réflexion *aisée*, ou au point E, & plus faible au point A, diminuera par degrés de E en A, & augmentera aussi par degrés de A en E.

3°. La partie du chemin, où un rayon est dans l'accès de réfraction *aisée*, est plus longue ou plus courte, selon que le milieu où il est plus de puissance réfractive, & selon que la surface est plus ou moins obliquement située par rapport à la route de ce rayon ; & la partie du chemin, où le rayon est dans l'accès de réflexion *aisée*, est plus longue ou plus courte, selon que le milieu où il tombe a plus ou moins de puissance réfractive, & que la surface est plus ou moins obliquement située par rapport à la route du rayon.

Dans chaque intervalle AE, soit pris un point comme a, de manière que le rayon tombant sur un milieu d'une puissance réfractive donnée, & avec une obliquité donnée dans le point a, soit transmis par ce milieu, mais tellement qu'il eût été réfléchi, s'il fût tombé sur ce milieu dans quelque

point entre a & E. Alors le rayon sera dans l'accès de réfraction aisée par rapport à ce milieu & à cette obliquité d'incidence, dans tout l'espace aAa , & il sera dans l'accès de réflexion aisée dans tout l'espace aEa . De sorte que le commencement de l'accès de réfraction aisée se trouvera en a , le milieu en A, & la fin dans l' a suivant; & le commencement de l'accès de réflexion aisée sera en a , le milieu en E, & la fin dans le point suivant a ; ou l'intervalle AE sera tellement divisé au point a que dans l'espace Aa , le rayon sera dans l'accès de réfraction aisée & dans l'espace aE , il sera dans l'accès de réflexion aisée.

Mais si l'on diminue la puissance réfractive du milieu, ou son obliquité, par rapport à la route du rayon, le rayon sera rompu quoiqu'il rencontre la surface du milieu au-dessous du point a plus proche de E, ou que le point a où se termine l'accès de réfraction aisée & où commence l'accès de réflexion aisée soit rapproché de E, c'est-à-dire, que Aa soit plus long & aE plus court, ou que aAa partie de la route où le rayon est dans l'accès de réfraction aisée soit plus long, & aEa partie de la route où le rayon est dans l'accès de réflexion aisée soit plus court.

Et le contraire arrivera si l'on augmente la puissance réfractive du milieu, ou son obliquité par rapport à la route des rayons, le point A s'approchant alors de a , & Aa ou aAa sera plus court, & aE ou aEa plus long.

Comment
se divisent les
intervalles des
accès.

227. Si les rayons parallèles qui se meuvent avec une vitesse uniforme, tombent sur une surface plane d'un milieu transparent avec une telle obliquité, que la moitié des rayons soit transmise au travers de cette surface & l'autre moitié réfléchie; chaque rayon sera dans l'accès de réfraction aisée pendant la moitié de sa route & dans l'accès de réflexion aisée pendant l'autre moitié.

Car, puisque par la supposition, les rayons se meuvent avec une vitesse uniforme, il doit y avoir autant de rayons dans chaque point de leurs intervalles respectifs AE, entre les accès de réfraction & de réflexion aisée, que dans tout autre point des mêmes intervalles. Par conséquent le nombre des rayons dans l'espace Aa doit être au nombre des rayons dans l'espace aE , comme Aa est à aE . Mais puisque la moitié des rayons sont rompus & l'autre moitié réfléchis, le nombre des rayons dans l'espace Aa est égal au nombre des rayons dans l'espace aE : donc Aa est égal à aE , c'est-à-dire, que les rayons sont dans l'accès de réfraction aisée pendant une moitié de leur route, & dans l'accès de réflexion aisée pendant l'autre moitié de leur route.

228. Mais si l'on diminue tellement l'obliquité de la surface plane, que les trois quarts des rayons y soient transmis, & l'autre quart réfléchi, alors chaque rayon sera dans l'accès de réfraction aisée, eu égard à cette obliquité, pendant les trois quarts de sa route, & dans l'accès de réflexion aisée pendant l'autre quart. C'est-à-dire, que l'intervalle AE entre les deux points de réfraction & de réflexion aisée sera divisé de telle manière en a , que Aa sera les trois quarts de cet intervalle & aE le quart.

229. Et en général, si l'intervalle AE représente toute la quantité de la lumière incidente, Aa celle de la lumière rompue, & aE celle de la lumière réfléchie; Aa sera la partie de cet intervalle où chaque rayon est dans l'accès de réfraction aisée & aE la partie du même intervalle où chaque rayon est dans l'accès de réflexion aisée.

Dans ces trois articles, nous avons supposé la vitesse uniforme des rayons de lumière ; mais s'ils avoient plus de vitesse dans l'accès de réfraction aisée, & moins dans celui de réflexion aisée, comme *Newton* semble l'avoir pensé, il faudroit alors imaginer que la ligne A A A A représente, au lieu de la route d'un rayon de lumière, le tems de cette route, A l'instant où le rayon est plus fortement disposé à être rompu, E celui où il est plus fortement disposé à être réfléchi, A E l'intervalle du tems entre ces deux instants, & a l'instant où le rayon sort de l'accès de réfraction aisée, & entre dans l'accès de réflexion aisée, & les conséquences en seroient précisément les mêmes.

230. Il suit de l'art. précédent joint à l'art. 224, que dans le cas de l'incidence perpendiculaire, ou presque perpendiculaire, de la lumière qui tombe de l'air sur le verre, ou du verre dans l'air, un rayon de lumière est dans l'accès de réfraction aisée pendant $\frac{1}{10}$ de l'intervalle A E, & qu'il n'est dans l'accès de réflexion aisée que pendant $\frac{1}{10}$ du même intervalle.

231. Si deux milieux ne diffèrent pas autant que l'air & le verre dans leur puissance réfractive, un rayon de lumière qui passe de l'un de ces milieux dans l'autre presque perpendiculairement, sera dans l'accès de réfraction aisée plus que $\frac{1}{10}$ de l'intervalle A E & dans l'accès de réflexion aisée moins que $\frac{1}{10}$ du même intervalle.

232. *Newton* a observé (*Opt. l. 2. part. 3. prop. 1.*) que les surfaces des corps transparents qui ont la plus grande puissance réfractive, réfléchissent aussi la plus grande quantité de lumière ; & jusqu'à ce que la chose ait été déterminée plus exactement par les expériences, on peut supposer avec beaucoup de vraisemblance, que la quantité de lumière réfléchie par la surface d'un corps transparent, est proportionnelle à la puissance réfractive de ce corps ou au quarré de BR (*ibid. prop. X.*).

233. Delà nous pouvons conclure que le quarré de BR, ou la puissance réfractive du verre étant à celle de l'eau (*ibid.*) comme 1, 4450 à 0, 7845 & la quantité de lumière réfléchie dans l'incidence perpendiculaire sur le verre, étant (art. 224) 0, 1091 ; la quantité de lumière réfléchie dans l'incidence perpendiculaire sur l'eau sera 0, 0592 ou à fort peu près $\frac{1}{10}$ de la lumière incidente. Par conséquent un rayon de lumière tombant perpendiculairement de l'air sur l'eau, ou de l'eau sur l'air, sera dans l'accès de réflexion aisée, pendant seulement $\frac{1}{10}$ de l'intervalle A E & dans l'accès de réfraction aisée pendant $\frac{1}{10}$ du même intervalle.

Fig. 226.

234. De même, la réfraction de l'humeur aqueuse de l'œil, ou de la cornée, étant celle de 27 à 20 par l'art. 110, & par conséquent sa puissance réfractive ou le quarré de BR étant 0, 8225, la quantité de lumière réfléchie dans l'incidence perpendiculaire sur la cornée, sera 0, 064 de la lumière incidente.

235. De plus, la réfraction de l'humeur aqueuse dans le crySTALLIN étant celle de 13 à 12 (par l'art. 111), & par conséquent la puissance réfractive de l'humeur crySTALLINE étant en ce cas 0, 1736, la quantité de lumière réfléchie dans l'incidence perpendiculaire de l'humeur aqueuse au crySTALLIN sera 0, 0135 de la lumière incidente. Et la même proportion de lumière incidente sera réfléchie à la surface postérieure du crySTALLIN, la réfraction de cette humeur dans l'humeur vitrée étant la même que celle de l'humeur aqueuse dans le crySTALLIN.

236. Delà il suit, que si la surface de la *cornée* & les deux surfaces du *crystallin* n'étoient pas sphériques, mais planes, comme le morceau de glace dont on s'est servi dans l'expérience précédente (art. 224), alors en regardant directement un objet, $\frac{1}{11}$ de la lumière incidente seroient réfléchies par la *cornée*, & le reste seroit transmis à la surface antérieure du *crystallin*; & de ce reste, $\frac{1}{11}$ seroient encore réfléchies à la première surface, & la lumière restante seroit transmise à la seconde surface, dans laquelle encore, $\frac{1}{11}$ de cette lumière restante seroient réfléchies, & le reste seroit transmis à la rétine. De sorte que si l'on nomme 1 toute la lumière incidente sur la *cornée*, la quantité réfléchie par les trois surfaces sera 0,0891 ou $\frac{1}{11}$ à fort peu près, & la quantité transmise à la rétine seroit 0,9109 ou environ $\frac{10}{11}$.

Or, comme ces trois surfaces ne sont pas planes, mais sphériques, & que par conséquent la plus grande partie des rayons incidents tombe sur elles avec un peu plus d'obliquité, nous ne nous écarterons pas beaucoup de la vérité, si nous supposons que $\frac{1}{11}$ soit réfléchi par les trois surfaces ensemble & $\frac{10}{11}$ transmises à la rétine.

Combien il se perd de lumière par ces accès. 237. On peut conclure avec probabilité de l'art. précédent joint à l'art. 210, qu'en regardant un objet dans les limites de la *vision parfaite*, il doit paroître moins lumineux d'environ $\frac{1}{11}$, qu'il ne le seroit, si toute la lumière qui tombe sur la *cornée* étoit transmise à la rétine.

238. La même chose arrive lorsqu'on regarde un objet étendu, quoique trop proche ou trop éloigné pour la *vision parfaite*. Car alors chaque pinceau perd également $\frac{1}{11}$ de la lumière par les trois réflexions dont on a parlé, & les autres $\frac{10}{11}$ sont dispersés dans le *cercle de dissipation*. Mais chaque pinceau en dedans de la *fausse image* (art. 18, 72) reçoit autant de lumière des pinceaux adjacents, qu'il leur en donne par cette dissipation. Donc le centre de chaque pinceau, ou chaque point de la *fausse image* de l'objet sur la rétine, reçoit précisément autant de lumière, que si l'objet avoit été vu par la *vision parfaite*, c'est-à-dire, $\frac{1}{11}$ de toute la lumière.

Apparence d'une ligne physique lumineuse par la vision indistincte. 239. Une ligne physique lumineuse sur un fond noir, étant trop proche, ou trop éloigné pour la *vision distincte*, paroît quelquefois comme trois, ou comme cinq, sept ou plusieurs lignes parallèles lumineuses, avec deux, quatre, six ou plusieurs lignes noires parallèles entremêlées.

Car un point lumineux, étant vu confusément, doit par les art. 211, 212, 213, donner l'apparence d'un cercle environné d'anneaux obscurs & lumineux alternativement, & cela doit arriver à chaque point physique de la ligne lumineuse.

Fig. 227. Soit donc A a A une ligne physique lumineuse, a un point de cette ligne d'où un pinceau de rayons vient à la *cornée*. Et soit une portion de rayons dans le milieu de ce pinceau avec l'accès de *réfraction aisée* dans leur incidence sur la *cornée*, & qui seront par conséquent transmis à la surface du *crystallin*, sur laquelle, supposons qu'ils soient encore dans l'accès de *réfraction aisée*, & par ce moyen transmis à la surface postérieure du *crystallin*. Si dans cette dernière surface la même portion du milieu des rayons est encore dans l'accès de *réfraction aisée*, & que le rayon moyen de cette portion A a soit précisément dans le milieu de l'accès, que le rayon le plus extérieur A b ou A β soit à l'extrémité de l'accès, ou dans l'un des points a; si cette portion de rayons est par ce moyen transmise à la rétine, & qu'ainsi elle y forme le cercle

Fig. 212.

Fig. 216.

Fig. 227.

lumineux $ab\beta$ (fig. 227); que ce cercle soit environné suivant les art. 211, 212, de l'anneau obscur $bc\gamma\beta$, & celui-ci encore de l'anneau lumineux $cd\delta\gamma$ comme on voit dans la figure; & si par les points $b, c, d, \beta, \gamma, \delta$, on mène les lignes BbB, CcC , &c. parallèles à la ligne AaA :

Je dis qu'alors au lieu d'une seule ligne lumineuse AaA , on en verra trois $BBBB, CDDC$ & $\Gamma\Delta\Gamma$, séparées les unes des autres par les lignes obscures $BCCB$ & $B\Gamma\Gamma B$.

Car si l'on suppose qu'une semblable portion moyenne de chaque pinceau, provenant de la ligne lumineuse AaA , se trouve dans l'accès de réfraction aisée dans son incidence sur la cornée & sur les deux surfaces du cristallin, & que dans la surface postérieure le rayon du milieu soit précisément dans le milieu de l'accès, & les rayons extérieurs à l'extrémité de l'accès, de sorte que chaque point de la ligne AaA puisse former une image sur la rétine, exactement semblable à celle du point a ; alors les lignes $BbB, B\beta B$ seront tangentes de tous les cercles lumineux formés par ces points: & les lignes BbB, CcC d'un côté & $B\beta B, \gamma\gamma\gamma$ de l'autre, seront tangentes du premier anneau obscur formé par chacun de ces points. Les lignes CcC, DdD d'un côté & $\gamma\gamma\gamma, \Delta\delta\Delta$ de l'autre, seront tangentes du premier anneau lumineux formé par chacun de ces points.

Delà il suit que comme l'espace $IbI\beta I$, qui est retranché de l'image du point a , par les tangentes $BbB, B\beta B$, a plus de lumière à proportion de la grandeur, que l'espace $IbI\gamma\gamma I$, qui est retranché de la même image par les tangentes BbB, CcC ; tout l'espace compris entre les tangentes $BbB, B\beta B$ fera plus lumineux que tout l'espace compris entre les tangentes BbB, CcC , c'est-à-dire, que tout l'espace $BbBB\beta B$ paroîtra une ligne lumineuse & que tout l'espace $B\beta BCcC$ paroîtra une ligne obscure.

On trouvera de même que les espaces $CcCDdD, \gamma\gamma\gamma\Delta\delta\Delta$ doivent paroître des lignes lumineuses; & l'espace $B\beta B\gamma\gamma\gamma$ doit paroître une ligne obscure.

Ainsi dans ce cas, au lieu d'une ligne physique lumineuse AaA , on aura l'apparence de trois lignes lumineuses séparées les unes des autres par des lignes obscures qui leur sont parallèles; & si la lumière du point a est assez forte pour former plus d'anneaux lumineux qu'on n'en a représenté ici, & que la largeur de ces anneaux ne soit pas trop petite pour être apperçue (art. 174) nous aurons l'apparence de 5, 7, ou d'un plus grand nombre de lignes lumineuses séparées par des lignes noires parallèles.

240. Mais lorsque la ligne lumineuse AaA est d'une longueur considérable, il n'est pas possible que dans chaque pinceau provenant de cette ligne, il arrive exactement ce que nous avons supposé. Quoique la portion du milieu des rayons de chaque pinceau soit transmise à la rétine par chacune des trois surfaces dont nous avons parlé, & qu'elles y forment un cercle lumineux, tel que $ab\beta$; cependant le rayon moyen ne peut pas dans chaque pinceau être précisément au milieu de l'accès de réfraction aisée dans son incidence sur la surface postérieure du cristallin. Dans quelques-uns, le rayon du milieu ne sera pas au milieu de l'accès, & dans d'autres il passera par le milieu, dans son incidence sur cette surface.

De plus, cette portion moyenne des rayons, que nous avons supposée totalement transmise par chacune des trois surfaces réfringentes, & former par ce moyen sur la rétine le cercle lumineux $ab\beta$, ne peut pas dans chaque

pinceau être ainsi transmise. Dans quelques pinceaux, une partie de cette portion moyenne des rayons sera nécessairement dans l'*accès de réflexion aisée*, à son incidence sur l'une ou sur l'autre de ces surfaces, & par conséquent ne pourra pas être transmise à la rétine.

Il nous faut donc examiner les altérations que ces changemens de nos suppositions doivent produire dans le phénomène.

241. Dans les pinceaux où la portion moyenne des rayons est totalement transmise à la rétine, mais où le rayon du milieu n'est pas arrivé au milieu de l'*accès de réfraction aisée* dans son incidence sur la surface postérieure du cristallin, il est évident que le cercle lumineux $ab\beta$ sera élargi & s'élèvera en dehors, & que les anneaux obscurs & lumineux, aussi bien que les lignes obscures & lumineuses qui en résultent, seront par ce moyen plus en dehors.

Et dans les pinceaux où au tems de leur incidence, le rayon du milieu passe par le milieu de l'*accès de réfraction aisée*, le cercle lumineux $ab\beta$ sera moindre, & par ce moyen les anneaux obscurs & lumineux qui l'environnent, & les lignes obscures & lumineuses qui en résultent seront plus en dedans.

Mais comme le nombre des pinceaux dans un cas, doit être égal au nombre des pinceaux de l'autre, ces deux effets contraires se balanceront mutuellement à fort peu près, & par conséquent le phénomène en souffrira fort peu d'altération, excepté seulement que les bords des lignes lumineuses & obscures dans les endroits où elles rentrent les unes dans les autres, en seront un peu moins distincts qu'ils n'auroient été sans cela.

242. Examinons à présent les pinceaux, où la portion moyenne des rayons, que nous avons supposée former le cercle lumineux $ab\beta$, n'est pas transmise totalement à la rétine, mais une partie qui est dans l'*accès de réfraction aisée* lors de son incidence sur l'une ou l'autre des trois surfaces précédentes, est réfléchie & n'arrive jamais à la rétine.

Ici nous devons nous ressouvenir, que par l'art. 236, il n'y a guères plus que $\frac{1}{2}$ de cette portion moyenne des rayons, en prenant tous les pinceaux l'un dans l'autre, qui puisse être réfléchie par les trois surfaces prises ensemble.

Or dans les pinceaux, où cette dixième partie des rayons de la portion moyenne, seroit tombée sur le milieu du cercle lumineux, si elle n'avoit pas été réfléchie, il doit y avoir une petite tache noire au milieu de l'image en a , & le cercle lumineux doit devenir par ce moyen un anneau, dont la largeur doit être presque égale au rayon du cercle lumineux. Par conséquent, cet anneau lumineux & la ligne lumineuse BBBB doivent s'étendre plus en dehors que dans cette figure, & les anneaux obscurs & lumineux bc , cd avec les lignes obscures & lumineuses qui en résultent, doivent être plus en dehors, & avoir un peu moins de largeur.

Et dans les pinceaux, où cette dixième partie des rayons de la portion du milieu, seroit tombée sur la partie extérieure du cercle lumineux, si elle n'avoit pas été réfléchie, ce cercle & la ligne lumineuse BBBB en deviendront moindres par ce moyen, & les anneaux obscurs & lumineux qui les environnent, aussi bien que les lignes obscures & lumineuses qui en résultent, rentreront plus en dedans, & auront un peu plus de largeur.

Mais comme le nombre des pinceaux dans l'un de ces cas doit être à fort

fort peu près égal au nombre des pinceaux dans l'autre , & que l'effet dans l'un est contraire à celui dans l'autre , le changement dans le phénomène n'aboutira qu'à produire un peu plus de confusion dans les bords des lignes lumineuses & obscures.

243. Dans les pinceaux où cette dixième partie de la portion du milieu des rayons n'est pas toute contigue , mais divisée en trois ou en plusieurs parties séparées , qui seroient tombées sur des espaces séparés du cercle lumineux , si elles n'avoient pas été réfléchies dans les trois surfaces , il est évident que le changement dans le phénomène sera encore moindre que dans les deux articles précédents , excepté seulement que le cercle lumineux & la ligne lumineuse qui en résulte , auront un peu moins de lumière. Et l'anneau obscur & les lignes obscures qui en proviennent , auront un peu moins d'obscurité , au cas que les rayons qui y sont portés , ne soient pas tous réfléchis , & que quelques-unes de leurs parties soient transmises.

244. Ce seroit-là le cas d'une ligne physique lumineuse , telle qu'on pourroit l'imaginer par la composition d'un grand nombre d'étoiles rangées en ligne droite & contigues entr'elles. La ligne du milieu seroit toujours lumineuse , de manière que le nombre des lignes lumineuses seroit toujours impair , & le nombre des lignes obscures , toujours pair.

245. Une ligne lumineuse sur un fond noir , d'une largeur peu sensible , mais dont la *vraie image* sur la rétine , n'est pas aussi large que le *cercle de dissipation* ; lorsqu'elle est trop proche ou trop loin pour la *vision distincte* , paroîtra quelquefois comme deux , d'autres fois , comme trois , quatre , cinq ou plusieurs lignes lumineuses parallèles , avec des lignes obscures parallèles entre deux.

Apparence
d'une ligne
lumineuse
étroite par la
vision indé-
tinée.

Soit *a* un point au milieu de la largeur de la ligne lumineuse ; *e* & *i* les deux points extrêmes de la largeur de la même ligne & que l'axe de l'œil soit dirigé au point *a*.

Fig. 228.

L'axe du pinceau des rayons qui viennent du point *e* , sera perpendiculaire à la *cornée* & aux deux surfaces de l'humeur cristalline , & l'image de ce point sur la rétine , sera telle qu'elle est représentée dans les fig. 223 , 225. & la ligne physique qui passe par le milieu de la ligne lumineuse & par le point *a* , formera sur la rétine une image telle qu'elle est représentée dans la fig. 227.

Mais l'axe du pinceau des rayons qui viennent du point *e* , tombera obliquement sur la *cornée* & sur les deux surfaces de l'humeur cristalline. Par conséquent , non-seulement le centre de l'image du point *e* tombera sur une partie de la rétine différente de celle où tombe le centre de l'image du point *a* & en dedans du *cercle de dissipation* du point *a* ; mais l'image du point *e* ne sera pas semblable à celle du point *a* , de manière que quelques parties lumineuses de l'une tomberont sur quelques parties lumineuses de l'autre , & réciproquement. Et si l'on imagine une ligne physique qui passe par *e* , parallèlement à celle qui passe par *a* ; quelques parties lumineuses de l'image de l'une de ces lignes physiques , tomberont sur quelques parties lumineuses de l'image de l'autre ; & ce que nous avons dit de l'image de la ligne physique qui passe par *e* sera également vrai de celle qui passe par *i*.

Tom I.

Qq

Et selon que la largeur de la ligne lumineuse est plus ou moins grande, ou que les points e & i sont plus ou moins éloignés du point a , les lignes obscures des images des lignes physiques qui passent par ces points, ou se confondront dans le milieu de la rétine, auquel cas elles paroîtront comme une ligne noire au milieu de l'image : ou elles seront seulement contigues, ou même elles laisseront un petit espace sensible entr'elles, & dans l'un ou l'autre de ces deux derniers cas, on verra au milieu une ligne lumineuse ; Et comme le même raisonnement s'étend aux autres points qui sont en dedans de e & i , il est évident que l'apparence de toute la ligne lumineuse pourra être composée de plus ou moins de lignes lumineuses & obscures, plus étroites ou plus larges, comme dans les art. 203, 204, avec une variété infinie.

Autres appa-
rences par la
vision indif-
tincte.

Fig. 229.

246. Par la même raison & en raisonnant de même des surfaces, il s'ensuit que lorsque une large surface lumineuse est contigue à une large surface obscure & qu'on les voit par la vision indistincte, la surface lumineuse paroît bordée d'une ligne obscure comme $BBrr$ & celle-ci d'une ligne lumineuse qui est en-delà ; & quelquefois il y a deux, ou un plus grand nombre de ces lignes obscures & lumineuses alternativement, comme on l'a dit dans l'art. 205.

247. La surface large & obscure $BBdd$ contigue à la surface large & lumineuse $BBbb$, étant vue par la vision indistincte, paroîtra plus étroite que lorsqu'elle sera vue par la *vision distincte*, c'est-à-dire, qu'au lieu de $BBdd$, elle se réduira à $\Delta\Delta dd$ & la ligne $\Delta\Delta$ fera le côté apparent de la surface obscure, laquelle sera bordée de la ligne lumineuse $\Delta\Delta rr$ & celle-ci encore de la ligne obscure $rr BB$, & quelquefois il paroîtra deux ou un plus grand nombre de ces lignes lumineuses & obscures alternativement, comme dans l'art. 206.

248. Par où l'on comprend aisément, que lorsque la surface obscure est fort étroite, elle peut paroître divisée en deux lignes obscures avec une ligne lumineuse entre deux ; ou en trois lignes obscures avec deux lignes lumineuses ; ou qu'il peut se trouver quatre, cinq ou un plus grand nombre de lignes obscures séparées par des lignes lumineuses, comme on l'a dit dans les art. 199, 200, 201, 202.

Mais dans tous ces cas on doit remarquer que la vision ne doit pas être seulement un peu, mais beaucoup indistincte, & que la lumière ne doit être ni excessivement forte, ni très foible. Lorsque la lumière est trop forte, l'œil est trop ébloui pour voir clairement cette apparence ; & lorsqu'elle est trop foible, les lignes lumineuses entre les lignes obscures sont trop languissantes, pour qu'on les distingue.

Expériences
pour confir-
mer cette
théorie.

Fig. 230.

249. Si l'explication que nous avons donnée de ces apparences par une cause dont on connoissoit auparavant l'existence dans la nature, & qui suffit pour produire tous ces phénomènes, paroît encore avoir besoin de quelque éclaircissement ; les expériences suivantes la mettront dans tout son jour.

Soit AA une ligne lumineuse formée par une ouverture étroite d'une règle à tracer des parallèles que l'on tient trop proche de l'œil pour la *vision distincte* & que l'on voit contre la lumière du jour, ou sur du papier blanc fortement éclairé ; & soit $\Delta\Delta DD$ l'apparence de cette ligne lumi-

seule composée de trois lignes lumineuses & de deux lignes obscures ; soient $\Delta\Delta EE$, & $DDEE$ les apparences des deux côtés de la règle à tracer les parallèles. Soit aussi $FFGG$ une règle plate que l'on tient proche de l'œil à main droite parallèlement au côté de la règle à tracer des parallèles.

Si l'on fait mouvoir peu-à-peu & en travers la règle plate $FFGG$, en gardant toujours sa position parallèle, & que son bord FF vienne à croiser le bord de la prunelle ; le bord apparent de la règle des parallèles DD s'avancera à sa rencontre, & effacera d'abord la ligne lumineuse $DDCC$, & à mesure que le bord de la règle plate s'avance par degrés & croise de plus en plus la prunelle, le même bord DD de la règle des parallèles s'avancera toujours plus pour la rencontrer, en effaçant la ligne obscure $CCBB$, ensuite la ligne lumineuse $BBBB$, puis l'autre ligne obscure $BBrr$ & enfin une partie de l'autre ligne lumineuse $rr\Delta\Delta$, dont elle ne laissera à la fin qu'une partie égale en largeur à la ligne lumineuse AA .

250. Et si l'on fait mouvoir réciproquement de cette manière la règle plate en avant & en arrière au travers de la prunelle, le bord apparent de la règle des parallèles DD paroîtra aussi se mouvoir réciproquement en avant & en arrière, soit en avançant pour rencontrer le bord FF , ou en s'éloignant de ce bord, effaçant quelquefois les lignes lumineuses & obscures & d'autres fois les faisant reparoître ; & la moitié de la règle des parallèles $DDEE$ paroissant quelquefois plus large, & d'autres fois plus étroite. Le contraire arrivera précisément, si l'on place la règle plate à gauche de la règle des parallèles & si on la fait mouvoir du côté opposé pour croiser l'œil.

251. Or c'est là précisément ce qui doit arriver par la théorie ci-devant établie. Car, par l'art. 211, fig. 222, 223, il est clair, que lorsqu'un objet est vu de trop près pour que les rayons de chaque pinceau se réunissent sur la rétine, ceux qui tombent sur le côté droit de la *cornée*, tomberont sur le côté droit de la rétine, & par conséquent, selon les loix connues de la vision, ils formeront la partie gauche de l'apparence, & au contraire.

De sorte que lorsque le bord de la règle FF vient croiser la *cornée*, il intercepte d'abord les rayons de chaque pinceau qui tombent le plus à main droite sur la rétine, & qui forment l'apparence qui est le plus à main gauche, c'est-à-dire, la ligne lumineuse $DDCC$, laquelle étant effacée, le bord apparent de la règle des parallèles doit être alors CC au lieu de DD .

Et le bord FF se mouvant encore le long de la *cornée*, il intercepte dans chaque pinceau la parcelle de rayons qui tombe immédiatement après sur le côté droit de la *cornée* & de la rétine, & qui forme la ligne obscure $CCBB$; laquelle est obscure en comparaison des lignes lumineuses adjacentes ; mais plus lumineuse par le moyen de ces rayons que les côtés de la règle des parallèles ; & cette ligne obscure étant effacée, le côté apparent de la règle des parallèles se trouve avancé de CC en BB .

On conçoit aisément de la même manière que par le mouvement continu de la règle plate qui croise la *cornée*, la ligne lumineuse BBBB, la ligne obscure BBrr, & la plus grande partie de la ligne lumineuse r r Δ Δ doivent de même s'effacer.

Et enfin, lorsque l'ouverture restante, ou la partie non couverte de la *cornée*, est devenue fort étroite, les bords de la règle des parallèles & l'ouverture qui est entr'eux, doit paroître distincte, précisément comme si on les voyoit au travers d'une fente fort étroite, ou d'un trou d'épingle sur une carte, & par conséquent la ligne lumineuse doit paroître dans sa vraie & propre grandeur.

252. Si la règle des parallèles est placée à une distance trop grande pour la *vision distincte*, en menant alors le bord FF de la règle plate en travers de la *cornée*, le côté droit de la règle des parallèles deviendra peu-à-peu plus large, le côté Δ Δ paroîtra s'avancer du même côté que FF & effacer par ce moyen, d'abord la ligne lumineuse Δ Δ r r, ensuite la ligne obscure r r B B, la ligne lumineuse BBBB, la ligne obscure BBCC & enfin la ligne lumineuse CCDD se réduira à la grandeur de la ligne lumineuse AA & les bords des deux côtés de la règle des parallèles paroîtront distincts. On conçoit cela aisément par l'art. 212 & par les fig. 224, 225. Il arrivera précisément tout le contraire, si l'on place d'abord la règle plate à gauche, & si on la conduit du côté opposé en travers de l'œil.

253. Comme dans ces deux cas, lorsque l'on fait mouvoir réciproquement & fort vite le bord FF en avant & en arrière, le tremblement (art. 250.) du bord DD ou Δ Δ est fort sensible, cela nous fournit le moyen de découvrir si la vision est considérablement indistincte, & de fixer par-là les limites de la *vision parfaite* à peu-près.

Fig. 229.

254. C'est de la même manière, & par les mêmes raisons que lorsque le bord Δ Δ d'une surface obscure paroît bordé d'une ligne lumineuse, comme Δ Δ r r, & d'une ligne obscure en dehors, comme Δ Δ B B, l'œil étant trop proche, si l'on place le bord d'une règle plate à main droite, & qu'on la conduise en travers de la *cornée*, le bord apparent Δ Δ s'avancera pour rencontrer la règle plate, & par ce moyen effacera la première ligne lumineuse, & ensuite la ligne obscure; après quoi ce bord paroîtra distinct dans la ligne B B, contigue à la surface lumineuse B B b b.

Et si l'œil est trop éloigné, il faudra placer la règle plate à main gauche, & alors en la menant du côté opposé en travers de la *cornée*, le bord Δ Δ avancera avec elle tout le long, en effaçant d'abord la ligne lumineuse, & ensuite la ligne obscure comme auparavant, jusqu'à ce qu'il arrive à la situation B B, où le bord de la surface lumineuse & obscure paroîtra distinct.

255. De même lorsqu'un objet obscur & étroit paroît double ou triple, si l'on fait mouvoir le bord de la règle plate en travers de la *cornée* parallèlement à l'image, & que l'œil soit trop proche, la ligne obscure opposée paroîtra s'avancer vers la règle, effaçant dans sa route les lignes lumineuses ou obscures, jusqu'à ce qu'elle arrive à la situation de la ligne obscure la plus proche de la règle, & alors elle ne paroîtra que comme une seule ligne distincte.

Mais si l'œil est trop éloigné, la ligne obscure la plus proche de la règle

s'avancera avec elle , effaçant les lignes lumineuses ou obscures dans sa route , jusqu'à ce qu'elle arrive à la situation de la ligne obscure la plus proche de la règle , & alors elle paroîtra seule.

256. Par le même moyen de couvrir une partie de la prunelle avec le bord d'une règle plate , ou seulement avec le doigt , le tenant parallèle au côté d'un livre , un homme qui se sert de lunettes , ou celui qui a la vue courte , peut lire dans une distance , où il ne pourroit pas sans cela distinguer les lettres , à cause des pénombres qui s'étendent entre les lettres. Car l'ouverture de la prunelle étant par là diminuée , le *cercle de dissipation* , & les pénombres qui en résultent entre les lettres , diminueront à proportion , & si la lumière est assez forte pour couvrir la plus grande partie de la prunelle , les pénombres en dessus & en dessous des lettres , diminueront considérablement , ce qui rendra le livre encore plus lisible.

257. On peut tirer de l'expérience suivante une autre preuve de la vérité de notre théorie. En regardant une ligne lumineuse ou obscure , qui est trop proche , ou trop loin de l'œil pour être vue distinctement , & qui donne les phénomènes de la fig. 230 , si l'on fait mouvoir la tête peu à peu à côté , vers la main droite , ou la main gauche , afin que les rayons de l'objet qui tombent sur la *cornée* , puissent varier tant la longueur de leur passage que l'obliquité de leur incidence , & par conséquent leurs *accès de réfraction & de réflexion aisée* ; on verra que les lignes lumineuses & obscures de l'image , changeront continuellement de place , de grandeur & de force , & qu'elles paroîtront rouler l'une sur l'autre , comme elles doivent le faire selon cette théorie.

258. Ce sujet m'a porté si loin contre mon attente , que je prendrois le parti de conclure , si je ne croyois pas qu'il fût à propos de prévenir le Lecteur d'une apparence qui pourroit l'embarrasser en faisant ces expériences , comme elle m'a embarrassé au commencement.

Apparence
extraordinaire.

En regardant les confins d'une surface obscure , & d'une surface lumineuse par la vision indistincte , on voit quelquefois sur la bordure de la surface lumineuse en dehors de la dernière ligne obscure de l'image , ou à main droite de BB (fig. 229) une ligne qui a quelque largeur , & qui est beaucoup plus éclairée que le reste de la surface lumineuse. Et sur la bordure de la surface obscure en dedans de la ligne lumineuse de l'image la plus éloignée , ou à main gauche de $\Delta\Delta$, on verra une ligne qui a quelque largeur , & qui est beaucoup plus obscure que le reste de cette surface.

Je crus d'abord que cette apparence venoit de la même cause , que les phénomènes exposés dans les articles précédents , c'est-à-dire , de la vicissitude des *accès de réfraction & de réflexion aisée* ; mais ne trouvant pas le moyen de les attribuer à cette cause d'une manière qui fût satisfaisante , je soupçonnai quelque méprise , & je me mis à considérer cette apparence plus attentivement.

259. Je traçai un rectangle ABCD sur du papier blanc , & je le rendis très-noir avec de l'encre. Ensuite en le regardant à une distance trop petite pour la *vision distincte* , je le vis bordé de tous les côtés par deux lignes lumineuses & deux lignes obscures alternativement. Mais après l'avoir regardé attentivement quelque peu de tems , j'aperçus une autre bordure lumi-

Qui ne vient
pas des accès
de réfraction
& de réflexion
aisée.

Fig. 231.

neuse en dehors de la dernière périphérie obscure *abcd*, laquelle nouvelle bordure étoit beaucoup plus brillante que le reste du papier blanc.

Ensuite en détournant un peu l'œil vers la partie de la nouvelle bordure lumineuse, qui étoit en dehors de la ligne noire *cd*, je vis que cette bordure croissoit en largeur, & devenoit plus brillante qu'auparavant. De même, lorsque je détournais l'œil vers la nouvelle bordure lumineuse, qui étoit en dehors de la ligne noire *ab*, ou *ad*, ou *cb*, la plus extérieure, je voyois que les bordures lumineuses respectives croissoient en largeur & en force dans leur éclat.

Cela me détermina à détourner l'œil du rectangle noir vers une partie éloignée du papier blanc, où je vis d'abord un rectangle lumineux beaucoup plus brillant que le reste du papier, & qui avoit à peu près les mêmes dimensions que le rectangle noir, & cette apparence continua pendant quelque tems; après quoi elle disparut peu à peu.

Mais d'une
cause diffé-
rente.

260. Cela me donna occasion de faire réflexion sur quelques apparences semblables que j'avois trouvées auparavant, soit par mes propres observations, soit par les relations de quelques personnes de ma connoissance, & je jugeai que les unes & les autres devoient venir d'une cause différente de celle que j'ai supposée jusqu'ici. Mais pour en être plus assuré, je pris des lunettes qui me firent paroître le rectangle noir très-distinct, & exempt des bords lumineux, & obscurs alternatifs que j'avois vus auparavant.

Après avoir regardé ce rectangle attentivement pendant quelque tems, la bordure lumineuse dont je viens de parler, commença à paroître tout autour plus brillante que le reste du papier, & de quelque côté que mon œil fût détourné dans ce rectangle, la bordure lumineuse de ce côté me paroissoit plus brillante & plus large qu'auparavant. Ensuite détournant les yeux totalement du rectangle noir, vers une partie éloignée du papier blanc, je vis d'abord un rectangle brillant de la même grandeur que le noir, & cette apparence continua pendant quelque tems, après quoi elle disparut peu à peu.

261. Alors je traçai deux autres rectangles noirs sur du papier blanc, de la même hauteur & de la même largeur, parallèles entr'eux, avec un espace blanc & étroit entre deux, & les regardant attentivement pendant quelque tems jusqu'à ce que la bordure lumineuse plus brillante commençât à paroître, je détournai subitement les yeux vers une partie éloignée du papier blanc, où je vis d'abord l'apparence d'un espace obscur entre deux rectangles brillants, de la même grandeur que l'espace blanc & les deux rectangles obscurs respectivement.

Et comme cela arrivoit également, soit que l'objet fût vu par la vision indistincte des deux yeux, ou par la vision distincte avec les lunettes, il est évident par cette expérience & par celle de l'article précédent, que cette nouvelle apparence ne venoit en aucune manière de l'indistinction de la vue, ou des *accès de réfraction & de réflexion aisée*, mais d'une autre cause que le Lecteur intelligent peut conjecturer dès à présent, & qui se manifestera plus clairement, lorsque j'aurai rapporté les autres observations que j'ai faites, & celles de mes amis que j'ai indiquées dans l'art. 260.

262. Un homme étant assis pour se faire la barbe contre la lumière qui venoit des chassis d'une fenêtre, fixa la vue attentivement sur cette fenêtre pendant quelque tems, & ensuite ayant fermé les yeux, il eut l'apparence d'une fenêtre semblable à celle qu'il venoit de voir, excepté que les verres en étoient obscurs, & les bois tout autour lumineux.

Autres apparences de la même espèce.

263. Un autre fixa ses yeux pendant quelque tems à l'extrémité de sa plume noircie par l'encre, & qu'il tenoit contre du papier blanc; & retirant subitement sa plume sans détourner les yeux, il vit l'apparence de l'extrémité lumineuse & brillante d'une plume sur le même endroit du papier. Et depuis qu'on m'a instruit de cette apparence, j'ai fait souvent la même observation.

264. En regardant le Soleil couchant dans un carrosse sur le grand chemin, lorsque sa lumière n'est pas assez forte pour blesser la vue, si les yeux se détournent subitement vers un endroit éloigné du Ciel, on a l'apparence d'un, de deux, de trois, ou d'un plus grand nombre de cercles obscurs, de la même grandeur à peu près que le Soleil, sur différents endroits du Ciel.

265. Un homme cherchant la raison de la grande longueur de l'image du Soleil couchant, vu par la réflexion de la *Tamise*, la regarda si long-tems, que lorsqu'il en eut retiré sa vue, tout ce qu'il voyoit, lui paroissoit porter une longue poutre obscure, pendant plus d'un quart d'heure.

266. Un autre ayant observé trop long-tems le Soleil éclipsé, vit une tache noire sur tous les objets pendant plusieurs mois après.

267. Ces phénomènes & plusieurs autres de la même espèce, paroissent dépendre de ce principe, que lorsque nous avons été pendant quelque tems affectés d'une sensation, aussitôt que nous cessons d'en être affectés, il s'en élève une autre contraire, quelquefois par la cessation même, & d'autres fois par des causes, qui dans un autre tems ne produiroient point du tout cette sensation, ou du moins ne la produiroient pas au même degré.

Raison générale de ces apparences.

Tout le monde sçait que la cessation subite d'une grande douleur, qui a continué quelque tems, est suivie immédiatement d'un plaisir sensible.

En sortant d'une forte lumière, & entrant dans une chambre où les volets des fenêtres sont presque fermés, on a immédiatement après la sensation de l'obscurité, & elle continue beaucoup plus long-tems qu'il n'en faut à la prunelle pour se dilater & s'accommoder à ce foible degré de lumière, ce qu'elle fait dans un instant.

Mais après qu'on a resté quelque tems dans un lieu beaucoup plus obscur, la même chambre qui paroissoit obscure auparavant, paroît assez éclairée.

Lorsqu'on sort d'un bain froid, ce froid intense est succédé immédiatement après d'une grande chaleur. Mais cette chaleur, aussi bien que les effets dont on a parlé dans les art. 265, 266, viennent en partie d'une autre cause que de la pure cessation d'une sensation contraire.

Si l'on prend une tasse de café ou de thé sans sucre, & qu'ensuite on goute une autre tasse avec fort peu de sucre, ce café paroîtra fort doux. Mais si l'on mange quelque chose de fort doux, le café ou le thé que l'on prendra immédiatement après, quoique sucré modérément, paroîtra fort amer; & il seroit très-facile de produire un grand nombre d'exemples semblables.

268. Mais ce changement de sensation n'est pas toujours général, de manière que tout l'organe de l'un de nos sens en soit affecté ; il est souvent partial, de manière que par une seule & même cause, une partie de l'organe souffre un changement de sensation, pendant que l'autre partie n'en essuye aucun.

Par exemple, la peau de nos corps, peut en quelque façon être regardée comme l'organe total du sentiment par rapport à la chaleur, & au froid de l'air qui nous environne, ou de l'eau dans laquelle nous sommes plongés ; & l'on peut regarder de même la rétine, comme l'organe total de la vue.

Mais lorsque nous sommes dans un degré modéré de chaleur, un petit vent frais n'affecte pas nos visages, quoiqu'il produise dans nous un sentiment de frisson, lorsque nos corps nus y sont exposés.

Un bain tiède, comme celui de *Buxton*, ne paroît à nos mains, ni chaud, ni froid, & il paroît froid à nos corps lorsqu'ils y sont plongés.

269. Cette sensation peut non-seulement être partielle, en affectant une partie de l'organe sans affecter l'autre ; mais il peut se faire qu'une partie de l'organe soit affectée d'une sensation, pendant que l'autre sera affectée d'une sensation contraire par la même cause.

C'est ainsi que la main peut avoir une telle disposition, qu'en la plongeant dans le bain de *Buxton*, l'eau lui paroisse chaude, & qu'en y plongeant tout le corps, elle paroisse froide.

L'air paroît quelquefois chaud à nos visages, pendant qu'il paroîtroit froid à nos corps nus.

270. Il n'est donc pas surprenant, que toute la rétine ou l'une de ses parties, après avoir été fortement affectée d'une sensation pendant quelque tems, soit immédiatement après la cessation de la cause, affectée d'une sensation contraire. On doit s'attendre naturellement, que les parties de la rétine, qui ont reçu pendant quelque tems l'impression d'une image brillante, comme celles dont on a parlé, du Soleil couchant, des chassés de verre, ou de l'espace blanc entre deux rectangles noirs, après la cessation de ce qui les affectoit, soient frappées d'un sentiment d'obscurité, c'est-à-dire, qu'une image obscure de la même grandeur, doit paroître dans le même endroit où l'image brillante avoit paru auparavant. Et si une image très-brillante, par le mouvement d'un carrosse, a été portée en différents endroits de la rétine, dans un court espace de tems, elle doit être succédée par plusieurs images obscures l'une après l'autre, dans ces parties de la rétine.

271. Les parties de la rétine qui ont gardé pendant quelque tems une image obscure, comme dans le cas des rectangles noirs, du bois des fenêtres, ou de l'extrémité noire d'une plume, pendant que les parties voisines ont été occupées par des images brillantes, c'est-à-dire, celles qui pour ainsi dire, ont été dans l'obscurité, pendant que leurs voisines ont été dans la lumière, seront maintenant (aussitôt que cette inégalité cessera) affectées d'une sensation contraire, & c'est ce qui produira l'apparence des images brillantes, semblables & égales aux images obscures qui occupoient auparavant les mêmes parties de la rétine.

272. Delà il suit nécessairement, qu'après avoir regardé attentivement, le

le rectangle noir (art. 259, 260) pendant quelque tems , la moindre nutation inévitable de la tête , sera cause que la partie de la rétine qui avoit été occupée par les lignes obscures , & peu lumineuses hors de l'image de ce rectangle noir , recevra l'impression de la lumière du papier blanc , & ce passage subit de l'obscurité à la lumière , sera cause que la lumière paroîtra plus forte sur cette partie de la rétine que sur toutes les autres , qui ont reçu pendant ce tems là toute la lumière du papier blanc , c'est-à-dire , qu'il y paroîtra une bordure lumineuse plus brillante que le reste du papier.

273. Et lorsque l'œil se détourne un peu d'un côté , pour considérer plus attentivement cette bordure lumineuse , par ce moyen , une partie de la rétine qui étoit auparavant occupée par une partie de l'image du rectangle noir , reçoit maintenant l'impression de la lumière du papier blanc , & ayant essuyé un plus grand degré d'obscurité que la première partie , elle est affectée d'une sensation de lumière encore plus forte , c'est-à-dire , que la bordure lumineuse ne paroîtra pas seulement plus large , mais plus forte qu'auparavant.

274. Il est si aisé d'appliquer ce que nous venons de dire de la bordure lumineuse , à la bordure obscure dont on a parlé dans l'art. 258 , que je ne perdrai pas mon tems à faire cette application , & même je ne serois pas entré dans un si grand détail sur cette bordure lumineuse , si je n'avois eu lieu de soupçonner que même le grand *Newton* s'étoit une fois laissé tromper par une apparence semblable. Au moins je ne vois pas qu'il ait expliqué dans aucun endroit la force extraordinaire de l'anneau de lumière , auprès de la tache noire centrale , dont il parle dans l'observat. 23 part. 1 de son second livre d'Optique , & je ne crois pas qu'on puisse l'expliquer autrement que par des réflexions semblables aux précédentes.



COURS COMPLET D'OPTIQUE.




LIVRE SECOND, TRAITÉ MATHÉMATIQUE.

CHAPITRE PREMIER,

Trouver le foyer des rayons réfléchis par une surface donnée ?

PROPOSITION I.

202.  Oit ACB un plan réfléchissant, Q le foyer des rayons incidents, QC une perpendiculaire à ce plan ; si l'on prolonge cette perpendiculaire en q, en sorte que $qC = QC$, le point q sera le foyer des rayons réfléchis. Fig. 232

Car soit QA un rayon incident quelconque ; menez qA & prolongez cette ligne vers O & CA vers D. Puisqu'on a fait $Cq = CQ$, les triangles rectangles CAq, CAQ seront égaux, & par conséquent l'angle DAO, qui est égal à l'angle opposé par la pointe CAq, sera aussi égal à l'angle CAQ. Donc AO est le rayon réfléchi (art. 9.), ce qu'il falloit démontrer.

203. *Corol.* Donc tous les rayons qui viennent de q, iroient en Q après la réflexion (art. 11.)

Rr ij

L E M M E.

204. *Les quantités & les proportions qui s'approchent tellement de l'état d'égalité, qu'à la fin elles deviennent égales, peuvent être regardées comme égales dans l'état qui précède immédiatement le dernier, & même sans erreur sensible en matière de physique, lorsqu'elles sont dans un état un peu éloigné du dernier. On doit dire la même chose des figures qui approchent continuellement de l'état de similitude; sur-tout si l'on trouve par le calcul que ces erreurs soient insensibles.*

On verra clairement le sens de ce Lemme, lorsqu'on l'appliquera aux propositions suivantes.

P R O P O S I T I O N I I.

Fig. 233.

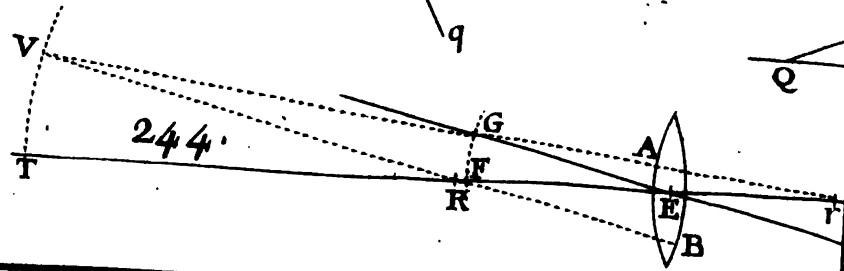
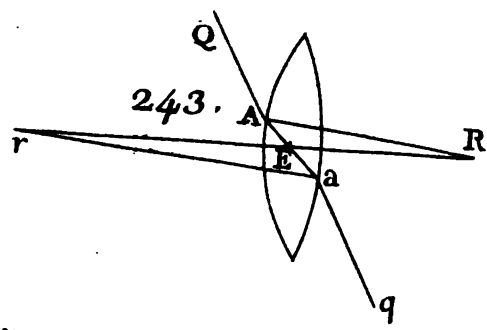
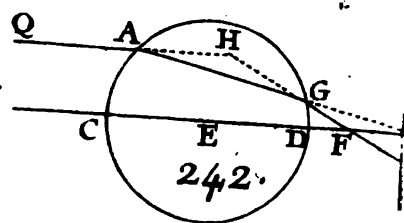
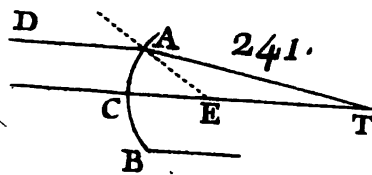
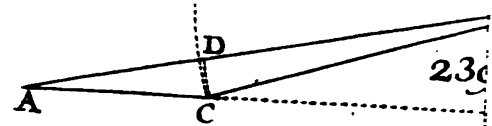
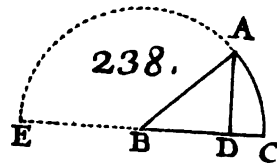
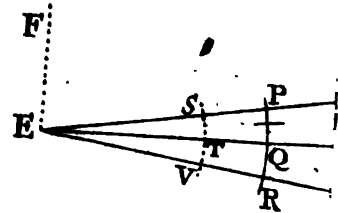
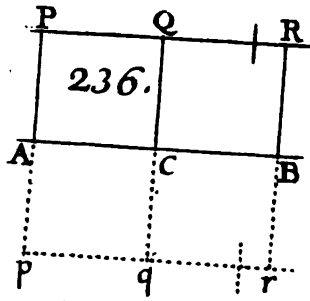
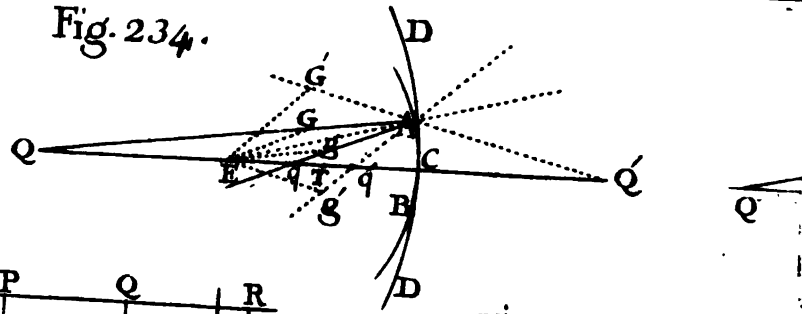
205. *Lorsque des rayons parallèles comme DA, EC, tombent presque perpendiculairement sur une surface sphérique ACB, le foyer T des rayons réfléchis divisera également le demi-diamètre EC, parallèle aux rayons incidents.*

Car si l'on mène EA, elle sera perpendiculaire à la surface sphérique en A, & puisque EC est dans le même plan que l'angle d'incidence DAE, le rayon réfléchi Aq, prolongé en avant ou en arrière rencontrera EC en quelque point q (art. 7), de manière que l'angle de réflexion EAq sera égal (art. 8) à l'angle d'incidence EAD ou à son alterne AEq. Les deux côtés Aq, Eq du triangle AqE seront donc égaux entr'eux (Eucl. 1. 6.), & par conséquent chacun d'eux sera plus grand que la moitié du troisième côté EA ou que ET par la construction. Mais à mesure que le point d'incidence en A s'approche de C, les lignes Eq, ET approchent toujours de l'égalité, & deviennent égales lorsque le triangle AEq disparaît. Donc le foyer des rayons qui tombent presque perpendiculairement sur la surface, ou de ceux qui sont les plus proches du point C est sensiblement en T (art. 204) C. Q. F. D.

206. *Corol.* Donc si T est le foyer des rayons incidents, les rayons réfléchis seront parallèles à la ligne TE (art. 11).



Fig. 234.



PROPOSITION III.

207. Soit ACB une surface réfléchissante d'une sphère dont le centre est E . Divisez également l'un de ses rayons comme EC en T ; & si dans ce rayon du même côté du point T , on prend les points Q & q , de manière que TQ, TE & Tq soient en proportion continue, le point Q étant le foyer des rayons incidents, q sera le foyer des rayons réfléchis. Fig. 234

Soit QA & Aq un rayon incident & un rayon réfléchi (prolongés) qui forment des angles égaux avec la perpendiculaire AE ; le rayon réfléchi Aq (prolongé) coupera QE (prolongé) quelque part en g , étant dans le plan d'incidence EAQ (art. 7). Menez EG parallèle à Aq , & qu'elle rencontre Aq en G . Soit aussi Eg parallèle à AQ , qui rencontre Aq en g . Puisque les angles $EAG, EA g$ sont égaux (art. 8), il s'ensuit que les triangles $EAG, EA g$ sont équiangles sur leur base commune AE , & par conséquent isocèles (*Eucl.* 1. 6) & égaux l'un à l'autre. Donc chaque côté de la figure équilatère $AGEg$, dans l'état où elle disparoît, lorsque A arrive en C , sera égal à la moitié de sa diagonale AE (art. 204) ou par la construction à ET . Or comme les triangles GQE, gEq sont équiangles (*Eucl.* 1. 29), il suit que $GQ : GE :: gE : gq$ (*Eucl.* 6. 4), c'est-à-dire, lorsque le point A se confond avec C , & par conséquent les points G, g avec T , $TQ : TE :: TE : Tq$ (art. 204) C. Q. F. D.

208. *Corol.* 1. Si q est le foyer des rayons incidents, Q sera le foyer des rayons réfléchis (art. 11.)

209. *Corol.* 2. Les rayons qui appartiennent à Q peuvent être regardés comme parallèles, lorsque la distance TQ est infinie, & alors par cette proposition, la réciproque Tq s'anéantit, ce qui revient à la seconde proposition.

210. *Corol.* 3. De là on peut aussi tirer la première proposition; car en supposant que le point Q' soit le foyer des rayons incidents sur la surface convexe AB , puisque TQ, TC, Tq sont en proportion continue, on sçait que leurs différences CQ, Cq' deviennent égales, lorsque ces lignes sont infiniment grandes,

c'est-à-dire, lorsque la surface devient un plan, en éloignant son centre à une distance infinie.

Ces figures servent pour les cas de la surface convexe, en supposant que les rayons incidents vont en arrière dans les mêmes lignes prolongées au travers de la surface.

211. On voit par les démonstrations des deux dernières propositions, que le foyer des rayons réfléchis qui y est déterminé, n'est autre chose dans la rigueur géométrique, que l'intersection de l'axe de la surface, ou du rayon qui passe par son centre, avec les rayons les plus proches. On voit aussi que les autres rayons coupent l'axe en différents points toujours plus éloignés du foyer, à mesure qu'ils tombent plus loin du sommet de la surface. De sorte qu'il n'est pas possible qu'une surface sphérique réfléchisse à un seul point tous les rayons incidents. Néanmoins, lorsque nous examinerons ces aberrations des rayons les plus éloignés par rapport au foyer géométrique, on verra que la densité de leurs intersections, auprès de ce foyer, est prodigieusement plus grande que n'est leur densité à une distance considérable. De sorte qu'en matière de physique, le foyer de tous les rayons qui tombent presque perpendiculairement sur une surface sphérique, peut passer pour un point physique; & l'on doit dire la même chose du foyer des rayons rompus, comme on le verra par des démonstrations semblables.

212. De là il suit que le foyer des rayons réfléchis par une surface courbe quelconque, doit être regardé comme le même qu'il seroit, si ces rayons étoient réfléchis par une surface sphérique de même courbure que l'est cette surface vers les points d'incidence. Car si CD est une courbe quelconque, C le point d'incidence, CEQ la perpendiculaire à la courbe ou à sa tangente en C , CE le rayon du cercle ACB du même degré de courbure en C ; les rayons qui viennent parallèles à CE , seront réfléchis au même foyer F par chacune de ces deux surfaces; & les rayons qui viennent d'un point quelconque Q , seront réfléchis au même foyer q par chacune de ces deux surfaces, parce qu'on ne considère que le foyer des rayons qui tombent sur les points communs des deux courbes autour de C , tous les autres étant dispersés & moins denses dans les autres points.

213. Dans toutes ces propositions, lorsque les foyers Q, q sont du même côté de la surface réfléchissante, si les rayons incidents viennent de Q , les rayons réfléchis iront vers q ; & si les rayons incidents vont vers Q , les rayons réfléchis viendront de q ; & le contraire arrive lorsque Q & q sont de différents côtés de la surface, parce que les rayons incidents & réfléchis prennent des routes contraires.

REMARQUES.

Les quatre premiers chapitres de ce livre contiennent les propositions élémentaires pour trouver les foyers & les images, & elles sont extraites de l'Optique de *Newton* (Ax. 4. p. 8) & en partie de la Dioptrique de Mr. *Hughens* (pr. 1. jusqu'à la pr. 23.) Mais comme *Newton* ne nous a point donné de démonstrations, & que celles de Mr. *Hughens* sont communément fort embrouillées & ennuyeuses, à cause du grand nombre de compositions & de résolutions de raisons, j'ai été obligé d'en imaginer d'autres plus courtes & plus aisées. Mais quoique les proportions exprimées par ces propositions & par leurs Corollaires, soient la meilleure règle pour déterminer le lieu d'un foyer avec la plus grande exactitude, il sera bon cependant de le faire encore par des constructions géométriques, c'est-à-dire, en tirant seulement des lignes, & enfin par un ou deux théorèmes généraux algébriques qui comprennent tous ces éléments. Quant à la méthode de quelques auteurs qui calculent le lieu du foyer par la Trigonométrie, cette méthode est non-seulement la moins scientifique, mais encore la moins utile; excepté lorsqu'on veut déterminer la route d'un rayon, lorsque les angles d'incidence sont fort grands. Mais on en trouvera quelques règles dans les Lemmes 3 & 4 de ce Livre II.

Le foyer Q des rayons incidents étant donné, leur foyer après leur réflexion par une surface sphérique C , dont le centre est E , se trouvera par cette construction. Par les points Q & E menez une ligne QE qui coupe la surface concave ou convexe en C ; divisez également son rayon CE en T , & aux points T, C élevez les perpendiculaires TG, CH qui coupent une ligne menée par Q dans les points G, H ; joignez les points G, E & menez la ligne Hq parallèle à GE ; elle coupera l'axe QE au foyer q des rayons réfléchis.

Sur l'art. 207:
Constructions géométriques pour trouver le foyer des rayons réfléchis.

Car les triangles TQG, GQH étant équiangles, aussi bien que GQB, HQq ; nous aurons $TQ : TE$ ou $TC (:: GQ : GH) :: EQ : Eq$ (*Eucl. VI. 2*), & en divisant $TQ : TE :: TE : Tq$, qui est la proportion trouvée dans cet article.

Fig. 215.

Mais la construction suivante est encore plus simple. Dans une perpendiculaire IEK à l'axe QEC , prenez deux points I, K à égales distances de E , & menez QI qui coupe la perpendiculaire CH en H ; menez ensuite la ligne KH , & elle coupera l'axe au foyer q .

Car soit la perpendiculaire TG qui coupe QI en G , joignez GE ; puisque

$TC = TE$, nous aurons $GH = GI$ (*Euc. VI. 2*), & par conséquent puisqu'on a pris $EK = EI$, nous aurons KH parallèle à EG , comme dans l'autre construction.

Donc, si le foyer Q est infiniment éloigné, la ligne IH est parallèle à EC , & par conséquent le foyer q se confond avec T .

CHAPITRE II.

Déterminer le lieu, la grandeur & la situation des images formées par des rayons réfléchis?

PROPOSITION I.

214. **L**es images formées par la réflexion d'une surface plane sont semblables & égales aux objets, & leurs parties ont la même situation par rapport à la partie postérieure du plan, que les parties de l'objet par rapport au plan antérieur.

Fig. 236.

D'un nombre de points quelconque P, Q, R , d'un objet dans une situation quelconque, menez les perpendiculaires PA, QC, RB au plan ACB , & prolongez-les jusqu'aux points p, q, r , chacune aussi loin derrière le plan que P, Q, R , sont au-devant. Les points p, q, r , étant les foyers respectifs des rayons qui appartiennent à P, Q, R , (art. 202); & étant évidemment dans le même ordre, formeront, avec une infinité d'autres, l'image de l'objet, qui lui sera égale dans sa totalité & dans chaque partie correspondante, & qui sera semblablement située, comme on le verra, en concevant la surface de l'objet & celle de son image, divisées en lignes correspondantes, telles que PQR, pqr , par des plans tels que $PprR$, perpendiculaires au plan réfléchissant, & en repliant ou doublant chaque plan dans la ligne d'intersection AB , sur le plan réfléchissant. Car les parties de chaque plan de part & d'autre de AB se couvriront exactement, comme on le voit par la construction $C. Q. F.D.$

PROPOSITION

PROPOSITION II.

215. Si un arc de cercle PQR , concentrique à une surface concave ou convexe AB , est regardé comme un objet, son image pqr sera aussi un arc semblable concentrique, dont la longueur sera à celle de l'objet, en raison de leurs distances au centre commun E , & sa situation sera droite ou renversée, selon qu'elle sera du même côté du centre, ou du côté opposé par rapport à l'objet. Fig. 237.

Car comme on trouve le foyer q , en prenant TQ, TE, Tq en proportion continue dans la ligne QE , menée par le centre (art. 207), ainsi on aura le foyer p des rayons qui appartiennent à un autre point P , en menant PEA & divisant également EA en S , & prenant SP, SE, Sp en proportion continue. Mais les deux premiers termes de chaque proportion sont égaux respectivement aux deux premiers termes de l'autre; donc les troisièmes termes Tq, Sp sont égaux entr'eux & par conséquent $Ep = Eq$. Ce qui étant vrai de chaque point de l'objet circulaire PQR , fait voir que son image pqr est un arc concentrique qui lui est semblable; ces deux arcs étant terminés par les mêmes lignes EPp, ERr , & par conséquent leurs longueurs sont en même raison que leurs demi-diamètres EQ, Eq . Enfin selon que les extrémités correspondantes P & p , de l'objet & de l'image, sont du même côté du centre E ou des deux côtés opposés, elles sont aussi du même côté de leurs points moyens Q, q , ou des côtés opposés, c'est-à-dire que l'image est en conséquence droite ou renversée. C. Q. F. D.

216. *Corol.* Plus l'objet circulaire est petit par rapport à son rayon ou à sa distance au centre, plus il approche de la ligne droite, aussi bien que l'image qui lui est semblable. Par conséquent un petit objet rectiligne placé à une bonne distance du centre du verre, doit être regardé comme ayant une image rectiligne à fort peu près, quoiqu'en rigueur géométrique ce soit un arc d'une section conique, dont on verra la détermination dans les Remarques sur l'art. 246.

217. On peut déterminer les images de toutes sortes d'objets,
Tom I. S s

en cherchant les images de leurs lignes extérieures par les propositions précédentes. Par exemple, si le plan des figures PER , pEr , tourne circulairement autour de leur diamètre commun EQq , la surface circulaire engendrée par pqr sera l'image de la surface circulaire engendrée par PQR ; & si les mêmes figures PER , pEr se meuvent un peu autour d'un axe EF placé dans leur propre plan & perpendiculaire au diamètre EQq , la figure curviligne, produite par ce mouvement de pqr , sera l'image de la figure semblable produite par PQR , parce que l'arc réfléchissant ACB produit la surface sphérique réfléchissante dans le même tems.

218. Mais si toute la figure $PERr$ se meut parallèlement à elle-même dans une direction EF , qui soit maintenant perpendiculaire à son propre plan, de manière que l'arc ACB produise une portion d'une surface cylindrique, la figure décrite par ce mouvement de pqr sera toujours l'image de celle qui est décrite par PQR . Mais elle ne lui sera pas semblable, excepté lorsqu'elles seront placées à égales distances de part & d'autre du centre E , & que par conséquent elles seront égales entr'elles; & leur dissimilitude sera d'autant plus grande, que la disproportion entre Eq & EQ , ou entre leurs longueurs pr , PR sera plus grande, leurs largeurs décrites par ce mouvement étant toujours égales entr'elles.

CHAPITRE III.

Trouver le foyer des rayons qui tombent presque perpendiculairement sur une surface réfringente, sur une sphère ou une lentille?

DEFINITION.

Fig. 138. 219. **L**E sinus d'un angle ABC ou de l'arc AC qui le mesure, est une ligne AD menée de l'extrémité de l'un des demi-diamètres AB ou BC , perpendiculaire à l'autre, en prolongeant ce demi-diamètre si l'angle est obtus. Par conséquent l'angle ABC & son supplément ABE à deux droits, ont

chacun le même sinus AD , & lorsque l'on compare ensemble les sinus de divers angles, on sous-entend toujours qu'ils appartiennent au même cercle ou à des cercles égaux.

220. Les sinus des angles très-petits & de leurs suppléments deviennent à la fin très-peu différents des arcs qui les mesurent, & ils sont par conséquent proportionnels aux angles mêmes.

L E M M E.

221. Les sinus des angles d'un triangle sont proportionnels aux côtés opposés; comme dans le triangle ABC , le sinus de l'angle ABC est au sinus de l'angle BCA , comme CA est à AB .

Fig. 239.

Car les perpendiculaires CD , BE sur les côtés AB , AC prolongés, sont les sinus des angles ABC , BCA ou BCE par rapport aux cercles dont le rayon est BC (art. 219), & puisque les triangles CAD , BAE sont équiangles (Eucl. I. 32), nous avons $CD : BE :: CA : AB$.
C. Q. F. D.

222. Corol. Les petits angles comme BAC , BCE , compris sous la même perpendiculaire BE , sont en raison réciproque de leurs côtés BA , BC ou EA , EC . Car ces angles étant très-petits, sont comme leurs sinus (art. 220), ou comme leurs côtés opposés BC , BA (art. 221), ou comme EC , EA (art. 204).

P R O P O S I T I O N I.

223. Soit ACB un plan réfringent, Q le foyer des rayons incidents, & QC perpendiculaire à ce plan. Si l'on prend q dans cette perpendiculaire du même côté du plan que QC & qui soit à QC comme le sinus d'incidence au sinus de réfraction, le point q sera le foyer des rayons rompus.

Fig. 240.

Car soient les lignes QA & Aq prolongées, qui représentent un rayon incident & un rayon rompu, qui coupe QC dans un point quelconque q ; puisque la perpendiculaire au plan en A est parallèle à QC , l'angle AQC sera égal

Ss ij

à l'angle d'incidence, & AqC à l'angle de réfraction. Donc puisque les angles égaux ont leurs sinus égaux, le sinus d'incidence sera au sinus de réfraction (comme le sinus de l'angle AQC au sinus de AqC , ou comme Aq est à AQ par l'art. 221, c'est-à-dire, lorsque le rayon QA est presque perpendiculaire au plan AB) comme Cq est à CQ (art. 204). C. Q. F. D.

PROPOSITION II.

Fig. 241.

224. Soit ACB une surface sphérique réfringente dont le centre est E , & que les rayons incidents, comme DA , tombent parallèles à un demi-diamètre CE ; prenez dans ce demi-diamètre prolongé en avant ou en arrière, selon que le milieu plus dense est convexe ou concave, CT à CE comme le sinus d'incidence à la différence des sinus, & T sera le foyer des rayons rompus.

Car soit le rayon rompu AT (prolongé) qui coupe le demi-diamètre CE prolongé dans un point quelconque T ; puisque le demi-diamètre EA est perpendiculaire à la surface réfringente en A , l'angle d'incidence sera égal à l'angle AEC & l'angle de réfraction ou son supplément à deux droits, sera EAT ; par conséquent le sinus d'incidence est au sinus de réfraction (comme le sinus de l'angle AEC au sinus de EAT , ou comme AT à TE par l'art. 221, c'est-à-dire, lorsque A est fort proche de C , & qu'ainsi les rayons incidents sont presque perpendiculaires à la surface) comme CT à TE (art. 204), & en divisant, le sinus d'incidence est à la différence des sinus comme CT à CE . C. Q. F. D.

225. Coroll. 1. CT est à TE , comme le sinus d'incidence au sinus de réfraction.

226. Coroll. 2. Si le point T est le foyer des rayons incidents, les rayons rompus seront parallèles à TE (art. 11).

PROPOSITION III.

Fig. 242.

227. Lorsque des rayons parallèles tombent sur une sphère, soit plus dense ou plus rare que le milieu environnant, soit dans le diamètre CD prolongé, parallèle aux rayons incidents QA ,

le point T qui soit leur foyer après leur première réfraction en AC ; le point F qui divise également TD , sera leur foyer après leur seconde réfraction en DG.

Car soient les rayons incident & émergent , QA , FG prolongés qui se rencontrent en H ; puisque les réfractions en A & G sont égales , comme on le voit en supposant qu'un rayon va des deux côtés le long de la corde AG , le triangle AHG sera équiangle sur sa base AG , & par conséquent isoscele (*Eucl.* 1. 6), & il en sera de même du triangle semblable GFT , les lignes AH , FT étant parallèles. Lorsque donc A s'approche de C , jusqu'à ce que G se confonde avec D , & que le triangle GFT disparoît , le côté GF devient égal à la moitié de la base GT , c'est-à-dire , que DF devient égal à la moitié de DT (art. 204). C. Q. F. D.

L E M M E.

228. Il y a un certain point E en dedans de chaque lentille double convexe ou double concave , par où chaque rayon passant , a ses parties incidente & émergente QA , aq parallèles l'une à l'autre ; mais dans une lentille plano-convexe ou plano-concave , ce point E est éloigné du sommet de la surface concave ou convexe ; & dans un menisque ou dans la lentille concavo-convexe , il est un peu plus éloigné des deux , & il se trouve auprès de la surface qui a la plus grande courbure. Fig. 243.

Car soit REr l'axe de la lentille , qui joint les centres R, r de ses surfaces A , a. Menez deux de ses demi-diamètres RA , ra parallèles entr'eux , & joignez les points A , a ; la ligne Aa coupera l'axe au point E dont on vient de parler. Car les triangles REA , rEa étant équiangles , RE sera à Er en raison donnée des demi-diamètres RA , ra , & par conséquent le point E est invariable dans la même lentille. Si l'on suppose maintenant qu'un rayon passe des deux côtés le long de la ligne Aa , étant également incliné aux lignes qui sont perpendiculaires aux surfaces , il sera également rompu & dans un sens contraire en sortant de la lentille ; de sorte que les parties émergentes AQ , aq seront parallèles. Mais

chacune de ces lentilles deviendra plano-convexe ou plano-concave, si l'on conçoit que l'un des demi-diamètres RA , ra devient infini, & par conséquent parallèle à l'axe de la lentille, & alors l'autre demi-diamètre se confondra avec l'axe; & ainsi les points A , E ou a , E se confondront. C. Q. F. D.

229. *Coroll.* Donc si un pinceau de rayons tombe presque perpendiculairement sur une lentille dont l'épaisseur n'est pas considérable, la route du rayon qui passe par le point E dont on vient de parler, pourra être prise pour une ligne droite qui passe par le centre de la lentille, sans erreur sensible en matière de physique. Car il est évident par la longueur de Aa & par la quantité des réfractions à ses extrémités, que la distance perpendiculaire de AQ , aq prolongées, diminuera à mesure que l'épaisseur de la lentille & l'obliquité du rayon sera moindre.

PROPOSITION IV.

230. *Trouver le foyer des rayons parallèles qui tombent presque perpendiculairement sur une lentille donnée.*

Fig. 244.

Soit E le centre de la lentille, R & r les centres de ses surfaces, Rr son axe, gEG une ligne parallèle aux rayons qui sont incidents à la surface B , dont le centre est R . Menez le demi-diamètre BR parallèle à gE ; dans lequel prolongé, soit V le foyer des rayons après leur première réfraction sur la surface B , & joignant Vr qui coupe gE prolongée en G , le point G sera le foyer des rayons émergents de la lentille.

Car puisque V est aussi le foyer des rayons incidents sur la seconde surface A , les rayons émergents auront leur foyer dans quelque point de ce rayon qui traverse en ligne droite cette surface, c'est-à-dire, dans la ligne Vr , menée par son centre r ; & puisque toute la route d'un autre rayon est regardée comme une ligne droite gEG (art. 229) son intersection G avec Vr déterminera le foyer commun à tous. C. Q. F. D.

231. *Coroll.* 1. Lorsque les rayons incidents sont parallèles à l'axe rR , la distance EF du foyer est égale à EG . Car si les rayons incidents qui étoient parallèles à gE , sont par degrés

plus inclinés à l'axe jusqu'à lui devenir parallèles ; leurs premier & second foyers V & G décriront des arcs circulaires VT & GF autour des centres R & E . Car la ligne RV est invariable, étant en proportion à RB en raison donnée du moindre des sinus d'incidence & de réfraction à leur différence (art. 224) ; par conséquent la ligne EG est aussi invariable, étant en proportion à la ligne donnée RV en raison donnée de rE à rR , parce que les triangles EGr , RVr sont équiangles.

232. *Coroll. 2.* La dernière proportion donne la règle suivante pour trouver la distance du foyer d'une lentille mince quelconque. Comme Rr , intervalle entre les centres des surfaces, est à rE , demi-diamètre de la seconde surface, ainsi RV ou RT continuation du premier demi-diamètre au premier foyer, est à EG ou EF , distance du foyer de la lentille. Laquelle selon que la lentille est plus épaisse ou plus mince au milieu qu'aux extrémités, doit se trouver du même côté que les rayons émergents ou du côté opposé.

233. *Coroll. 3.* Donc, si les rayons tombent parallèles des deux côtés d'une lentille, les distances des foyers EF , Ef seront égales. Car soit rt la continuation du demi-diamètre Er au premier foyer t des rayons qui tombent parallèles sur la surface A ; la même règle qui donne rR à rE comme RT à EF , donne aussi rR à RE comme rt à Ef . Donc EF & Ef sont égales, puisque les rectangles sous rE , RT & sous RE , rt sont égaux. Car rE est à rt & RE à RT dans la même raison donnée (art. 224).

234. *Coroll. 4.* Donc en particulier dans une lentille de verre double-convexe ou double-concave, comme la somme de leurs demi-diamètres (ou dans un menisque comme leur différence) est à l'un des deux, ainsi le double de l'autre, est à la distance du foyer du verre. Car les continuations RT , rt sont respectivement doubles de leurs demi-diamètres : parce que dans le verre ET est à TR & Et est à tr comme 3 est à 2 (art. 225, 13).

235. *Coroll. 5.* Donc, si les demi-diamètres des surfaces du verre sont égaux, la distance du foyer est égale à l'un d'eux ; & elle est égale à la distance du foyer d'un verre plan convexe ou plan concave, dont le demi-diamètre est une fois aussi court.

Car en considérant la surface plane comme ayant un demi-diamètre infini, la première raison de la dernière proposition doit être regardée comme une raison d'égalité.

PROPOSITION V.

236. *Etant donné le foyer des rayons incidents sur une surface simple, une sphère ou une lentille, trouver le foyer des rayons émergents ?*

Fig. 245.

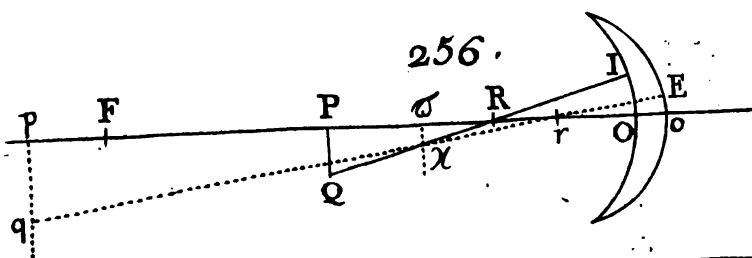
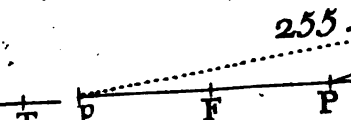
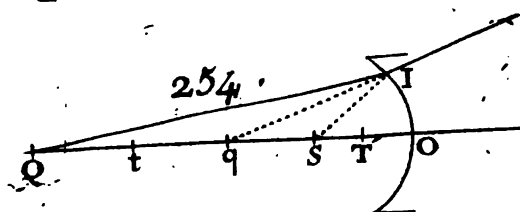
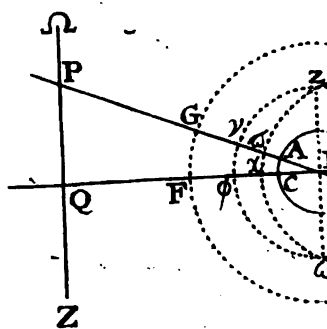
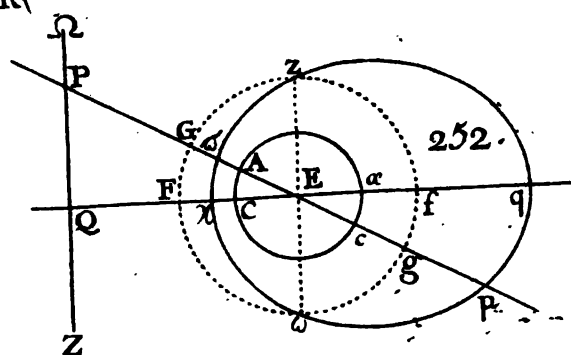
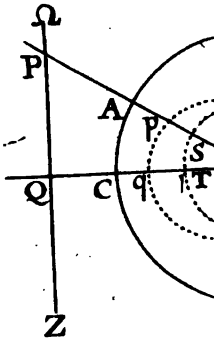
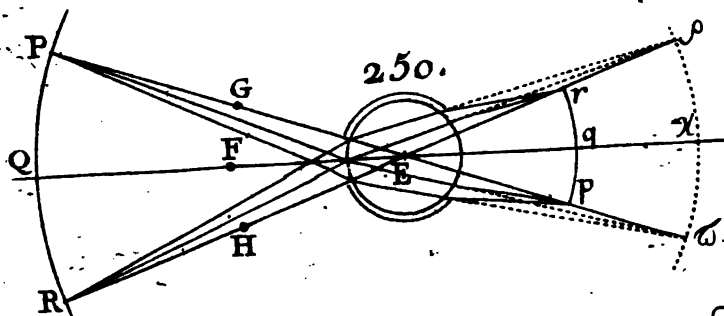
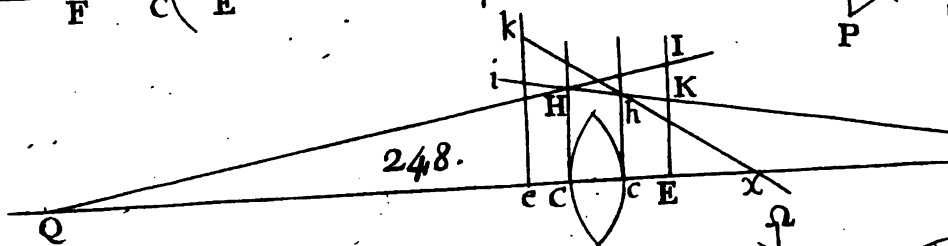
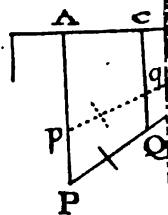
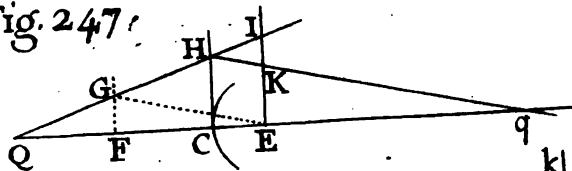
Soit un point quelconque Q le foyer des rayons incidents sur une surface sphérique, une sphère ou une lentille, dont le centre est E ; & soient d'autres rayons qui viennent parallèles à la ligne QE du côté opposé aux rayons donnés & qu'après la réfraction leur foyer soit F ; si l'on prend Ef égale à EF dans la lentille ou dans la sphère, & égale à CF dans la surface simple; on dira, comme QF est à FE ainsi Ef est à fq , & en plaçant fq de l'autre côté de f que n'est FQ par rapport à F , le point q sera le foyer des rayons rompus, sans erreur sensible, pourvu que le point Q ne soit pas assez éloigné de l'axe, ni les surfaces assez larges pour être cause que les rayons y tombent trop obliquement.

Car du centre E & avec les demi-diamètres EF , Ef décrivez deux arcs FG , fg qui coupent un rayon quelconque QA en G & g & menez EG & Eg . Supposant ensuite que G est le foyer des rayons incidents (tels que GA) les rayons émergents (comme ag) seront parallèles à GE (art. 226, 231, 233) & d'un autre côté, supposé que g soit un autre foyer des rayons incidents (tels que ga) les rayons émergents (comme AGQ) seront parallèles à gE . Donc les triangles QGE , Egq seront équiangles, & par conséquent QG est à GE comme Eg est à gq , c'est-à-dire, lorsque le rayon QA est très-proche de QE , QF est à FE comme Ef est à fq (art. 204). Mais lorsque Q s'approche de F & se confond avec F , les rayons émergents deviennent parallèles, c'est-à-dire, que q s'éloigne à une distance infinie; donc lorsque Q passe de l'autre côté de F , le foyer q passe aussi par un espace infini d'un côté de f à l'autre côté de f . C. Q. F. D.

237. *Corol.*



Fig. 247.



237. *Coroll.* 1. Dans les réfractions par une surface sphérique AC , on peut aussi trouver le foyer q par cette règle, comme QF est à FC ainsi Cf est à fq ; parce que FC & Ef sont égales, aussi bien que FE & Cf (art. 225).

238. *Coroll.* 2. On peut aussi le trouver par cette règle, comme QF est à QE , ainsi QC est à Qq , en plaçant Qq de manière que toutes les quatre distances de Q soient d'un même côté, ou qu'il y en ait deux de chaque côté. Car les triangles QGE , QAq étant équiangles, nous avons $QG : QE :: QA : Qq$.

239. *Coroll.* 3. Dans une sphère ou une lentille on peut trouver le foyer q par cette règle, comme QF est à QE ainsi QE est à Qq , qu'il faut placer du même côté de Q que QF l'est de Q . Car soit le rayon incident QA & émergent qa prolongés de manière qu'ils se rencontrent en e ; les triangles QGE , Qeq étant équiangles, nous avons $QG : QE :: Qe : Qq$; & lorsque les angles de ces triangles disparaissent, le point e se confond avec E ; parce que dans la sphère le triangle Aea est équiangle sur la base Aa , & par conséquent Ae & ae deviennent à la fin demi-diamètres de la sphère. Dans une lentille l'épaisseur Aa n'est d'aucune considération.

240. *Coroll.* 4. Dans tous les cas la distance fq varie réciproquement comme FQ , & ces deux lignes sont de deux côtés opposés par rapport à f & F ; parce que le rectangle sous EF & Ef , termes moyens des proportions précédentes, est invariable.

241. *Coroll.* 5. Les lentilles convexes de différents diamètres, qui ont les distances au foyer égales, étant substituées l'une à la place de l'autre, ont la même force sur un pinceau de rayons pour les rompre au même foyer. Parce que les règles précédentes ne dépendent que de la distance du foyer de la lentille & nullement de la proportion des demi-diamètres de ses surfaces.

242. *Coroll.* 6. La règle qu'on a donnée pour une sphère d'une densité uniforme, servira aussi pour trouver le foyer d'un pinceau de rayons rompus par un nombre quelconque de surfaces concentriques qui renferment des milieux de différentes densités quelconques. Car lorsque les rayons viennent parallèles

à une ligne menée par le centre commun de ces milieux, & qu'ils sont rompus par tous ces milieux, la distance de leur foyer à ce centre est invariable, comme dans une sphère uniforme.

243. *Coroll. 7.* Lorsque les foyers Q , q sont du même côté des surfaces réfringentes, si les rayons incidents viennent de Q , les rayons rompus viendront aussi de q , & si les rayons incidents coulent vers Q , les rayons rompus couleront aussi vers q ; & le contraire arrivera lorsque Q & q sont de différents côtés des surfaces réfringentes. Parce que les rayons vont toujours en avant.

Les articles 211 & 212 peuvent s'appliquer aux réfractions, tout comme aux réflexions.

R E M A R Q U E S.

Sur l'art. 239. 1. Le foyer Q des rayons incidents étant donné, on trouvera en cette manière le foyer des rayons rompus par une sphère, ou par une lentille mince, dont le centre est E . Elevez au principal foyer F des rayons qui viennent parallèles à l'axe QE , du côté opposé aux incidents qui appartiennent à Q , & au centre E , les perpendiculaires FG , EI à l'axe, qui coupent en G & I respectivement une ligne quelconque menée de Q . Joignez E & G & la ligne Iq parallèle à EG coupera l'axe au foyer q des rayons rompus. Car les triangles QFG , QEI étant équiangles, aussi bien que QGE & QIq , on aura $QF : QE :: (QG : QI ::) QE : Qq$ (*Euc. VI. 4*), qui est la même proportion qu'on a trouvée dans cet article.

Fig. 246.

Et par une surface simple.

Fig. 247.

2. Le foyer q des rayons rompus par une surface sphérique simple C se trouvera en élevant l'une des perpendiculaires FG dans le principal foyer des rayons qui viennent parallèlement à QE , du côté opposé à ceux qui appartiennent à Q & l'autre perpendiculaire CH au sommet C de la surface, laquelle coupera une ligne quelconque QG en H , joignant ensuite GE & menant Hq parallèle à GE . Car on aura $QF : QC (:: QG : QH) :: QE : Qq$ (*Euc. VI. 4*) qui est la proportion trouvée dans l'art. 238.

3. Ou bien on trouvera le foyer q par cette construction. Que les perpendiculaires CH , EI coupent une ligne quelconque tirée de Q en H & I . Prenez sur EI , EK à EI , comme le sinus d'incidence au sinus de réfraction d'un rayon quelconque qui appartient à Q , foyer des rayons incidents. La ligne HK prolongée coupera l'axe au foyer q des rayons rompus; car puisque $EK : EI ::$ (le sinus de réfraction au sinus d'incidence, c'est-à-dire, $:: FC : FE$ par l'art. 224, $::$) $GH : GI$; il s'ensuit que la ligne HK est parallèle à la base GE du triangle IGE (*Euc. VI. 2*), comme elle doit l'être par la construction précédente.

Et par deux surfaces quelconques.

4. Donc le foyer Q des rayons incidents étant donné, on trouvera le foyer q après la réfraction par deux surfaces quelconques dont les sommets sont

C, & c & les centres E & e. Car ayant fait la construction précédente pour la première surface C, si q K H coupe la perpendiculaire ch en h, & la perpendiculaire ei en i, en prenant dans celle-ci $ek:ei::EI:EK$, & menant kh, elle coupera l'axe Cc prolongé au foyer x. Car cette seconde opération n'est qu'une répétition de la première, parce que q est le foyer des rayons incidents sur la seconde surface c. Mais dans la pratique il est plus aisé de déterminer le point x par des lignes menées des points q. Le Dr. Barrow nous dit (*Leff. Opt. p. 103, & préface*) que cette construction lui a été communiquée par son ami Mr. Newton à qui il remit bientôt après sa chaire de Mathématique en 1669.

Fig. 248.

CHAPITRE IV.

Déterminer la place, la grandeur & la situation des images formées par des rayons rompus.

PROPOSITION I.

244. *Les images formées par réfraction dans les surfaces planes sont semblables aux objets & toujours droites ou dans une situation semblable à l'objet & du même côté des plans.*

Soit PQR un objet dont les rayons tombent sur un plan réfringent ACB; menez à ce plan les perpendiculaires PA, QC, RB &c. & prenez dans ces perpendiculaires Ap à AP, Cq à CQ, Br à BR en raison donnée du sinus d'incidence au sinus de réfraction (art. 223); les foyers p, q, r &c. formeront une image semblable dans une situation semblable à l'objet; les parties pq, qr étant en même raison que PQ, QR. Cela est évident par lui-même, lorsque l'objet est parallèle au plan réfringent; & lorsqu'il lui est incliné, prolongez-le jusqu'à ce qu'il coupe le plan en D; l'image prolongée le coupera aussi au même point D. Car en supposant que la perpendiculaire BrR se meut vers D, les lignes BR, Br étant en raison donnée, disparaîtront toutes deux ensemble: & parce que le triangle pDP est coupé par les lignes parallèles qQ, rR, on aura pq à PQ (comme qD à QD) comme qr à QR (*Eucl. VI. 2*) & par raison alterne, $pq:qr::PQ:QR$. De même si les rayons qui appartiennent aux foyers

Fig. 249;

T t ij

p, q, r , sont de nouveau rompus par un autre plan, soit parallèle ou incliné à AB , leurs seconds foyers formeront une seconde image semblable à la première, & par conséquent semblable à l'objet; & ainsi de suite. C. Q. F. D.

PROPOSITION II.

Fig. 250.

245. Si un arc de cercle PQR décrit du cercle E , d'une surface sphérique, d'une sphère ou d'une lentille, est regardé comme un objet, son image pqr sera un arc semblable concentrique, dont la longueur sera à celle de l'objet en raison de leurs distances au centre commun E ; & l'image sera droite ou renversée par rapport à l'objet, selon qu'ils seront du même côté du centre ou des deux côtés opposés.

La proposition est évidente par l'inspection de la figure dans tous les cas des réfractions faites par des surfaces concentriques; parce que les parties de ces surfaces sont également exposées aux parties de l'objet concentrique, & dans une lentille les foyers de tous les pinceaux des rayons parallèles se trouvent aussi dans un arc concentrique $G FH$, & ainsi Pp & Qq étant troisièmes proportionnelles à deux paires de distances égales PG, PE & QF, QE (art. 239) sont aussi égales. Donc l'image pqr est aussi un arc concentrique. Mais puisque les axes des pinceaux sont regardés comme des lignes droites qui passent par E (art. 229) les angles pEr , PER seront égaux, & par conséquent la raison de l'image à l'objet, sera la même que celle de leurs distances au centre E . Et selon que leurs extrémités correspondantes P, p sont du même côté ou de différents côtés de E , elles seront du même côté ou de différents côtés de leurs points moyens Q, q ; c'est-à-dire, que l'image sera en conséquence droite ou renversée. C. Q. F. D.

246. Coroll. Plus l'objet circulaire est petit par rapport à son rayon ou à la distance du centre E , plus il approche de la ligne droite, aussi bien que son image qui lui est semblable. Par conséquent un petit objet rectiligne placé à une bonne distance du centre du verre, pourra être regardé

comme ayant une image rectiligne à fort peu près (art. 204), quoique dans la rigueur géométrique ce soit un arc d'une section conique que l'on déterminera dans les Remarques. On peut par ces propositions déterminer les images de tous les objets, en cherchant les images de leurs lignes extérieures. Je finis ici les propositions élémentaires, que je démontrerai aussi algèbriquement dans les Remarques.

R E M A R Q U E S.

1. Tout subsistant comme dans l'art. 215, soit l'objet PQ une ligne droite perpendiculaire à QE, & que QE prolongée coupe le cercle réfléchissant CA continué en γ opposé à C, & le cercle TS continué en τ opposé à T. Si les rayons incidents qui sont divergents de Q, ou convergents vers Q, appartiennent au foyer α après la réflexion des points les plus proches de γ , & selon que la perpendiculaire EQ est plus longue ou plus courte que ET, décrivez avec le foyer E, & le grand axe $q\alpha$ une ellipse ou une hyperbole $qp\alpha$, & qu'elle coupe une ligne quelconque EP prolongée, en p & π , & le cercle réfléchissant en A & α ; l'arc conique pq sera l'image de l'objet PQ formée par les rayons que l'arc AC réfléchit; & l'arc conique $\pi\alpha$ sera l'image du même objet PQ formée par les rayons que l'arc opposé $\alpha\tau$ réfléchit: & toute la section conique sera l'image de la ligne infinie αPQZ formée par les réflexions de tout le cercle. Détermination exacte des images formées par la réflexion d'une surface sphérique. [Fig. 251.]
2. Lorsque la perpendiculaire EQ est égale à ET, l'ellipse ou l'hyperbole devient une parabole dont le foyer est E, & le sommet α ; & lorsque EQ s'étend à l'infini, l'ellipse se confond avec le cercle dont le diamètre est T τ ou Z α , qui est le paramètre de toutes ces courbes.
3. Ceux qui connoissent l'analyse des lieux géométriques seront bientôt convaincus de la vérité de ces constructions & de tout ce qui suit, en supposant que l'un des foyers P des rayons incidents se meut le long de la ligne PQ, & en cherchant le lieu géométrique décrit par son foyer conjugué p , pendant que la ligne PE roule autour du centre E; ou ils pourront trouver la démonstration de la construction de la plupart de ces cas dans les leçons d'Optique 17 & 18 du Dr. Barrow qui a le premier découvert cette figure remarquable de l'image d'une ligne droite.
4. Le reste subsistant comme dans l'art. 245, soit maintenant l'objet PQ une ligne droite perpendiculaire à la ligne QE q menée par le centre d'une sphère réfringente, & soit q le foyer d'un pinceau délié de rayons, qui avant leur réfraction au travers de la sphère sont divergents du point Q, & α le foyer d'un autre pinceau de rayons, qui avant leur réfraction au travers de la sphère sont convergents vers Q; & selon que la perpendiculaire EQ est plus longue ou plus courte que EF, distance du foyer de la sphère, décrivez avec le foyer E, & le grand axe $q\alpha$ une ellipse, ou une hyperbole $qp\alpha$, & qu'elle coupe la ligne EP prolongée en p & π , l'arc conique pq sera l'image de l'objet PQ, formée par les rayons qui sont divergents de PQ. Et par la réfraction. [Fig. 252.]

& l'arc conique opposé πx sera l'image de la même ligne PQ formée par les rayons convergents vers PQ; & toute la section conique sera l'image de la ligne infinie $nPQZ$.

5. Lorsque la perpendiculaire EQ est égale à EF, l'ellipse deviendra une parabole dont le foyer est E & le sommet π ; & lorsque EQ s'étend à l'infini, l'ellipse se confond avec le cercle dont le diamètre est Ff ou Z π , qui est le paramètre de toutes ces courbes.

6. Ainsi lorsque l'angle PEQ, qui est compris par un objet rectiligne au centre d'une lentille peu épaisse, est fort petit, l'image de cet objet se confond à fort peu près avec l'arc d'une section conique que l'on peut déterminer de la même manière que pour la sphère; parce que la relation des foyers conjugués Q, q est donnée par la même proportion dans les deux cas.

Fig. 253.

7. Si les rayons divergents de Q ne sont rompus qu'une fois au travers d'une surface sphérique AC, & qu'alors ils appartiennent au foyer q; si l'on suppose que cette surface soit continuée jusqu'à ce qu'elle coupe une seconde fois l'axe en c, & que les autres rayons qui sont convergents vers Q ne soient rompus qu'en c, & qu'alors ils appartiennent au foyer π ; selon que EQ est plus long ou plus court que EF, décrivez avec le foyer E, & le grand axe qq une ellipse ou une hyperbole qp π , & qu'elle coupe une ligne quelconque PE prolongée en p; l'arc conique pq sera l'image de la perpendiculaire PQ formée par les rayons qui en sont divergents, & qui sont une fois rompus par l'arc AC.

8. Lorsque EQ est égal à EF, l'ellipse devient une parabole dont le foyer est E & le sommet π ; & lorsque EQ est infini, l'ellipse se confond avec le cercle dont le diamètre est 2Ef ou f ϕ ou Z π ; qui est aussi le paramètre de toutes ces courbes.

PROPOSITION I.

Ayant le foyer des rayons qui tombent presque perpendiculairement sur une surface sphérique donnée, trouver leur foyer après les réfractions?

Théorèmes algébriques pour trouver les foyers. 9. Soit OI la surface donnée dont le centre est S, & dans l'un de ses rayons OS prolongé, soit Q le foyer donné des rayons incidents comme QI; on demande le foyer q des rayons rompus. Nommez OS, OQ, Oq, respectivement S, Q, q, & soit la raison donnée des sinus de réfraction,

Fig. 254.

celle de m à n, en sorte que m soit plus grand que n. Joignez SI, & puisque les angles très-petits sont à fort peu près proportionnels à leurs sinus, nous aurons l'angle OSI : ang. SIQ :: Q : Q - S (art. 221) & l'angle SIQ : ang. SIq :: m : n, & en joignant ces proportions, nous aurons l'angle OSI : ang. SIq :: mQ : nQ - nS, & en divisant, nous aurons l'angle OSI : ang. SqI (Eucl. 1. 32), c'est-à-dire, q : S (art. 221, 204) :: mQ : m - n. Q + nS. Donc (en écrivant ϕ pour m - n) nous aurons ce premier

$$\text{théorème } q = \frac{mQS}{\phi Q + nS} = \frac{\frac{m}{\phi}SQ}{Q + \frac{n}{\phi}S}$$

10. Telle est la valeur de q dans le cas proposé, où les lignes OQ, OS, Oq sont du même côté de la surface OI; & l'on peut aisément appliquer

à tout autre cas le théorème pour q , en regardant toujours OQ comme positif, & changeant le signe de S , lorsque OS & OQ sont de différents côtés de leur origine O & le signe de t , lorsque le sinus d'incidence est moindre que le sinus de réfraction; & enfin en plaçant Oq du côté opposé à OQ , lorsque la valeur de q devient négative par ce changement dans le théorème.

11. *Corol. 1.* Lorsque la ligne S devient infiniment grande, la surface OI devient un plan, & nous avons alors, $q = \frac{m}{n}Q$, (parce que dans le théorème la limite de la raison variable de $\frac{m}{n}S$ à $Q + \frac{n}{m}S$ est celle de m à n). Donc $qO : QO :: m : n$, c'est-à-dire, comme le sinus d'incidence au sinus de réfraction, ce qui est la règle de l'art. 223.

12. *Corol. 2.* Lorsque la ligne Q est infinie, supposons que le point q vienne en t , alors la ligne q ou $t = \frac{m}{n}S$ (parce que dans le théorème, la raison variable de Q à $Q + \frac{n}{m}S$ devient alors une raison d'égalité). De même lorsque q est infini, & par conséquent $Q + \frac{n}{m}S = O$; supposons que le point Q vienne en T ; alors la ligne $-Q$ ou $T = \frac{n}{m}S$. Mais $t - S = (\frac{m}{n}S - S) = \frac{n}{m}S$. Et ainsi les continuations St , OT de SO vers les foyers principaux t , T sont égales entr'elles, & elles sont chacune à SO comme n à t ou m à n ; ce qui donne la règle de l'art. 224.

13. *Corol. 3.* Si dans le théorème on substitue t & T à la place de leurs valeurs qu'on vient de trouver, on aura $q = \frac{tQ}{Q+T}$. Donc $Q - q = (Q - \frac{tQ}{Q+T}) = \frac{Q+T-t}{Q+T}Q = \frac{Q-S}{Q+T}Q$. Donc la ligne $QT : QO :: QS : Qq$, ce qui est la règle de l'art. 239.

14. *Corol. 4.* Si dans le théorème on substitue $-m$ à n , & par conséquent $2m$ à t , on aura $q = \frac{\frac{1}{2}SQ}{Q - \frac{1}{2}S}$; ce qui donne le foyer des rayons réfléchis

Théorème
pour les ra-
yons réfléchis.

par une surface sphérique OI ; car le calcul est toujours le même, soit que le rayon aille en avant ou en arrière dans la ligne Iq ; & pour changer l'angle de réfraction SIq en un angle de réflexion, on doit l'antécéder avec son sinus n , & alors il deviendra négatif & égal à $-m$, sinus de l'angle d'incidence SIQ , q étant entre S & O .

15. *Corol. 5.* Ainsi lorsque S devient infinie, la surface OI devient un plan, & alors nous avons $q = -Q$; ce qui est la règle de l'art. 202.

16. *Corol. 6.* Lorsque Q est infini, soit q arrivé en T' , alors la ligne q ou $T' = \frac{1}{2}S$, ce qui est la règle de l'art. 205.

17. *Corol. 7.* Dans le théorème du Corol 4, en substituant T' à la valeur qu'on vient de trouver dans le dernier Corollaire, on aura $q = \frac{T'Q}{Q-T'}$, donc

$q - T' = \frac{T'Q}{Q-T}$, — $T' = \frac{T' T'}{Q-T}$; c'est-à-dire, $T'Q$, $T'S$, $T'q$ sont en proportion continue. Ce qui est la règle de l'art. 207.

PROPOSITION. II.

Ayant le foyer des rayons qui tombent presque perpendiculairement sur une lentille donnée, trouver leur foyer après les réfractions ?

Fig. 255.

18. Soit $OIEo$ la lentille donnée, dont les sommets sont O & o ; R le centre de la première surface OI , r celui de la seconde oE ; P le foyer donné des rayons incidents sur l'axe oOr (R prolongé) & p le foyer requis des rayons émergents. Soit ω leur foyer après la première réfraction sur la surface OI , & m à la raison des sinus comme ci-devant; nommons O, o, or, OR, OP, op respectivement o, r, R, P, p & à la place de Q, S, m, n, θ dans le théorème 1 (remarque 9) écrivons P, R, m, n, θ , nous aurons $O\omega = \frac{mPR}{\theta P + nR}$, à quoi ajoutant Oo ou o , nous aurons $O\omega$ ou $\omega = \frac{mPR + \theta Po + nRo}{\theta P + nR}$. De même à la place de Q, S, m, n, θ , écrivez ω, r, n ,

$m, -\theta$, & vous aurez $p = \frac{n r \omega}{-\theta + m r}$; & en y substituant la valeur de ω , nous avons $p = \frac{mnPRr + n\theta Pro + nnRro}{m\theta Pr - m\theta PR + mnRr - \theta\theta Po - n\theta Ro}$.

**Théorème
général pour
toutes les len-
tilles.**

19. Ce théorème pour un ménisque dont la surface concave est exposée à P , s'applique aisément à toute lentille d'une figure donnée quelconque, en imaginant que l'un de ses demi-diamètres ou tous les deux OR, or , décroissent ou croissent ou deviennent infinis, & ensuite négatifs; jusqu'à ce que le ménisque ait acquis la forme de la lentille donnée; & en changeant le signe de R ou r lorsque les demi-diamètres sont de différents côtés de leurs surfaces O, o par rapport au foyer P ; & enfin en plaçant p du côté opposé de o par rapport à P , lorsque sa valeur ainsi cherchée dans le théorème devient négative.

20. Ainsi en écrivant ∞ (qui signifie infini) à la place de R , ce théorème s'applique aisément aux lentilles plano-convexes, dont la première surface est plane; & en écrivant $-R$ à la place de R , il s'applique à la lentille double convexe; en écrivant $-R$ pour R & ∞ pour r , il s'applique à la lentille plano-convexe dont la première surface est convexe; en écrivant $-R$ pour R & $-r$ pour r & $o+r$ pour R , il s'applique à une lentille dont les surfaces sont concentriques & dont la première est convexe; & en écrivant $R+\theta$ pour r , il s'applique à une lentille, dont les surfaces sont concentriques, & dont la première est concave; & en écrivant ∞ pour r il s'applique à une lentille plano-concave, dont la première surface est concave; & en écrivant $-r$ pour r , il s'applique au double concave. En écrivant ∞ pour R & $-r$ pour r , il s'applique au plan-concave dont la première surface est plane; & enfin on l'applique à la sphère dont le demi-diamètre est R , & le diamètre Oo , en écrivant $-R$ pour R & R pour r & $2R$ pour o ; & en substituant des nombres donnés pour la raison de la réfraction, le plus grand pour m & le plus petit pour n , on l'appliquera à une lentille de toute matière donnée.

21. Si toutes les quantités du théorème sont données de grandeur & de position, excepté une, quelle qu'elle soit, on la trouvera par les règles connues des réductions algébriques, & l'on trouvera aussi la raison des sinus d'incidence & de réfraction, en substituant l'unité pour n ou pour m , & en cherchant la valeur de l'autre. Je crois que le Dr. Halley est le premier (*transf. phil.* n°. 205) qui ait donné un théorème de cette espèce, qui est regardé comme un exemple remarquable du grand usage & de l'étendue des théorèmes algébriques.

22. Coroll. 1. Comme l'épaisseur de la lentille dans la plupart des usages optiques est communément fort petite en comparaison des demi-diamètres de ses surfaces, & comme l'exactitude de ce théorème dépend de la petitesse des angles d'incidence & de réfraction, c'est-à-dire, tout le reste étant égal, du peu de largeur, & par conséquent du peu d'épaisseur de la lentille, le théorème sera encore assez exact, lorsqu'on en aura rejeté tous les termes multipliés par o , comme étant extrêmement petits en comparaison des autres. Et en les divisant tous par m , & ensuite par $\theta r - \theta R$, on aura

$$p = \frac{n P R r}{\theta P r - \theta P R - n R r} = \frac{\frac{n}{\theta} \times \frac{R r}{r - R} \times P}{P - \frac{n}{\theta} \times \frac{R r}{r - R}}.$$

23. Corol. 2. Lorsque p est infini, supposons que le point P arrive en F , alors la ligne P ou $F = -\frac{n}{\theta} \times \frac{R r}{r - R}$. Cela est évident par les raisons données dans les remarques précédentes. Donc les distances des foyers OF , θf sont égales, & $r - R : r :: \frac{n}{\theta} R : F$ ou f . C'est la règle de l'art. 232; parce que $\frac{n}{\theta} R$ est la continuation de R dont il est parlé dans cet article.

24. Corol. 3. Si dans le théorème du Corol. 1. on substitue F à sa valeur trouvée dans le Corol. 2, on aura $p = -\frac{F P}{P - F} = \frac{F P}{F - P}$. Donc $p - P = \frac{F P}{F - P} - P = \frac{P P}{F - P}$. Donc les lignes PF , PO , Pp sont en proportion continue, & la première avec la troisième vont du même côté par rapport à P ; c'est la règle de l'art. 239.

25. Corol. 4. Donc $p + f = \frac{F P}{F - P} + F = \frac{F F}{F - P}$, & $PF : FO :: \theta f : fp$; ce qui est la règle de l'art. 236.

26. Coroll. 5. Si Q foyer des rayons incidents, est placé à une petite distance d'un côté ou d'autre de l'axe d'une lentille, d'une épaisseur quelconque, on trouvera le foyer q des rayons émergents en cette manière. Par Q & R menez une droite QRT perpendiculaire à la première surface, & le foyer x de la première réfraction, sera en quelque point de cette ligne. Par x & r menez xrE perpendiculaire à la seconde surface, & le foyer q après la seconde réfraction sera dans quelque point de cette seconde ligne. Et ainsi on trouvera x & q par le théorème de la prop. 1.

27. Coroll. 6. Mais en supposant que les deux foyers P & Q sont à égales distances de la première surface, leurs foyers conjugués p & q seront à d'autres distances égales de la seconde surface à fort peu près, pourvu que l'intervalle entre les foyers P , Q , ou plutôt que l'angle PRQ soit fort petit.

Car puisqu'on suppose $OP = IQ$, on aura $O = Ix$, & par conséquent $R = Rx$, & en ajoutant Rr de part & d'autre, on aura $r = (rR + Rx) = rx$ à fort peu près; l'angle Rx étant fort petit. Donc $o = Ex$ à fort peu près & $op = Eq$.

Détermination des images.

28. Coroll. 7. Donc un petit objet PQ perpendiculaire à l'axe d'une lentille, aura son image pq à fort peu près perpendiculaire au même axe.

29. Coroll. 8. Donc ce petit objet PQ sera à son image pq en raison donnée de $P + nRx$ à $op + nr \times R$ à fort peu près; car joignant Rx , les figures PRQ , Rx seront à fort peu près semblables, aussi bien que rx , pqr ; & puisque nous avons $OT = \frac{n}{f}R$ (Coroll. 2, prop. 1.), & $PT : PO :: PR : P =$ à fort peu près (Coroll. 3, prop. 1.), nous aurons en divisant, $PT : TO :: (PR : Rx ::) PQ : Rx$, & prenant encore $ot = \frac{n}{f}r$, puisque t est le foyer des rayons parallèles après la réfraction en E , qui prennent une route contraire aux rayons que l'on suppose convergents vers p ; nous avons aussi $pt : po :: pr : p =$, & en divisant $ot : pt :: (r : pr ::) Rx : pq$, & par égalité $PQ : pq :: (PT \times to : pt \times TO :: P + \frac{n}{f}R \times \frac{n}{f}r : p + \frac{n}{f}r \times \frac{n}{f}R ::) P + nR \times r : op + nr \times R$.

Tels sont les éléments algébriques d'Optique.

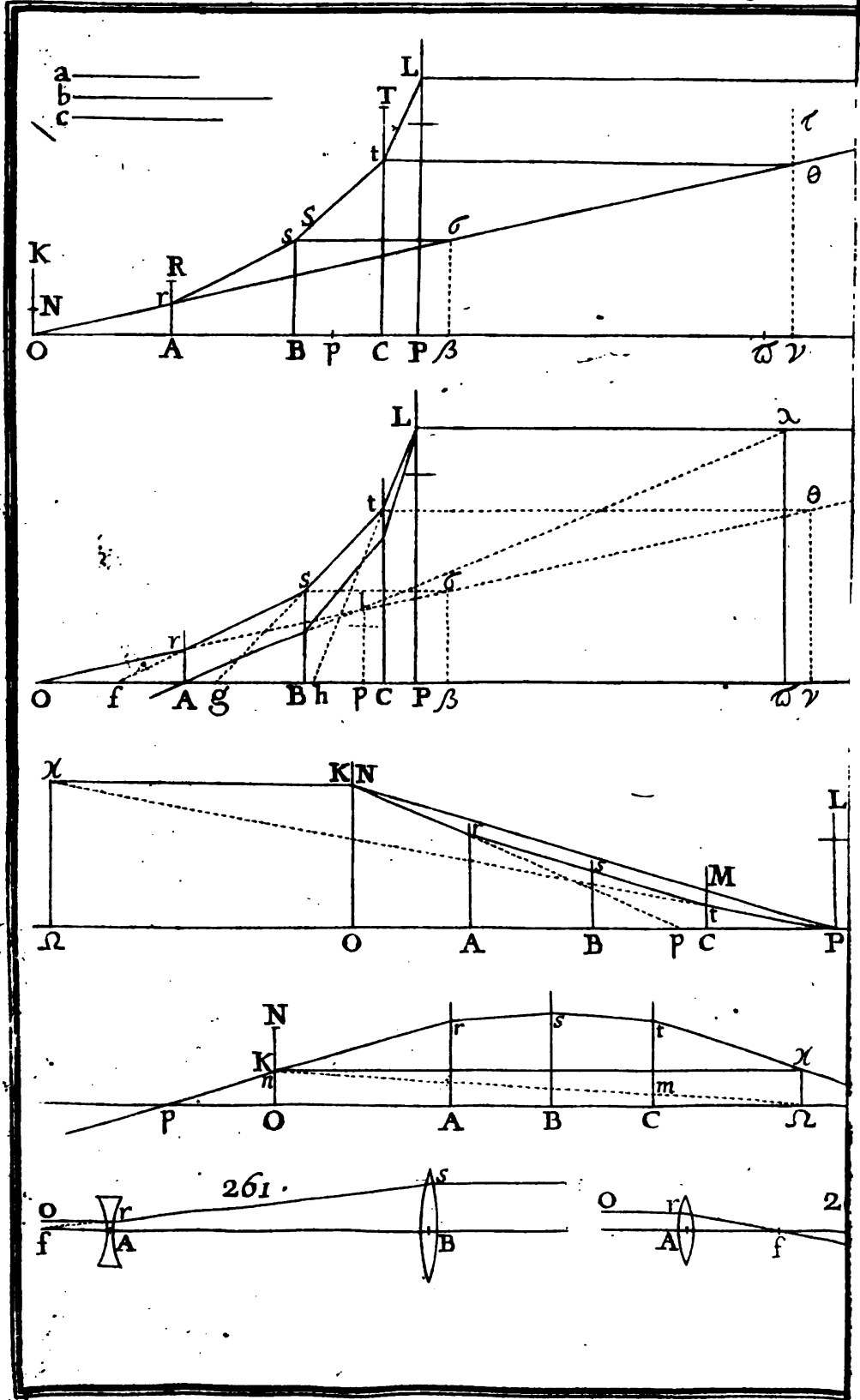
CHAPITRE V.

Déterminer la distance apparente, la grandeur, la situation, le degré de distinction & de clarté, le plus grand angle de vision & de l'aire visible d'un objet vu par des rayons qui sont réfléchis successivement par un nombre quelconque de surfaces planes ou sphériques, ou qui sont rompus successivement à travers un nombre quelconque de lentilles de quelque espèce qu'elles soient, ou à travers un nombre quelconque de milieux différents dont les surfaces sont planès ou sphériques, avec une application aux télescopes & aux microscopes.

PROPOSITION E.

247. **A**Yant les distances des foyers & les ouvertures d'un nombre quelconque de lentilles de quelque espèce qu'elles soient, placées à des distances données quelconques les unes des autres, & par rapport à l'œil & à l'objet, il faut trouver la distance apparente, la grandeur, la situation, le degré de distinction &





de clarté de l'objet vu par toutes les lentilles, & en même tems le plus grand angle de vision & de l'aire visible de l'objet, & l'ouverture particulière qui les limite tous deux.

248. Soit PL un objet vu par l'œil en O à travers d'un nombre quelconque des lentilles placées en A, B, C, dont les distances aux foyers sont les lignes a , b , c , & dont l'axe commun est la ligne O A B C P. On peut considérer la distance OP comme divisée par les verres en A, B, C, en deux parties telles que OA, AP; OB, BP; OC, CP; ou en trois comme OA, AB, BP; OA, AC, CP; ou en quatre comme OA, AB, BC, CP, & ainsi de suite selon le nombre des verres. Tous les différents produits de ces parties correspondantes, appliqués respectivement à la distance du foyer ou au produit des distances des foyers des verres, qui sont placés au point ou aux points de division, donneront autant de différentes lignes, que l'on doit regarder comme négatives, s'il y a un nombre impair de verres convexes aux points de division, & comme affirmatives si le nombre est pair. Soit On la somme de OP & de ces différentes lignes selon leurs signes; ce sera la distance apparente de l'objet.

Distance apparente.

Fig. 257.

249. Et sa grandeur apparente sera à sa vraie grandeur (art. 100), comme OP est à On.

Grandeur apparente.

250. Et si la valeur de On est positive, l'objet paroîtra droit; si elle est négative il paroîtra renversé; ou pour exprimer tout cela en d'autres termes, l'objet paroîtra à travers tous les verres, à la même distance, de la même grandeur, & dans la même situation, qu'il paroîtroit à l'œil nud s'il étoit vu de la distance On en le supposant placé droit en n lorsque On est positif, & en le supposant renversé, lorsque On est négatif.

Situation apparente.

251. Lorsque On est positif, il faut le placer devant l'œil, & lorsqu'il est négatif, il faut le placer derrière. Soit alors l'œil porté de O en A pour faire disparaître sa distance au verre le plus proche, & soit alors A* la distance apparente de l'objet PL, qu'il faut trouver & placer par les règles qu'on a employées pour trouver On. Soit ensuite Ap à A*, comme AO est à la différence entre On & A*, si ces points sont de même

Distinction apparente.

côté de O & A, ou à leur somme, s'ils sont de différents côtés; & que l'ordre des points A, p, n soit le même que celui des points O, p, n; on pourra par la situation de ce point p, juger du degré de distinction avec lequel l'objet paroîtra. Parce que les rayons qui viennent de P, en traversant les verres, seront disposés à tomber dans l'œil de la même manière, que si les verres étant ôtés, ils venoient tous du point p, lorsqu'ils tombent devant l'œil, ou vers le point p lorsqu'ils tombent derrière l'œil.

Angle visuel. 252. Soient les lignes AR, BS, CT les diamètres des ouvertures données des verres A, B, C; & soit Oβ la distance apparente de la ligne BS, vue à travers le verre A; & Oγ la distance apparente de la ligne CT, vue par les verres A & B; qu'il faut trouver comme ci-devant. Elevez les perpendiculaires βσ égale à BS & γτ égale à CT, & alors le moindre des angles que chacune des perpendiculaires AR, βσ, γτ soutient en O, sera la moitié du plus grand angle de vision.

Aire visible. 253. Soit cet angle βOσ & soit Oσ prolongée en sorte qu'elle coupe une perpendiculaire à l'axe en π dans un point Λ. Alors PL égale à πΛ sera le demi-diamètre de la plus grande aire de l'objet PL, que l'on puisse voir tout d'un coup du point O, par les ouvertures données de tous les verres: & par conséquent PL ou πΛ, demi-diamètre de l'aire visible, sera à βσ ou BS, demi-diamètre de l'ouverture qui la limite, comme Oπ distance apparente de l'aire, à Oβ distance apparente de cette ouverture.

Par où elle est limitée. 254. Et par la supposition que βOσ est le plus petit de tous les angles soutendus en O par chacune des lignes données AR, βσ, γτ, il s'ensuit que l'ouverture qui limite l'angle visuel & l'aire visible, appartient au verre B.

Classe de l'objet. 255. Puisque la grandeur de la prunelle est sujette à varier par les différents degrés de lumière, soit NO son demi-diamètre, lorsque l'objet PL est vu par l'œil nud à la distance OP; & sur un plan qui touche l'œil en O soit OK le demi-diamètre de la plus grande aire, visible à travers tous les verres par un autre œil en P, qu'il faut trouver comme on a trouvé PL; ou ce qui revient au même, soit OK le demi-diamètre de

la plus grande aire éclairée par un pinceau de rayons qui viennent de P par tous les verres. Lorsque cette aire n'est pas moindre que celle de la prunelle, le point P paroîtra précisément aussi brillant à travers tous les verres, qu'il le paroîtroit si on les ôtoit; mais si l'aire éclairée est moindre que celle de la prunelle, le point P paroîtra moins brillant à travers les verres, que si on les éloignoit, & cela en même proportion que l'aire éclairée est moindre que la prunelle. Ces proportions de la clarté apparente seront exactes, si tous les rayons incidents se transmettent à l'œil à travers tous les verres, ou s'il ne s'en perd qu'une partie insensible.

DEMONSTRATION.

256. Car soit un rayon $OrstL$ d'un pinceau que l'on suppose venir de l'œil à l'objet, & qui appartient successivement aux foyers f, g, h après s'être rompu successivement dans les verres

 Distance ap-
parente.

Fig. 258.

A, B, C , & qu'ensuite il tombe sur l'objet en L . Le point L sera donc vu par le rayon $LtsrO$ qui revient par les mêmes lignes à l'œil en O (art. 11). Soit menée LA parallèle à OP qui rencontre le rayon visuel Or prolongé en A ; soit achevé le rectangle $PLA\pi$; la distance apparente de l'objet sera $O\pi$. Supposons d'abord que toutes les lentilles sont concaves; les triangles OAr , $O\pi A$ étant équiangles, nous avons OA à $O\pi$ en même raison que Ar à πA ou PL ; ou en raison composée de Ar à Br , de Br à Cr , de Cr à PL ; ou en raison composée de fA à $fA + AB$, de gB à $gB + BC$, de hC à $hC + CP$, & par conséquent $O\pi = OA \times \frac{fA+AB}{fA} \times \frac{gB+BC}{gB} \times \frac{hC+CP}{hC}$, &

ce théorème donnera la distance apparente de $O\pi$, aussitôt qu'on pourra trouver fA, gB, hC . On peut les trouver par l'art. 239 en cette manière; $fA = \frac{OA \times a}{OA + a}$; $gB = \frac{fA + AB \times b}{fA + AB + b}$;

$$hC = \frac{gB + BC \times c}{gB + BC + c}.$$

De là il est aisé de conclure que si l'œil en O voit un objet en B au travers d'un verre placé en A , la distance apparente

$O\beta = OB + \frac{OAB}{a}$; que si l'œil en O voit un objet en C par

deux verres en A, B, sa distance apparente $O\gamma = OC + \frac{OAC}{a}$

$+ \frac{OBC}{b} + \frac{OABC}{ab}$; que si l'œil en O voit un objet en P par

trois verres en A, B, C, sa distance apparente $O\pi = OP$

$\frac{OAP}{a} + \frac{OPB}{b} + \frac{OCP}{c} + \frac{OABP}{ab} + \frac{OACP}{ac} + \frac{OBPC}{bc} + \frac{OABCP}{abc}$,

& ainsi de suite selon que la solution du problème l'exige. Maintenant s'il y a des lentilles convexes, on regardera leurs foyers comme négatifs, puisqu'ils sont du côté opposé à celui des concaves, lorsque les rayons incidents viennent du même côté sur les deux; il faut donc regarder comme négatifs tous les termes qui renferment un nombre impair de lentilles convexes aux points de division.

Grandeur apparente. La détermination de la grandeur apparente est évidente par l'article 141.

Situation apparente. Et celle de la situation apparente par la dernière partie de l'art. 139.

Distinction apparente. 257. Achevez le rectangle $LP\pi\lambda$ & joignez $A\lambda$ qui rencontre $O\lambda$ en l ; la ligne lp perpendiculaire à l'axe des verres sera la dernière image de l'objet LP . Parce que le même point L est vu par un rayon qui tombe sur l'œil en O dans la direction λO , & encore par un rayon qui tombe sur l'œil en A dans la direction λA ; & par conséquent le point l où ces directions se coupent mutuellement, est le foyer des rayons émergents. Or comme les triangles Apl , $A\pi\lambda$ aussi bien que Opl , $O\pi\lambda$ sont équiangles, nous avons Ap à $A\pi$ comme $(pl$ à $\pi\lambda$ ou $\pi\lambda$, ou comme) Op à $O\pi$ ou comme Op à $A\pi$ ou OA est à $O\pi$ à $A\pi$ selon que p tombe en dehors ou en dedans de la ligne OA , & par conséquent selon que $O\pi$ & $A\pi$ se trouvent du même côté ou dans des côtés opposés par rapport à O & A. Et l'ordre des points A, p, π est le même que celui des points A, l, λ ou des points O, l, λ ou des points O, p, π .

258. Que $O\epsilon$ coupe les perpendiculaires AR en r , $r\epsilon$

en θ , πA en A & qu'on acheve les rectangles $B\theta 6s$, $Cy\theta t$, Angle visuel.
 $P\pi AL$; puisque par la supposition que l'angle $\theta O\sigma$ est le
 plus petit des angles, que chacune des perpendiculaires AR ,
 $\theta\sigma$, $\gamma\tau$ soutient en O , il s'ensuit que Ar est moindre que
 AR & $\gamma\tau$ moindre que $\gamma\tau$ ou Ct moindre que CT . Mais
 joignant rs , st , tL , ces lignes seront parcourues par un rayon
 qui passe de O en L ; parce que les lignes Or , $Or\sigma$, Ort ,
 OrA , sont les différentes distances apparentes des points
 r , s , t , L , vus dans la direction commune Or . Mais, par la
 construction, $\theta\sigma$ a été prise égale à Bs , & supposant que
 l'angle visuel $\theta O\sigma$ augmente tant soit peu, les perpendicu-
 laires égales $\theta\sigma$, Bs augmenteront aussi & Bs deviendra plus
 grande que BS ; par conséquent le rayon extérieur Lts sera
 intercepté en s , l'ouverture n'étant pas plus grande que BS .

Fig. 257.

259. La perpendiculaire πA ou PL augmentera aussi par
 l'accroissement de l'angle $\theta O\sigma$; ce qui étant impossible si BS
 n'est pas augmentée, il est clair que PL est le demi-
 diamètre de la plus grande aire que l'on puisse découvrir
 d'un seul coup du point O par toutes les ouvertures données.

Aire visible.

260. Et ainsi, il est évident que la vision est bornée par
 cette ouverture en B , qui paroît par les verres intermé-
 diaires, sous un angle moindre $\theta O\sigma$, qu'aucune autre ouver-
 ture ne paroîtroit, si les autres ouvertures étoient assez élargies
 pour la voir.

Limite de
l'aire & de
l'angle.

261. Si OK n'est pas plus grande que ON , l'aire de la
 prunelle sera totalement éclairée par le pinceau qui vient
 de P . Soit $PtsrN$ un rayon de ce pinceau, qui coupe
 l'objectif Ct en t ; si l'on suppose que les verres soient écartés,
 soit un rayon PMN qui ne soit pas rompu & qui coupe la
 ligne Ct en M . La quantité des rayons rompus qui tombent
 sur la ligne NO est à la quantité des rayons non rompus
 qui tomberoient sur la même ligne, comme l'angle CPt est
 à l'angle CPM , c'est-à-dire, comme la grandeur apparente
 de la ligne NO vue de P est à sa vraie grandeur. Et par
 conséquent en faisant tourner la figure circulairement autour
 de l'axe OP , la quantité des rayons rompus qui remplissent
 la prunelle est à la quantité des rayons non rompus qui
 l'auroient remplie (comme la grandeur apparente d'une sur-

Clarté ap-
parente.

Fig. 259.

face en O vue de P, à sa vraie grandeur; ou comme la grandeur apparente d'une surface en P vue de O à la vraie grandeur (art. 262); & par conséquent) comme la grandeur apparente de la moindre surface au point physique P, à la vraie grandeur, c'est-à-dire, comme la peinture du point P formée sur la rétine par ces rayons rompus est à sa peinture formée par les rayons non rompus. Ces peintures du point P seront donc également brillantes, & seront cause que l'apparence de P brillera également dans les deux cas. Maintenant soit la prunelle plus grande que la plus grande aire éclairée en O par le pinceau qui vient de P, & supposant une prunelle plus petite égale à cette aire, nous avons fait voir que les peintures de P sur la rétine faites par les rayons rompus & non rompus, seront également brillantes, & que par conséquent chacune de ces peintures sera moins brillante que lorsque la plus grande prunelle est remplie de rayons non rompus, en même proportion que la plus petite prunelle, ou aire éclairée par les rayons rompus, est moindre que la plus grande prunelle, éclairée par les rayons non rompus. Jusqu'ici nous avons supposé que la peinture du point P est distincte sur la rétine, ou proportionnelle à l'angle qui mesure la grandeur apparente de P. Supposons maintenant qu'elle est confuse & la conclusion restera la même; car la peinture confuse de P répand une portion égale de sa propre lumière sur chaque point (également éloigné de son centre) tout autour de ses extrémités distinctes, & reçoit de chaque point autant de portions pareilles de leurs lumières, qui viennent des autres points de l'objet.

262. *Corol.* 1. Pendant que les verres sont fixes, si l'œil & l'objet sont supposés changer de place mutuellement, la distance, la grandeur & la situation apparentes, seront les mêmes qu'auparavant. Car l'intervalle OP étant le même, & étant divisé par les mêmes verres en mêmes parties, donnera le même théorème que ci-devant pour la distance apparente (art. 248); sçavoir,

$$PO + \frac{PCO}{c} + \frac{PBO}{b} + \frac{PAO}{a} + \frac{PCBO}{cb} + \frac{PCAO}{ca} + \frac{PBAO}{ba} \\ + \frac{PCBAO}{cba}.$$

263. *Corol.*

263. *Coroll.* 2. Lorsqu'un objet PL est vu à travers un nombre quelconque de verres, la largeur du principal pinceau, lorsqu'il tombe sur l'œil en O, est à sa largeur lorsqu'il tombe sur l'objectif C, comme la distance apparente de l'objet, est à sa distance réelle de l'objectif; & par conséquent dans les télescopes, comme la vraie grandeur de l'objet est à la grandeur apparente, c'est-à-dire, OK est à Ct comme On est à PC. Car soit Kx parallèle à l'axe OP, qui coupe Pt prolongée en x, & achevez le rectangle xKOn, Pn sera la distance apparente d'un objet OK vu de P par tous les verres; & les triangles Pnx, PCt étant équiangles, nous aurons OK ou nx est à Ct, comme Pn est à PC ou comme On est à PC par le précédent Corollaire.

264. *Coroll.* 3. Lorsque les rayons qui viennent de P à travers tous les verres, tombent perpendiculairement sur un plan fixe en O, leur densité est uniforme dans toutes les parties de l'aire éclairée. Car supposant que tous les rayons incidents sont transmis, leur quantité dans les aires en C & O est la même; & cette quantité étant uniformément dense dans l'aire en C, est comme cette aire ou comme l'aire en O (la raison de ces aires étant invariable (art. 263)); & par conséquent elle est uniformément dense dans l'aire en O. Et quelle que soit la partie de la lumière qui ne peut pas se transmettre à l'aire en O; cependant des portions égales de chacune des surfaces des verres, en réfléchiront des parties égales à fort peu près; (parce que tous les rayons tombent presque perpendiculairement sur chaque surface); & par conséquent des portions égales des rayons seront interceptées & empêchées de tomber sur des portions égales de l'aire en O.

265. *Coroll.* 4. Cette densité uniforme des rayons rompus dans l'aire en O, est à la densité uniforme des rayons non rompus, qui y seroient tombés, si on avoit ôté les verres, & qui viennent du même point P; comme la grandeur apparente du point P ou d'une surface en P, est à la vraie grandeur; en supposant que tous les rayons soient transmis. Cela suit de la première partie de l'art. 261.

266. *Coroll.* 5. Si la quantité de la lumière incidente, en traversant les verres, n'est pas diminuée en plus grande pro-

portion, que celle de la plus grande ouverture de la prunelle à l'ouverture donnée ON , & si l'aire éclairée n'est pas moindre que la plus grande ouverture; la prunelle se dilatera d'elle-même, jusqu'à ce qu'elle ait reçu la même quantité de lumière qu'elle reçoit dans la vision avec l'œil nud (art. 264). Mais lorsque l'aire éclairée est moindre que l'ouverture donnée de la prunelle, la clarté naturelle de l'objet paroîtra diminuée dans les verres, en raison composée de la raison de l'ouverture de la prunelle à l'aire éclairée (art. 255), & de la quantité de lumière incidente à la quantité de lumière émergente.

267. *Coroll.* 6. Il est évident qu'un objet vu à travers les verres peut paroître aussi brillant qu'à l'œil nud; mais jamais plus brillant, quand même toute la lumière incidente seroit transmise au travers des verres.

Fig. 260.

268. *Coroll.* 7. Les verres & l'objet étant fixes, la clarté apparente du point P , vu par les rayons rompus, est invariable en quelque endroit que l'œil soit placé, tant que la prunelle est remplie des rayons qui viennent de ce point; mais lorsqu'elle n'en est pas remplie, la clarté apparente varie directement en raison doublée de Op , distance de la prunelle à la dernière image de P . Car la densité des rayons, & la grandeur apparente du point P , & par conséquent la grandeur de sa peinture sur la rétine, tout cela varie en raison doublée réciproque de Op (art. 58, 106, 111). Donc tant que la prunelle ne varie pas & qu'elle est pleine de rayons, la quantité qui y entre est comme l'aire de la peinture de P sur la rétine, dont la clarté est par conséquent invariable: mais lorsque la prunelle n'est pas remplie de rayons, la quantité qui entre dans la prunelle est invariable, pendant que l'aire de la peinture varie en raison réciproque doublée de Op , & par conséquent pendant que la clarté varie en raison directe doublée de Op ; & cela est toujours ainsi, quelle que soit la partie de la lumière incidente qui est arrêtée par les verres.

269. *Corol.* 8. Lorsque l'objet est tellement éloigné qu'on peut regarder les distances OP , AP , BP , CP comme égales entr'elles, alors la distance apparente $Op = OP$ par 1.

$$\frac{OA}{a} + \frac{OB}{b} + \frac{OC}{c} + \frac{OAB}{ab} + \frac{OAC}{ac} + \frac{OBC}{bc} + \frac{OABC}{abc}$$

270. *Corol. 9.* D'où il suit que lorsque O & h sont les foyers conjugués d'un pinceau de rayons rompus à travers d'un nombre quelconque de lentilles A, B, C, la raison des angles AOr, Chz, formés par les parties incidentes & émergentes d'un rayon avec l'axe des verres, est la même que celle de 1 à 1

Fig. 258.

$$\frac{OA}{a} + \frac{OB}{b} + \frac{OC}{c} + \frac{OAB}{ab} + \frac{OAC}{ac} + \frac{OBC}{bc} + \frac{OABC}{abc} ; \text{ car}$$

cette dernière raison est la même que celle de OP à Oπ par le Corol. 8, c'est-à-dire, de la grandeur apparente d'un objet éloigné vu de O, à sa vraie grandeur vue de O ou h par l'œil nud, ou comme l'angle en O à l'angle en h.

271. *Corol. 10.* Donc si O est le foyer des rayons incidents, celui des rayons qui sortent du dernier verre C, se trouvera en

$$\text{prenant } Ch \text{ à } O \nu \text{ ou } OC + \frac{OAC}{a} + \frac{OBC}{b} + \frac{OABC}{ab}, \text{ comme}$$

$$1 \text{ à } 1 + \frac{OA}{a} + \frac{OB}{b} + \frac{OC}{c} + \frac{OAB}{ab} + \frac{OAC}{ac} + \frac{OBC}{bc} + \frac{OABC}{abc},$$

& en plaçant Ch contre le cours des rayons, si le second & le troisieme termes de cette proportion ont des signes semblables; & suivant leur cours, si les signes sont différents; car en achevant le rectangle ν Czθ, Ch est à Oν, comme l'angle ν Oθ est à l'angle Chz (art. 60), c'est-à-dire dans la raison précédente par le Corol. 9.

272. *Corol. 11.* Lorsque les distances des foyers des verres & les distances des verres les uns des autres & de l'objet sont

$$\text{telles que } 1 + \frac{AP}{a} + \frac{BP}{b} + \frac{CP}{c} + \frac{ABP}{ab} + \frac{ACP}{ac} + \frac{BCP}{bc} + \frac{ABCP}{abc}$$

= 0, les rayons de chaque pinceau tomberont sur l'œil par des lignes parallèles, & alors la distance apparente Oπ sera

$$\text{égale à } A \pi = AP + \frac{ABP}{b} + \frac{ACP}{c} + \frac{ABCP}{bc} \text{ ou } = -a \text{ par } 1$$

$$+ \frac{BP}{b} + \frac{CP}{c} + \frac{BCP}{bc} : \text{ \& cette distance apparente étant invariable}$$

Fig. 258.

ble, la grandeur apparente, la situation & le degré de distinction seront aussi invariables en quelque endroit que l'œil soit

placé. Car les rayons qui viennent de L tomberont parallèles sur l'œil, lorsque OI ou AI ou $O\wedge$ & $A\wedge$ seront parallèles; & par conséquent lorsque $O\pi = A\bullet$, ou $O\pi - A\bullet = 0$. Maintenant faisant $OA = O$ dans la valeur de $O\pi = OP + \frac{OAP}{a}$

$$+ \frac{OBP}{b} + \frac{OCP}{c} + \frac{OABP}{ab} + \frac{OACP}{ac} + \frac{OABCP}{abc}, \text{ nous aurons}$$

$$A\bullet = AP + \frac{ABP}{b} + \frac{ACP}{c} + \frac{ABCP}{bc}; \text{ ce qui étant soustrait}$$

$$\text{de } O\pi, \text{ il reste } O\pi - A\bullet = 1 + \frac{AP}{a} + \frac{BP}{b} + \frac{CP}{c} + \frac{ABP}{ab}$$

$$+ \frac{ACP}{ac} + \frac{BCP}{bc} + \frac{ABCP}{abc} = 0; \text{ ce qui donne } -a \text{ par } 1$$

$$+ \frac{BP}{b} + \frac{CP}{c} + \frac{BCP}{bc} = AP + \frac{ABP}{b} + \frac{ACP}{c} + \frac{ABCP}{bc} = A\bullet$$

$$= O\pi.$$

273. *Corol.* 12. Donc lorsque l'objet est si éloigné que les distances OP, AP, BP, CP , peuvent être regardées comme égales entr'elles, les rayons qui tombent parallèles sur le premier verre sortiront parallèles du dernier, si les verres sont tellement placés que $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{AB}{ab} + \frac{AC}{ac} + \frac{BC}{bc} + \frac{ABC}{abc} = 0$;

& au contraire: & la distance apparente $O\pi = (A\bullet =)$ OP par $1 + \frac{AB}{b} + \frac{AC}{c} + \frac{ABC}{bc}$ ou $= -a \times OP$ par $\frac{1}{b} + \frac{1}{c}$

$+ \frac{BC}{bc}$; & par conséquent dans deux lentilles concaves A, B ,

la grandeur apparente est à la véritable, comme OP est à $O\pi$, comme $-\frac{1}{a}$ est à $\frac{1}{b}$; dans trois lentilles concaves A, B, C ,

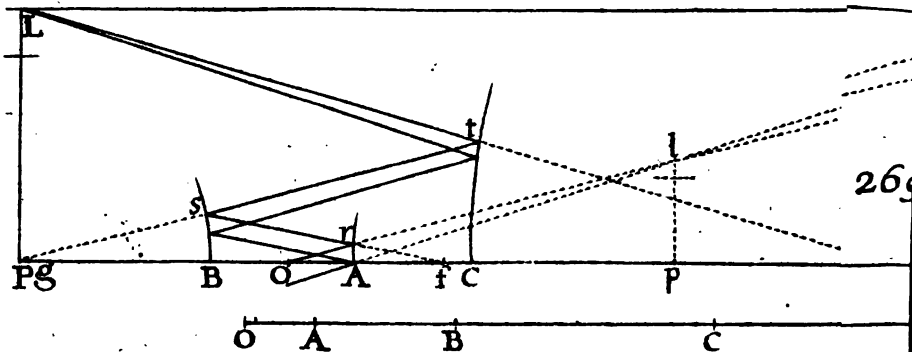
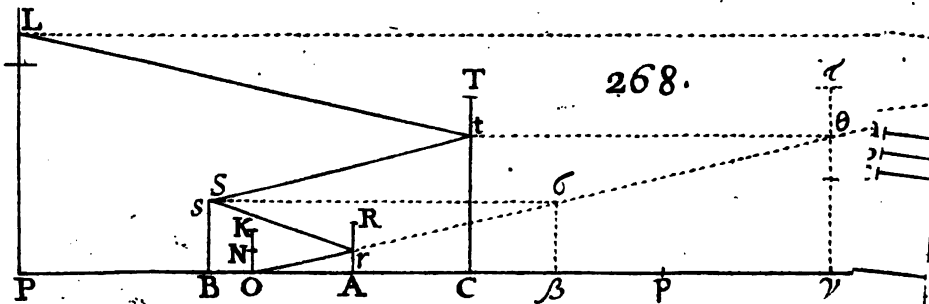
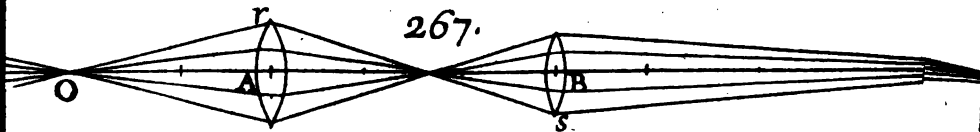
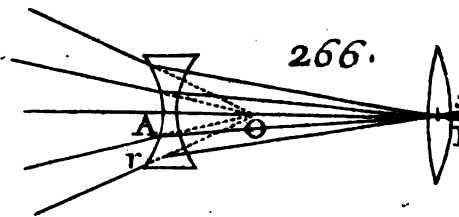
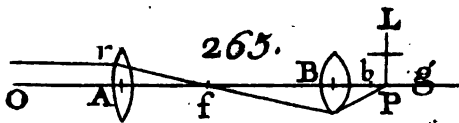
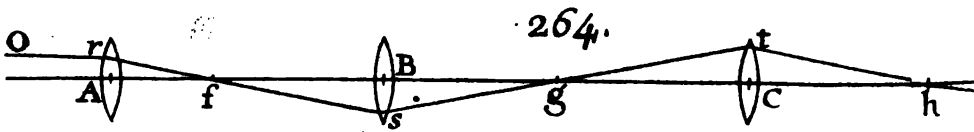
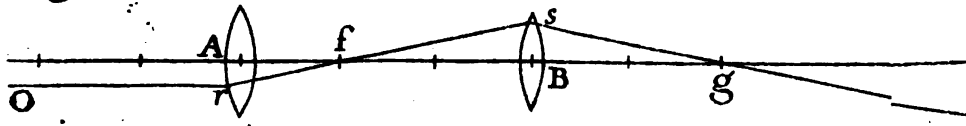
comme $-\frac{1}{a}$ est à $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{BC}{bc}$; & dans quatre lentilles con-

caves A, B, C, D , comme $-\frac{1}{a}$ est à $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{BC}{bc} + \frac{BD}{bd}$

$+ \frac{CD}{cd} + \frac{BCD}{bcd}$. On a rejeté l'unité dans ces soustractions du



Fig 263.



Corol. 11, comme n'étant d'aucune considération en comparaison de la distance de l'objet.

274. Corol. 13. Puisque l'œil, les verres & l'objet sont placés dans un ordre donné, leurs intervalles OA , AB , BC , &c. doivent être regardés comme étant tous positifs; & puisque chaque terme dans cette équation, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{AB}{ab} + \frac{AC}{ac}$

$+ \frac{BC}{bc} + \frac{ABC}{abc} = 0$, en plaçant trois verres A , B , C ,

comme ci-dessus est positif, la somme des termes ne peut pas être zero, & par conséquent les rayons ne peuvent pas tomber sur l'œil par des lignes parallèles, à moins que l'un des foyers ne soit négatif, ou que l'un des verres ne soit convexe. Mais dans un télescope que l'on suppose composé de deux lentilles concaves, nous avons

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{AB}{ab} = 0$ ou $AB = -a - b$. Ce qui fait voir que

AB , intervalle des deux verres, doit être égal à la somme ou à la différence de leurs foyers, selon qu'ils sont tous deux convexes, ou l'un convexe & l'autre concave. Dans le premier

cas nous avons OP à On comme $-\frac{1}{a}$ est à $-\frac{1}{b}$ ou comme b est

Fig. 161, 162

à $-a$, par le Corol. 12, où la valeur négative de On fait voir que l'objet doit paroître renversé (art. 250). Dans le second cas nous avons OP à On comme b est à a ; ce qui fait voir que l'objet doit paroître droit.

276. Corol. 14. Si l'on place trois verres concaves, comme ci-devant; nous aurons $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{AB}{ab} + \frac{AC}{ac} + \frac{BC}{bc} + \frac{ABC}{abc}$

$= 0$, (art. 273) ou $b + a + \frac{ab}{c} + AB + \frac{AB}{c} + \frac{BC}{c} \times \frac{b}{c}$

$+ \frac{aBC}{c} + \frac{ABC}{c} = 0$, ou $\overline{AB+a+b}, \overline{BC+c} + \overline{AB+a}, \overline{BC+c} \times \frac{b}{c}$

$BC = 0$, ou $\overline{AB+a+b}, \overline{BC+c} + \overline{AB+a}, b = 0$.

Supposons tous les verres convexes, alors $AB - a - b$ est à $AB - a$, comme b est à $BC - c$, & par cette proportion on aura l'un des intervalles AB , BC , lorsqu'on aura choisi

l'autre comme plus convenable. Nous avons OP à On comme $\frac{bc}{a}$ est à $BC - b - c$, (art. 273), par où l'on voit que si BC est positif ou plus grand que $b + c$, l'objet doit paroître droit (art. 250). Faites $BC - b - c = b$, ou $BC = 2b + c$, l'objet paroîtra droit & grossi en raison de OP à On ou de c à a , quelle que soit la longueur de b . Pour déterminer l'autre intervalle AB , nous avons $AB - a - b$ est à $AB - a$ comme b est à $BC - c$ ou $2b$ par la supposition. Donc $2AB - 2a - 2b = AB - a$, & $AB = a + 2b$. Donc si l'on fait $b = a$, on aura $AB = 3a$ & $BC = 2a + c$.

276. *Coroll. 15.* Mais pour les rayons d'un pinceau qui doivent sortir paralleles les uns aux autres d'un nombre quelconque de verres, il faut seulement que leur dernier foyer se confonde avec le foyer principal du dernier verre; comme il est évident, si l'on conçoit que les rayons émergents doivent retourner en arrière dans les mêmes lignes paralleles. On peut donc prendre tous les intervalles des verres, excepté le dernier, comme on le trouvera le plus convenable pour d'autres vues. Et alors, si le point O est le foyer des rayons incidents, leurs autres foyers successifs f, g, h, i &c. après leurs réfractions en A, B, C, D , &c. se trouveront aisément par les regles suivantes (art. 256)

$$fA = \frac{OA, a}{OA + a}; gB = \frac{fA + AB, b}{fA + AB + b}; hC = \frac{gB + BC, c}{gB + BC + c}; iD = \frac{hC + CD, d}{hC + CD + d}; \text{ \&c.}$$

Faisant bien attention aux signes de fA, gB, hC , &c. & à les placer en avant ou selon le cours des rayons lorsqu'ils sont négatifs, & en arrière lorsqu'ils sont positifs. Par exemple dans un télescope composé de quatre verres convexes, en supposant que les rayons tombent paralleles sur l'oculaire A , on doit faire la ligne AO infinie, & par conséquent $fA = -a$. Donc $gB = \frac{-a + AB}{-a + AB - b} \times -b$, ce qui étant supposé infini, afin que les rayons puissent aller parallelement entre les verres A, B , donne $-a + AB - b = 0$, ou $AB = a + b$. Donc de quelque grandeur que soit l'inter-

valle BC , nous avons $hC = -c$, & par conséquent $iD = \frac{-c + CD}{-c + CD - d} \times -d$, qui devenant infini, afin que les rayons puissent en sortir parallèles, donne $-c + CD - d = 0$, ou $CD = c + d$. Maintenant lorsque les quatre verres sont concaves, la raison de la grandeur apparente à la vraie, ou de OP à On est celle de $-\frac{1}{a}$ à $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{BC}{bc} + \frac{BD}{bd} + \frac{CD}{cd} + \frac{BCD}{bcd}$, (art. 273) ou de $-\frac{bcd}{a}$ à $DC + d + c$, $CB + b + DC + d$, c ; par une réduction semblable à celle du Corol. 14. ou dans les quatre verres convexes, comme $-\frac{bcd}{a}$ à $DC - d - c$, $CB - b + DC - d$, $-c$; ou parce que $CD = c + d$, comme $-\frac{bcd}{a}$ à $-cc$, ou comme db à ca , ou faisant $b = a$, comme d est à c , quelle que soit la distance des foyers des verres égaux A, B ; & la valeur positive de On fait voir que l'objet doit paroître droit (art. 250.)

277. Corol. 16. Dans un microscope composé de deux verres convexes A & B , si l'objet PL est placé en g , que l'on trouve comme ci-devant (art. 276), les rayons reviendront à l'œil par des lignes parallèles; & alors, par le Corol. 11 la distance apparente $On = a \times 1 - \frac{BP}{b} = \frac{a}{b} \times b - BP = -\frac{a}{b} \times Pb$, faisant $Bb = b$; & ainsi la grandeur apparente est à la vraie, ou OP est à On comme $OP : -\frac{a}{b} Pb$; c'est-à-dire en raison composée de $b : a$ & de $OP : Pb$; & la valeur négative de On fait voir que l'objet doit paroître renversé.

278. Coroll. 17. Delà il suit encore que lorsque l'objet est éloigné comme dans un télescope, la grandeur apparente est à la vraie, comme $1 : a$; parce que la raison de $OP : Pb$ devient une raison d'égalité.

279. Coroll. 18. Puisque l'aire d'un objectif est la base

Fig. 265

commune de tous les pinceaux qui viennent de différents points d'un objet, soit qu'il soit proche ou éloigné; le rayon du milieu de chaque pinceau passera directement par le milieu de ce verre. On peut donc regarder ce point du milieu comme le foyer d'où ces rayons moyens coulent sur le verre, ou sur les verres suivants; & par conséquent si ces rayons sortent du dernier verre pour se réunir à un foyer, & si la prunelle de l'œil est placée à ce foyer, elle recevra tous les rayons moyens quand même ils seroient réunis à un point, & si elle est plus ouverte, elle recevra autant de rayons collatéraux de chaque pinceau que son ouverture en pourra contenir, & quelquefois les pinceaux entiers. L'aire visible de l'objet sera donc la plus grande, lorsque l'œil sera dans ce foyer. Car en remuant la prunelle de part & d'autre de ce foyer, jusqu'à ce qu'elle vienne à l'endroit du pinceau des rayons moyens, où sa section est aussi grande que la prunelle, les plus extérieurs de ces rayons commenceront à être exclus de la prunelle, & alors l'aire visible de l'objet commencera à se resserrer. Et de même, si les rayons moyens sont divergents, en partant d'un foyer au-delà de l'oculaire, les plus écartés seront exclus par degrés de la prunelle, pendant qu'elle s'éloignera de ce foyer ou de l'oculaire, & par conséquent l'aire visible sera la plus grande en ce cas, lorsque la prunelle sera tout auprès de l'oculaire. Maintenant ce foyer O des rayons émergents, lorsque le centre de l'objectif est le foyer des rayons incidents, peut se trouver en différentes manières. Par l'art. 271, si B est le foyer des rayons incidents & que le

verre A soit concave, $AO = \frac{AB}{1 + \frac{AB}{a}}$; & si C est le foyer des

rayons incidents, & que les verres B, A soient concaves,

$AO = \frac{AC + \frac{ABC}{b}}{1 + \frac{AC}{a} + \frac{BC}{b} + \frac{ABC}{ab}}$, & ainsi de suite; & si l'un des

deux verres est convexe, on changera les signes de leurs foyers. Par exemple dans le télescope de Galilée où le verre A est

concave & $AB = b - a$, nous avons $AO = a - \frac{aa}{b}$,

ou

où a étant plus grand que $\frac{aa}{b}$, AO est positif, & par conséquent dans le sens contraire à la route des rayons par rapport à A (art. 270). Ils sortent donc de A divergents depuis O ; & ainsi l'aire visible sera la plus grande, lorsque l'œil sera joint au verre A . Dans le télescope astronomique, $AO = -a - \frac{aa}{b}$, en faisant la ligne a négative à cause de l'oculaire convexe. Ici le point O est en dehors du télescope, un peu plus loin de l'oculaire que n'est son principal foyer, le petit surplus $\frac{aa}{b}$ étant : $a :: a : b$. Dans le télescope composé de deux oculaires convexes placés en sorte que $AB = a + 2b$ & $BC = 2b + c$, (art. 275), & par conséquent $AC = a + 4b + c$; si l'on substitue ces valeurs dans la règle précédente, on aura $AO = -a - \frac{aa}{b} - \frac{aa}{c}$ ou lorsque $b = a$, $AO = -2a - \frac{aa}{c}$. Ici la place de l'œil n'est pas de beaucoup plus éloignée de A que deux fois son foyer.

Fig. 267.

280. *Corol.* 19. La dernière image pl est à l'objet PL , comme Op , distance de l'image à l'œil, est à $O\pi$ distance apparente de l'objet. Car les triangles plO , $\pi\Lambda O$ sont semblables, & $\pi\Lambda$ est égale à PL .

Fig. 268.

L E M M E.

281. Imaginons qu'un pinceau de rayons, après différentes réflexions & réfractions successives sur différentes surfaces, appartienne à différents foyers successifs, comme dans les télescopes; si ensuite une partie de ce pinceau est arrêtée par un obstacle d'une figure quelconque, & dans un lieu quelconque, l'autre partie qui n'est pas arrêtée, appartiendra aux mêmes foyers successifs que le faisoit le total. Par conséquent lorsque différentes images successives sont formées par les foyers successifs de différents pinceaux, leurs places, leurs figures & leurs grandeurs continueront d'être les mêmes qu'auparavant, après que quelques parties de ces pinceaux auront été arrêtées. Donc pour déter-

miner les foyers & les images formées par ces pinceaux partiels, on peut se servir de quelques lignes d'un pinceau le long desquelles les rayons pourroient passer, comme s'ils y passaient effectivement, ou comme si ces lignes avoient les propriétés des rayons, & toutes les conclusions seront les mêmes dans l'un & dans l'autre cas, excepté en ce qui concerne la clarté apparente.

PROPOSITION II.

282. Les distances des foyers étant données avec les ouvertures d'un nombre quelconque de surfaces réfléchissantes, soit concaves, soit convexes, placées à des distances quelconques les unes des autres, & par rapport à l'œil & à l'objet; trouver la distance apparente, la grandeur, la situation, le degré de distinction & de clarté de l'objet vu par des rayons réfléchis successivement de toutes les surfaces, & en même tems le plus grand angle de vision & l'aire visible de l'objet, aussi bien que la surface particulière dont l'ouverture limite l'un & l'autre?

Distance
apparente.

Fig. 168.

283. Soit l'objet P L vu par des rayons qui en revenant de l'œil en O à l'objet en P, sont réfléchis successivement par les surfaces sphériques A, B, C, dont les distances à leurs foyers sont les lignes a, b, c , & dont l'axe commun est la ligne O A B C P. Prenez une ligne $O \pi = OA + AB + BC + CP$

$$+ \frac{OA \cdot AB + BC + CP}{a} + \frac{OA + AB \cdot BC + CP}{b}$$

$$+ \frac{OA + AB + BC \cdot CP}{c} + \frac{OAB \cdot BC + CP}{ab} + \frac{OA \cdot AB + BC \cdot CP}{ac}$$

$$+ \frac{OA + AB \cdot BCP}{bc} + \frac{OABCP}{abc}, \text{ \& que les termes qui}$$

seront appliqués aux distances des foyers d'un nombre impair de surfaces concaves, soient regardés comme négatifs, & les autres comme positifs. La ligne O π fera la distance apparente de l'objet.

Grandeur &
situation ap-
parentes.

Distinction
apparente.

284. Sa grandeur apparente sera à la véritable, comme O P est à O π . Et si la valeur de O π est positive, l'objet paroîtra droit, si elle est négative il sera renversé.

285. Lorsque O π est positive, elle est placée devant l'œil, & lorsqu'elle est négative, elle est derrière. Soit ensuite l'œil

reculé de O en A, afin que sa distance à la prochaine surface disparoisse, & qu'alors $A\pi$ soit la distance apparente de l'objet PL, laquelle sera trouvée & placée comme ci-devant; soit encore $Ap : A\pi$ comme AO est à la différence de On à $A\pi$, si les deux sont du même côté de O & A, & à leur somme si elles sont de différents côtés, & que l'ordre des points A, p, π soit le même que celui des points O, p, π ; on pourra par la situation du point p former un jugement du degré de distinction avec lequel l'objet paroîtra. Car les rayons qui viennent du point P, seront disposés après toutes les réflexions, à tomber sur l'œil en tendant du point p, lorsqu'il est devant l'œil, ou vers le point p, lorsqu'il est derrière l'œil.

286. Que les lignes AR, BS, CT soient les demi-diamètres des ouvertures données des surfaces A, B, C, & que $O\beta$ soit la distance apparente de la ligne BS vue par la réflexion du miroir A, & $O\gamma$ la distance apparente de la ligne CT vue par les réflexions des miroirs B & A, qu'il faut trouver comme ci-devant; élevez les perpendiculaires $\beta\sigma$ égale à BS & $\gamma\tau$ égale à CT, & alors le moindre des angles que chacune des perpendiculaires AR, $\beta\sigma$, $\gamma\tau$ soutient en O, sera la moitié du plus grand angle de vision. Angle visuel

287. Soit cet angle visuel $\beta O \sigma$, & soit $O\sigma$ prolongée en sorte qu'elle coupe en quelque point Λ la perpendiculaire à l'axe en π ; soit prise PL égale à $\pi\Lambda$; ce sera le demi-diamètre de la plus grande aire de l'objet que l'œil en O puisse découvrir d'un seul coup, & par conséquent $\pi\Lambda$ demi-diamètre de cette aire visible, sera à $\beta\sigma$ ou BS, demi-diamètre de l'ouverture qui la limite, comme $O\pi$ distance apparente de cette aire, est à $O\beta$ distance apparente de cette ouverture. Aire visible;

288. Et par la supposition que $\beta O \sigma$ est le moindre de tous les angles soutendus en O par les lignes données AR, $\beta\sigma$, $\gamma\tau$, il s'ensuit que B est le verre dont l'ouverture limite cette vision. Par où elle est limitée.

289. La détermination de la clarté apparente du point P est aussi la même que dans la proposition précédente, & l'on peut encore la déterminer d'une autre manière. Si un autre œil en P peut voir toute la prunelle de l'œil placé en O ou même plus, par la réflexion des mêmes miroirs, le point P paroîtra

aussi brillant en O que si l'on ôtoit les miroirs ; mais si l'œil en P ne peut voir qu'une partie de la prunelle en O , le point P paroîtra moins brillant à l'œil placé en O , qu'auparavant , & en même proportion que la partie visible de la prunelle est moindre que le tout ; en supposant qu'aucune partie des rayons incidents n'a été interceptée ou perdue par les réflexions , ou qu'il ne s'en est perdu qu'une partie insensible. Maintenant l'aire visible de l'œil en O vue du point P peut se déterminer comme ci-devant.

Fig. 269.

290. La démonstration de cette proposition est précisément la même que celle de la précédente , en substituant seulement aux mots de lentilles concaves ceux de surfaces convexes , & les réflexions à la place des réfractions , & en se rapportant au 207^e. article au lieu du 239^e , & si les intervalles OA , AB , BC , CP pris selon le cours des rayons , sont joints ensemble en une ligne continue O A B C P , on voit par l'inspection du théorème sur la distance apparente , que son expression par les parties de cette ligne continue sera tout à fait la même que celle du théorème par les lentilles ; sçavoir $O \pi = OP + \frac{OAP}{a} + \frac{OBP}{b} + \frac{OCP}{c} + \frac{OABP}{ab} + \frac{OBGP}{bc} + \frac{OABCP}{abc}$. On peut aussi appliquer à cette proposition les Corollaires de la précédente concernant la clarté apparente.

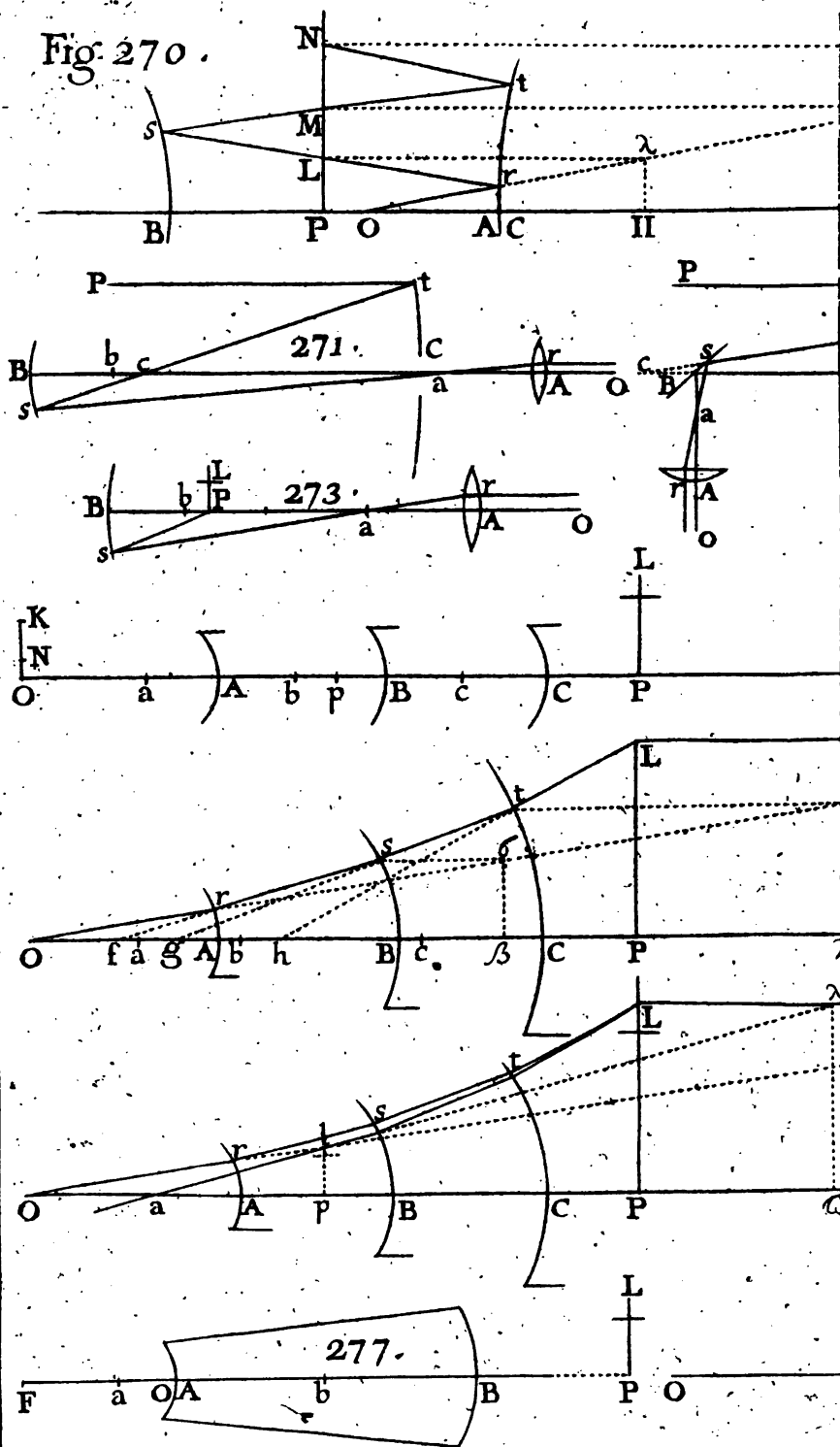
291. *Corol. 1.* Si quelques-unes des surfaces réfléchissantes sont planes , on peut les considérer comme des portions de surfaces sphériques dont les diamètres & les distances aux foyers sont infinis , & alors les termes de la valeur de la distance apparente , qui seront divisés par ces distances infinies des foyers, disparaîtront. Ainsi supposé que la surface-B soit un plan réfléchissant , on aura $O \pi = OA + AB + BC + CP$

$$+ \frac{OA \cdot AB + BC + CP}{a} + \frac{OA + AB + BC \cdot CP}{c} + \frac{OA \cdot AB + BC \cdot CP}{ac}$$

Et si les surfaces A , B & C sont toutes planes , $O \pi = OA + AB + BC + CP$, qui est la somme de toutes les



Fig 270.



lignes décrites par le mouvement réciproque du rayon le plus près de l'axe, en passant de l'œil à l'objet.

292. *Corol. 2.* Lorsque les rayons, en partant de l'œil, tombent plusieurs fois sur un objet P L M N après différentes réflexions de deux surfaces A, B, l'objet paroîtra à autant de distances différentes. Par exemple, si les surfaces A & B étoient toutes les deux convexes, on auroit après une réflexion en A, O n

$$= O A + A P + \frac{O A P}{a}, \text{ \& après deux réflexions en A \& B,}$$

$$O n_2 = O A + A B + B P + \frac{O A \cdot \overline{A B + B P}}{a} + \frac{\overline{O A + A B} \cdot B P}{b}$$

$$+ \frac{O A B P}{a b}; \text{ \& après trois réflexions en A, B \& A, } O n_3 =$$

$$O A + A B + B A + A P + \frac{O A \cdot \overline{A B + B A + A P}}{a} +$$

$$\frac{\overline{O A + A B} \cdot \overline{B A + A P}}{b} + \frac{\overline{O A + A B + B A} \cdot A P}{a} + \frac{O A B \cdot \overline{B A + A P}}{a b}$$

$$+ \frac{O A \cdot \overline{A B + B A} \cdot A P}{a a} + \frac{\overline{O A + A B} \cdot B A P}{b a} + \frac{O A B A P}{a b a}; \text{ \& ainsi}$$

de suite; & par le Corollaire précédent on voit quelles seroient les distances apparentes, si une ou deux des surfaces réfléchissantes étoient planes, & l'on conçoit aisément que l'on verra l'un des côtés de l'objet après chaque nombre impair de réflexions, & l'autre côté opposé après chaque nombre pair.

293. *Corol. 3.* Il est aussi évident par cette proposition & par la précédente, que toutes les apparences d'un objet pourront se déterminer par les mêmes règles générales, lorsqu'on les verra par des rayons qui en certains endroits de leur passage seront réfléchis par des surfaces d'une espèce quelconque, & qui en d'autres seront rompus à travers des lentilles d'une espèce quelconque, c'est-à-dire, que si quelqu'une des lignes a , b , ou c est la distance du foyer d'une lentille concave ou convexe placée en A, B, ou C à la place d'une surface convexe ou concave, le théorème général pour la distance apparente,

Fig. 270.

& pour les autres circonstances requises sera le même qu'au-
paravant, excepté pour la route des rayons. Les corollaires
suivants sont évidents par les corollaires semblables de la première
proposition.

294. *Corol.* 4. Pendant que les surfaces sont fixes, si l'on
suppose que l'œil & l'objet changent mutuellement de places,
la distance apparente, la grandeur & la situation de l'objet,
seront les mêmes qu'au paravant.

295. *Corol.* 5. Lorsque les distances de l'objet à l'œil & aux
surfaces sont incomparablement plus grandes que leurs distan-

$$\begin{aligned} \text{ces entr'elles, alors } O \Pi = O P \text{ par } 1 + \frac{OA}{a} + \frac{OA+AB}{b} \\ + \frac{OA+AB+BC}{c} + \frac{OAB}{ab} + \frac{OA \cdot \overline{AB+BC}}{ac} + \frac{\overline{OA+AB} \cdot BC}{bc} \\ + \frac{OABC}{abc}. \end{aligned}$$

Fig. 169.

296. *Corol.* 6. Lorsque O & h sont les foyers conjugués d'un
pinceau de rayons réfléchis successivement par un nombre
quelconque de surfaces sphériques A, B, C, la raison des
angles AOr, Chh, que chaque rayon fait avec l'axe com-
mun des surfaces avant la première & après la dernière réflexion,
est la même que celle de 1 à 1 + $\frac{OA}{a} + \frac{OA+AB}{b} + \frac{OA+AB+BC}{c}$

$$+ \frac{OAB}{ab} + \frac{OA \cdot \overline{AB+BC}}{ac} + \frac{\overline{OA+AB} \cdot BC}{bc} + \frac{OABC}{abc}.$$

297. *Corol.* 7. Le point O, foyer des rayons incidents étant
donné, pour trouver h leur foyer conjugué après les réflexions
faites par un nombre quelconque de surfaces sphériques A, B, C;

$$\begin{aligned} \text{prenez } Ch : OA+AB+BC + \frac{OA \cdot \overline{AB+BC}}{a} + \frac{\overline{OA+AB} \cdot BC}{b} + \frac{OABC}{ab}, \\ \text{(distance apparente de la dernière surface C) comme } 1 : 1 + \\ \frac{OA}{a} + \frac{OA+AB}{b} + \frac{OA+AB+BC}{c} + \frac{OAB}{ab} + \frac{OA \cdot \overline{AB+BC}}{ac} + \frac{\overline{OA+AB} \cdot BC}{bc} \\ + \frac{OABC}{abc}, \text{ \& en gardant la règle de la proposition pour le signe} \end{aligned}$$

de chaque ligne, on placera Ch depuis C dans un sens con-

traire au cours des rayons réfléchis par C, si le second & le troisième termes de la proportion ont des signes semblables, & selon ce cours des rayons, si les signes sont différents; h sera le foyer conjugué du point O.

298. *Corol.* 8. Donc si les surfaces réfléchissantes A, B, C sont toutes planes, on aura $Ch = OA + AB + BC$, & dans la position contraire au cours des rayons réfléchis par C.

299. *Corol.* 9. Lorsque l'objet & les surfaces A, B, C sont placés à telles distances l'un de l'autre, que les rayons dans chaque pinceau tombent sur l'œil en lignes parallèles, alors la distance apparente $O\pi = -a$ par $1 + \frac{BC+CP}{b} + \frac{CP}{c} + \frac{BCP}{bc}$

ou $= AB + BC + CP + \frac{AB \cdot BC + CP}{b} + \frac{AB + BC \cdot CP}{c} + \frac{ABCP}{bc}$. Et cette distance apparente, & par conséquent la grandeur apparente, la situation, la distinction & la clarté de l'objet seront invariables, en quelque endroit que l'œil soit placé.

300. *Corol.* 10. Lorsque les rayons de chaque pinceau tombent sur l'œil en lignes parallèles, l'objet & les surfaces A, B, C, sont placés à telles distances que $1 + \frac{AB+BC+CP}{a} + \frac{BC+CP}{b}$

$+ \frac{CP}{c} + \frac{AB \cdot BC + CP}{ab} + \frac{AB + BC \cdot CP}{ac} + \frac{BCP}{bc} + \frac{ABCP}{abc} = 0$. Et par conséquent lorsque l'objet est éloigné, les surfaces sont placées à telles distances que $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{AB}{ab} + \frac{AB+BC}{ac} + \frac{BC}{bc} + \frac{ABC}{abc} = 0$, & au contraire.

301. *Corol.* 11. Dans un télescope que l'on suppose composé de deux surfaces convexes A & B, la grandeur apparente de l'objet est à la véritable, ou OP à $O\pi :: -\frac{1}{a} : \frac{1}{b}$; & dans un télescope composé de trois surfaces pareilles A, B, C, $OP : O\pi :: -\frac{1}{a} : \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{BC}{bc}$, & dans celui qui est composé de quatre pareilles A, B, C, D, $OP : O\pi :: -\frac{1}{a} : \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{BC}{bc} + \frac{BC+CD}{bd} + \frac{CD}{cd} + \frac{BCD}{bcd}$, & ainsi de suite.

302. *Corol.* 12. Dans la figure pour les télescopes de réflexion, Fig. 272.

soient les points a, b, c , principaux foyers des surfaces respectives données A, B, C , lorsque les rayons dans chaque pinceau seront parallèles avant la première & la dernière réflexion en A & C , les points a, c , seront les foyers conjugués par rapport à la réflexion intermédiaire des mêmes rayons par la surface B . Donc, si l'on prend l'intervalle AB , & par conséquent celui ab comme le plus convenable, on dira comme $ba : bB :: bB : bc$, le point c sera déterminé, (art. 207), & par conséquent le point C & l'intervalle BC . Maintenant si toutes les surfaces sont concaves, la grandeur apparente est à la véritable : $\frac{1}{a} : -\frac{1}{b} - \frac{1}{c} + \frac{BC}{bc}$, (art. 301) ou : $\frac{bc}{a} : BC - b - c$, ou bc , intervalle des foyers b & c ; c'est-à-dire, en raison composée de $c : a$ & de $b : bc$, intervalle bc . Ce qui étant positif fait voir que l'objet doit paroître droit (art. 285). Mais si la surface B est convexe, & qu'il n'y ait que A & C qui soient concaves, la grandeur apparente sera à la vraie comme $\frac{1}{a} : \frac{1}{b} - \frac{1}{c} - \frac{BC}{bc}$ ou : $\frac{bc}{a} : c - b - BC$ ou $-bc$, intervalle des foyers b & c ; c'est-à-dire, en raison composée de $c : a$ & de $b : bc$, intervalle de b & c ; ce qui étant négatif fait voir que l'objet paroîtra renversé. Et si l'intervalle bc ou la raison de $\frac{bc}{a}$: intervalle bc se prend la première, on déterminera les places de A & a en prenant bc , bB , ba en proportion continue.

Telle est la théorie des télescopes; mais pour la réduire en pratique, il faut faire la distance du foyer, & la largeur de la surface B fort petites, afin qu'elle ne puisse pas intercepter trop de rayons, lorsqu'ils passent de l'objet au grand miroir concave C , & en faisant un trou modéré au milieu de ce concave C , pour y faire passer les rayons après la réflexion par le miroir B ; & en substituant une lentille convexe à la place de la surface concave en A , en sorte que le spectateur puisse viser à l'objet. Car en supposant que cette lentille a la même distance de foyer que la surface concave en A , la distance apparente, la grandeur, la situation, la distinction & la clarté de l'objet continueront d'être les mêmes qu'auparavant (293.)

303. *Corol.* 13. Donc si la surface sphérique en B devient un plan, en augmentant à l'infini son demi-diamètre & la distance de son foyer bB , la raison de bB à l'intervalle bc deviendra une raison d'égalité; & alors la grandeur apparente sera à la vraie grandeur comme $c : a$, par le corollaire précédent. Maintenant lorsque cette raison de $Cc : Aa$ est fort grande, le foyer commun a peut n'atteindre que fort peu le dedans du concave Ct , quoique l'oculaire soit placé dans le trou en C. Ainsi Ba & Bc étant maintenant égaux, ou Bc étant la moitié de ca , doit être presque la moitié de Cc , & par conséquent la largeur du plan Bs doit être presque la moitié de celle du concave Ct pour recevoir tout le pinceau réfléchi par Ct , & alors il intercepteroit aussi presque la moitié des rayons incidents qui viennent de l'objet. Mais si l'on tourne obliquement le plan Bs pour réfléchir les rayons par ses côtés vers l'oculaire A, on peut diminuer sa distance au point c , & par conséquent sa largeur à volonté, sans altérer la grandeur apparente, que le plan n'augmente ni ne diminue jamais. Car faisant b infinie dans le cor. 9. CP ou $OP : O\pi :: c : -a$.

Fig. 272

304. *Corol.* 14. Lorsque les rayons qui viennent d'un objet voisin PL , arrivent à l'œil en lignes parallèles après deux réflexions aux surfaces concaves B & A, ou après une réflexion en B & une réfraction par une lentille convexe en A, dont la distance au foyer est $=a$, la distance apparente de l'objet à

Fig. 273

l'œil en un point O est $a \times 1 - \frac{BP}{b}$ ou $\frac{a}{b} \times b - BP$ (art. 299) ou $-\frac{a}{b} Pb$; laquelle étant négative fait voir que l'objet doit paroître renversé. (art. 284.) Donc la grandeur apparente est à la véritable, ou la vraie distance à la distance apparente, comme $OP : \frac{a}{b} Pb$, ou en raison composée de $b : a$ & de $OP : Pb$. Dans ces microscopes de réflexion l'objet PL étant fort petit, ne peut intercepter que fort peu de rayons dans leur passage de B en A.

305. *Corol.* 15. Delà il suit aussi que lorsque l'objet est éloigné, comme dans un télescope de réflexion composé d'un

grand miroir concave & d'un oculaire convexe, la grandeur apparente de l'objet est à la véritable comme $b : a$, parce que la raison de OP à Pb devient une raison d'égalité, & parce que le plan réfléchissant n'altère pas la grandeur apparente.

306. *Corol. 16.* La place de l'œil dans les télescopes de réflexion, où les rayons moyens de chaque pinceau se coupent mutuellement, peut se trouver en prenant Ba , BA , BO en proportion continue (art. 239); parce que la surface réfléchissante B répond à ce que nous avons dit de l'objectif d'un télescope de réfraction, dans le 279^e. article, comme on le voit par l'inspection de la 64^e. figure.

PROPOSITION III.

307. *Ayant les distances des foyers & les ouvertures d'un nombre quelconque de surfaces sphériques, qui séparent des milieux donnés quelconques, & sont placées à des distances quelconques l'une de l'autre & par rapport à l'œil & à l'objet; il est question de trouver la distance apparente, la grandeur, la situation, le degré de distinction & de clarté d'un objet vu à travers tous ces milieux, & en même tems le plus grand angle de vision & l'aire visible avec l'ouverture particulière qui limite l'un & l'autre.*

Distance
apparente.

Fig. 274.

308. Soit PL un objet vu par l'œil en O à travers un nombre quelconque de surfaces sphériques placées en A , B , C , dont les centres a , b , c , sont tous dans la ligne OP , & dont les distances aux foyers des rayons qui tombent parallèles sur leurs côtés du côté de l'œil, sont les lignes a , b , c . Supposons d'abord que les demi-diamètres, Aa , Bb , Cc sont tous placés du même côté par rapport à leurs surfaces; & qu'ils sont tous séparés l'un de l'autre, & de l'œil aussi bien que de l'objet; & que le milieu qui joint le côté concave de chaque surface est plus rare ou moins réfractif que celui qui joint le côté convexe. Prenez ensuite une ligne $On = OP + \frac{Oa.AP}{a} + \frac{Ob.BP}{b} + \frac{Oc.CP}{c} + \frac{Oa.Ab.BP}{ab} + \frac{Oa.Ac.CP}{ac} + \frac{Ob.Bc.CP}{bc} + \frac{Oa.Ab.Bc.CP}{abc}$, & ce sera la distance apparente de l'objet.

Dans tous les autres cas, les lignes OP , AP , BP , CP , resteront toujours positives dans cette valeur de OP , mais chacune des lignes On , Ob , Oc sera négative si elle est placée en deçà de l'œil par derrière ; en second lieu chacune des lignes Aa , Bb , Cc sera négative, si elle tend vers l'œil depuis la surface qui la termine ; troisièmement chacune des distances aux foyers sera négative, si l'ordre des densités des milieux subsistant comme dans le premier cas, le demi-diamètre de la surface à laquelle il appartient est situé de l'autre côté de cette surface, ou si la position du demi-diamètre restant comme auparavant, les densités des milieux contigus sont transposées au côté opposé de cette surface. Le signe de chaque ligne comprise dans la valeur précédente de On étant ainsi déterminé, on regardera comme négatif celui de chacun de ses termes qui contient un nombre impair de lignes négatives & comme positifs les autres termes. On , ou la somme de tous les termes selon leurs signes, sera la distance apparente de l'objet.

309. Et la grandeur apparente de l'objet sera à sa vraie grandeur comme OP est à On . Grandeur apparente.

310. Et si la valeur de On est positive, l'objet paroîtra droit ; si elle est négative, il paroîtra renversé. Situation apparente.

311. Lorsque On est positive, il faut la placer devant l'œil, & si elle est négative derrière. Imaginez ensuite que l'œil est éloigné de O en a , afin que sa distance au centre de la surface prochaine puisse disparoître, & alors soit $a*$ la distance apparente de l'objet que l'on trouvera, & que l'on placera de la même manière que On ; soit ensuite $ap : a* :: aO$; à la différence de On & $a*$, si ces deux lignes sont du même côté de O & A , ou à leur somme si elles sont de différents côtés, & que l'ordre des points a , p , $*$ soit le même que celui des points O , p , n ; on pourra par la situation de ce point p , juger de la distinction avec laquelle l'objet paroîtra ; parce que p est la place de la dernière image de l'objet. Distinction apparente.

312. Les déterminations de l'angle visuel & de l'aire visible & de l'ouverture qui les limite, sont les mêmes que celles de la proposition pour les lentilles (art. 252). Angle visuel & aire visible.

313. Puisque la grandeur de la prunelle est sujette à varier Clarté apparente.

- par les différents degrés de lumière, soit NO son demi-diamètre, lorsque l'objet PL est vu par l'œil nud à la distance OP , & sur un plan qui touche l'œil en O , soit OK le demi-diamètre de la plus grande aire visible par rapport à un autre œil en P par toutes les ouvertures, qu'il faudra trouver comme on a trouvé PL ; ou ce qui revient au même, soit OK le demi-diamètre de la plus grande aire éclairée par un pinceau de rayons qui coulent de P par toutes les ouvertures. Lorsque cette aire n'est pas moindre que celle de la prunelle, la clarté apparente du point P vu par les rayons rompus, sera à sa clarté apparente étant vu par un milieu uniforme & par des rayons non rompus, en raison composée de la grandeur apparente, à la vraie grandeur d'une surface en O vue de P , & de la vraie grandeur à la grandeur apparente d'une surface en P vue de O . Mais si l'aire éclairée en O est moindre que l'aire de la prunelle, la clarté apparente de P vu par les rayons rompus, sera à sa clarté apparente étant vu par des rayons non rompus, en raison composée des deux premières raisons & de cette aire éclairée, à l'aire de la prunelle. Ce seroit là la proportion de la clarté apparente, si tous les rayons étoient transmis par les milieux, ou s'il n'y en avoit qu'une partie insensible qui fût arrêtée par les réflexions faites aux surfaces & par l'opacité de la matière.

DÉMONSTRATION.

Distance
apparente.

Fig. 275.

314. La première partie de la démonstration de la première de ces propositions (art. 256) donne $On = OA \times \frac{fA + AB}{fA} \times \frac{gB + BC}{gB} \times \frac{hC + CP}{hC}$, & par ce théorème on aura On dès qu'on aura trouvé fA , gB , hC . On peut trouver ces lignes par le 238^e. article; car supposant qu'une ligne aB est la distance du foyer de la surface A , lorsque les rayons tombent parallèles sur son côté tourné vers l'objet, nous avons $OB : aB :: OA : fA$; donc puisqu'on a supposé que la ligne a est l'autre distance du foyer de cette surface, & que par conséquent elle est égale à

B (art. 224), nous aurons $fA = \frac{OA \cdot a}{OA + a}$; $gB = \frac{fA + AB \times b}{fA + Ab + b}$;

$hC = \frac{gB + BC \times c}{gB + Bc + c}$. D'où il est aisé de conclure que si l'œil en

O voit un objet en B au travers d'une surface en A , sa distance apparente $O\beta = OB + \frac{Oa \cdot AB}{a}$; que si l'œil en O voit

un objet en C à travers deux surfaces en A & en B , sa distance apparente $O\gamma = OC + \frac{Oa \cdot AC}{a} + \frac{Ob \cdot BC}{b} + \frac{Oa \cdot Ab \cdot BC}{ab}$; & si l'œil

en O voit un objet PL à travers trois surfaces en A , B , C , sa distance apparente $O\pi = OP + \frac{Oa \cdot AP}{a} + \frac{Ob \cdot BP}{b} + \frac{Oc \cdot CP}{c} +$

$\frac{Oa \cdot Ab \cdot BP}{ab} + \frac{Oa \cdot Ac \cdot CP}{ac} + \frac{Ob \cdot Bc \cdot CP}{bc} + \frac{Oa \cdot Ab \cdot Bc \cdot CP}{abc}$. Les règles que

nous avons données pour déterminer les signes de chaque ligne dans ce théorème sont évidentes, si l'on fait réflexion que les points O , A , B , C , P sont fixes dans tous les cas; que les figures des surfaces & la position de leurs centres peuvent varier par l'augmentation de leurs demi-diamètres Aa , Bb , Cc jusqu'à devenir infinies & ensuite négatives, aussi bien que les distances des foyers; que la densité des milieux peut varier par degrés jusqu'à changer d'espèce &c.

La détermination de la grandeur apparente est évidente par l'article 141; & celle de la situation apparente par l'art. 139.

315. Achevez le rectangle $LP = \lambda$, & joignez $a\lambda$ qui rencontre $O\Lambda$ en l , la ligne lp perpendiculaire à l'axe sera la dernière image de l'objet LP ; parce que le même point L est vû par un rayon qui tombe sur l'œil en O dans la direction $\Lambda l O$, & par un rayon qui tombe sur l'œil en a dans la direction $\lambda l a$, & par conséquent le point l où ces deux lignes $O\Lambda$, $a\lambda$ se coupent est le foyer des rayons émergents. Or puisque les triangles apl , $a\pi\lambda$ & $Op l$, $O\pi\Lambda$ sont équiangles, nous avons $ap : a\pi :: (pl : \pi\lambda \text{ ou } \pi\Lambda, \text{ ou } ::) Op : O\pi$ ou :: $Op \mp ap : O\pi \mp a\pi$, selon que p tombe en dehors ou en dedans de la ligne Oa , & par conséquent selon que $O\pi$ & $a\pi$ sont du même côté de O & a ou de différents

Distinction
apparente.
Fig. 276.

côtés. Et l'ordre des points a, p, n est le même que celui des points a, l, λ ou des points O, l, λ ou des points O, p, n .

Clarté apparente.

316. Si OK n'est pas moindre que ON , l'aire de la prunelle sera totalement éclairée par le pinceau qui vient de P . Soit $PtsrN$ un rayon de ce pinceau qui coupe la surface Ct en t , & supposant que les surfaces réfringentes soient toutes écartées, soit un rayon non rompu PMN qui coupe Ct en M . La quantité de la lumière rompue qui tombe sur NO , est à celle de la lumière non rompue qui y tomberoit, comme l'angle CPt à CPM , c'est-à-dire, comme la grandeur apparente de la ligne NO vue de P , à sa grandeur réelle. Et par conséquent en faisant tourner la figure autour de l'axe OP , la quantité des rayons rompus qui remplissent la prunelle est à celle des rayons non rompus qui l'auroient remplie, comme la grandeur apparente d'une surface en O , à la grandeur réelle. Donc puisque la clarté réelle d'une portion ou point physique de la rétine est en raison directe de la quantité de lumière qui tombe sur ce point, & en raison inverse de sa grandeur réelle, la clarté apparente du point P vu par les rayons rompus, sera à sa clarté apparente par les rayons non rompus, en raison composée de la grandeur apparente à la vraie grandeur d'une surface en O vue de P , & de la vraie grandeur à la grandeur apparente d'une surface en P vue de O . Mais si OK est moindre que ON , alors en supposant une moindre prunelle dont le demi-diamètre est OK , on a vu que la clarté apparente de P vu par des rayons rompus qui passent par cette petite prunelle (laquelle est la même que s'ils passaient par une prunelle plus grande) est à sa grandeur apparente vu par des rayons non rompus passant par la même prunelle, dans la même raison composée, & cette dernière clarté apparente de P vu par des rayons non rompus qui passent par la petite prunelle, est à sa clarté apparente vu aussi par des rayons non rompus qui passent par la prunelle plus grande, en raison de la petite prunelle à la plus grande; laquelle raison étant composée avec la première donne la raison requise.

Fig. 274. 317. Corol. 1. Lorsque l'objet est si éloigné que les distances OP, AP, BP, CP , doivent être censées égales, alors la

distance apparente $On = OP$ par $1 + \frac{Oa}{a} + \frac{Ob}{b} + \frac{Oc}{c} + \frac{Oa \cdot Ob}{ab} + \frac{Oa \cdot Ac}{ac} + \frac{Ob \cdot Bc}{bc} + \frac{Oa \cdot Ab \cdot Bc}{abc}$.

318. *Corol. 2.* Donc si O & h sont les foyers conjugués d'un pinceau de rayons rompus à travers un nombre quelconque de surfaces A, B, C , la raison des angles $AOr, Ch\epsilon$, formés par les parties incidentes & émergentes d'un rayon avec l'axe des surfaces, fera la même que celle de 1 à $1 + \frac{Oa}{a} + \frac{Ob}{b} + \frac{Oc}{c} + \frac{Oa \cdot Ab}{ab} + \frac{Oa \cdot Ac}{ac} + \frac{Ob \cdot Bc}{bc} + \frac{Oa \cdot Ab \cdot Bc}{abc}$. Car cette dernière raison est la même que celle de OP à On par le premier *Corol.*, c'est-à-dire, de la grandeur apparente d'un objet éloigné vu de O , à la vraie grandeur vu de O ou h par l'œil nud, ou de l'angle en O à l'angle en h .

319. *Corol. 3.* Donc si O est le foyer des rayons incidents, le foyer h des émergents par la dernière surface C , se trouvera en prenant $Ch : O\gamma$ ou $OC + \frac{Oa \cdot AC}{a} + \frac{Ob \cdot BC}{b} + \frac{Oa \cdot Ab \cdot BC}{ab} :: 1 : 1 + \frac{Oa}{a} + \frac{Ob}{b} + \frac{Oc}{c} + \frac{Oa \cdot Ab}{ab} + \frac{Oa \cdot Ac}{ac} + \frac{Oa \cdot Bc}{bc} + \frac{Oa \cdot Ab \cdot Bc}{abc}$; & plaçant Ch contre le cours des rayons, si le second & le troisième termes de cette proportion ont des signes semblables, & selon leur cours si les signes sont différents. Car achevant le rectangle $\gamma C \epsilon \theta$, $Ch : O\gamma :: \text{angle } \gamma O \theta : Ch \epsilon$ (art. 222) c'est-à-dire, dans la raison proposée, (*Corol. 2*).

320. *Corol. 4.* Lorsque les distances mutuelles des surfaces & de l'objet avec leurs distances aux foyers a, b, c , sont telles que $1 + \frac{AP}{a} + \frac{BP}{b} + \frac{CP}{c} + \frac{Ab \cdot BP}{ab} + \frac{Ac \cdot CP}{ac} + \frac{Bc \cdot CP}{bc} + \frac{Ab \cdot Bc \cdot CP}{abc} = 0$, les rayons de chaque pinceau tomberont sur l'œil en lignes parallèles, & alors la distance apparente On sera $= OP + \frac{ab \cdot BP}{b} + \frac{ac \cdot CP}{c} + \frac{ab \cdot Bc \cdot CP}{bc}$; & cette distance apparente étant invariable, la grandeur apparente, la situation & le degré de distinction & de clarté seront aussi invariables, en quelque endroit que l'œil soit placé. Car les rayons tomberont parallèles sur l'œil, lorsque les lignes $O\lambda, a\lambda$, seront parallèles, & par

Fig. 273.

conséquent lorsque $O\pi = a$ ou $O\pi - a = 0$, & l'on trouve la valeur de a en faisant disparaître Oa dans la valeur générale de $O\pi$ (art. 308).

321. *Corol. 5.* Donc si l'objet est tellement éloigné, que les distances AP , BP , CP , soient censées égales, les rayons qui viennent parallèles sur la première surface, sortiront parallèles de la dernière, si les surfaces sont tellement disposées que $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{Ab}{ab} + \frac{Ac}{ac} + \frac{Bc}{bc} + \frac{Ab.Bc}{abc} = 0$ & au contraire. Alors $O\pi$

Fig. 177. (ou $a =$) $= OP$ par $1 + \frac{ab}{b} + \frac{ac}{c} + \frac{ab.Bc}{bc}$. Par exemple, soit AB l'axe d'un milieu solide, comme d'un verre, & F le foyer commun des rayons qui viennent parallèles sur l'une de ses surfaces, & sortent parallèles de l'autre; lorsque la surface A est concave & B convexe, en changeant le signe de b (parce que l'ordre des densités des milieux contigus est changé), la première de ces équations donne $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} - \frac{Ab}{ab} = 0$. Donc $b = a + Ab = FA + Ab = Fb$; & l'autre équation donne $OP : O\pi :: b : b - ab :: Fb : Fb - ab$ ou $Fa :: bB : aA$ (art. 224) :: $FB : FA$; & lorsque la surface A est convexe, la même proportion subsiste en changeant le signe de a . Ainsi on peut faire des télescopes d'un solide continu; mais pour grossir beaucoup ils doivent être fort longs, & par conséquent il se perdra beaucoup de rayons dans cette longueur, comme on l'a trouvé par expérience.

Fig. 178.

322. *Corol. 6.* Soit aF la distance du foyer d'une sphere dont le centre est a ou b . L'objet PL paroîtra à travers à la distance $O\pi = OP - \frac{OaP}{aF}$, si la sphere est plus dense que le milieu environnant; ou $O\pi = OP + \frac{OaP}{aF}$, si elle est plus rare, & ces expressions sont les mêmes que dans une lentille sans épaisseur (art. 248). Car dans la valeur générale de $O\pi = OP + \frac{Oa.AP}{a} + \frac{Ob.BP}{b} + \frac{Oa.Ab.BP}{ab}$; si au lieu de a, b, Ob, Ab , on écrit $-a, -b, Oa, Aa$, respectivement (art. 308)

ON

on aura dans la sphère dense $O\pi = OP - \frac{Oa \cdot AP}{a} - \frac{Oa \cdot BP}{b} + \frac{Oa \cdot Aa \cdot BP}{ab} = OP - Oa \times \left(\frac{AP}{a} + \frac{BP}{b} - \frac{Aa \cdot BP}{ab} \right) = OP - Oa \left(\frac{AP}{a} + \frac{BP}{a} \times \frac{a - Aa}{b} \right) = (\text{parce que Cor. 5., } b = a + Ab) OP - Oa \left(\frac{AP + BP}{a} \right) = OP - Oa \times \frac{2aP}{a} = OP - \frac{OaP}{aF}$, parce que $aF = \frac{1}{2}a$, comme on le voit par le 227 art., ou par le Corol.

3. Et dans la sphère rare il faut changer le signe de aF .

323. *Corol. 7.* Soit un objet PL vu par l'œil en Q à travers un nombre de milieux donnés & distingués les uns des autres par les plans parallèles Ar, Bs, Ct; & lorsqu'un rayon va de l'œil à l'objet, soit le sinus d'incidence au sinus de réfraction par le plan Ar, comme q est à r , par le plan Bs comme r est à s , & par le plan Ct comme s est à t . Prenez ensuite une ligne $O\pi = OA + \frac{r}{q}AB + \frac{s}{q}BC + \frac{t}{q}CP$, l'objet paroîtra à la même distance, de la même grandeur, dans la même situation, & avec le même degré de distinction & de clarté par tous ces milieux, qu'il paroîtroit étant vû dans un milieu uniforme à la distance $O\pi$.

Fig. 258.

On peut prouver cela par le théorème général de la valeur de $O\pi$, en la variant un peu par la substitution des demi-diamètres des surfaces à la place des distances de leurs foyers, dont on a la relation par l'art. 224, & rendant ensuite les demi-diamètres infinis; mais on le fera plus aisément en cette manière.

Par l'art. 223 nous avons $fA : OA :: q : r$; $gB : fA + AB :: r : s$; $hC : gB + BC :: s : t$. Donc $fA = \frac{q}{r}OA$; $gB = \frac{r}{s}(fA + AB) = \frac{q}{s}OA + \frac{r}{s}AB$; $hC = \frac{s}{t}(gB + BC) = \frac{q}{t}OA + \frac{r}{t}AB + \frac{s}{t}BC$. Mais $O\pi = OA \times \frac{fA + AB}{fA} \times \frac{gB + BC}{gB} \times \frac{hC + CP}{hC} = OA \left(1 + \frac{AB}{fA} \right) \times \left(1 + \frac{BC}{gB} \right) \times \left(1 + \frac{CP}{hC} \right)$ comme ci-devant (art. 314). D'où l'on conclut aisément que si l'œil en O voit un objet en B par

un plan $A r$, la distance apparente $O\beta = OA + \frac{r}{q} AB$; si l'œil en O voit un objet en C par deux plans $A r$, $B s$, la distance apparente $O\gamma = OA + \frac{r}{q} AB + \frac{s}{q} BC$; si l'œil voit l'objet P par trois plans, $O\pi = OA + \frac{r}{q} AB + \frac{s}{q} BC + \frac{t}{q} CP$, & ainsi de suite. Pour avoir le lieu de la dernière image, soit $OA = o$, donc $A\pi = \frac{r}{q} AB + \frac{s}{q} BC + \frac{t}{q} CP$. Ce qui fait voir que $A\pi$ & $\pi\lambda$, & par conséquent la dernière image $p\lambda$ se confondent entièrement. Ce Corollaire est très évident, quant à la clarté de l'objet, si l'on suppose que les surfaces ne réfléchissent aucun rayon, & que tous les milieux sont également transparents.

REMARQUES.

1. De là il est aisé de conclure, &c. Car nous avons,

Sur l'art. 256.

$$fA = \frac{OA \cdot a}{OA + a}$$

$$gB = \frac{fA + AB \times b}{fA + AB + b} = \frac{OA \cdot a + OA + a \cdot AB \times b}{OA \cdot a + OA + a \cdot AB + OA + a \cdot b} = \frac{n \cdot b}{m} \text{ pour abréger } \frac{1}{m}$$

$$hC = \frac{gB + BC \cdot c}{gB + BC + c} = \left(\frac{\frac{n}{m} b + BC \cdot c}{\frac{n}{m} b + BC + c} \right) = \frac{nb + mBC \cdot c}{nb + mBC + mc}$$

Donc,

$$\frac{AB}{fA} = \frac{OA + a}{OA \cdot a} \cdot AB.$$

$$\frac{BC}{gB} = \frac{m}{nb} BC$$

$$\frac{CP}{hC} = \frac{nb + mBC + mc}{nb + mBC \cdot c} CP.$$

Mais nous avons,

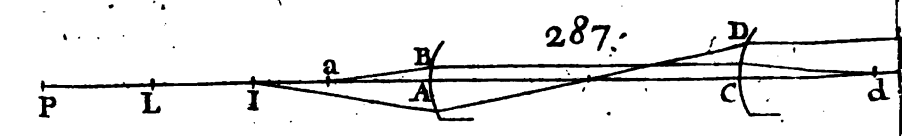
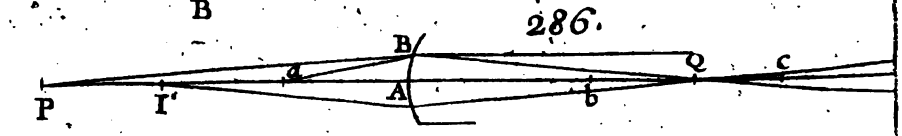
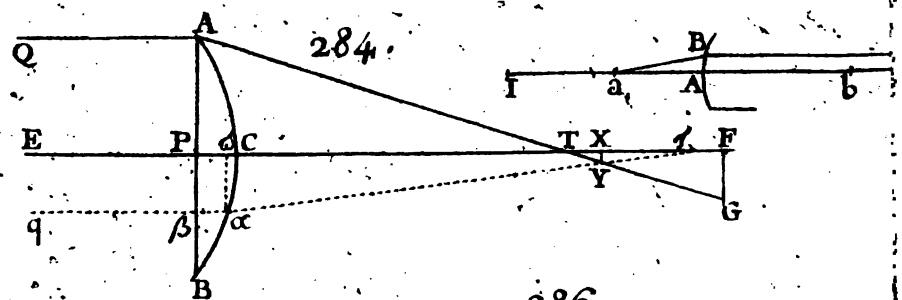
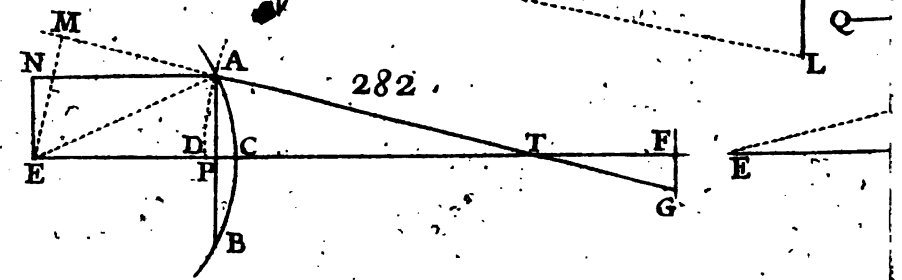
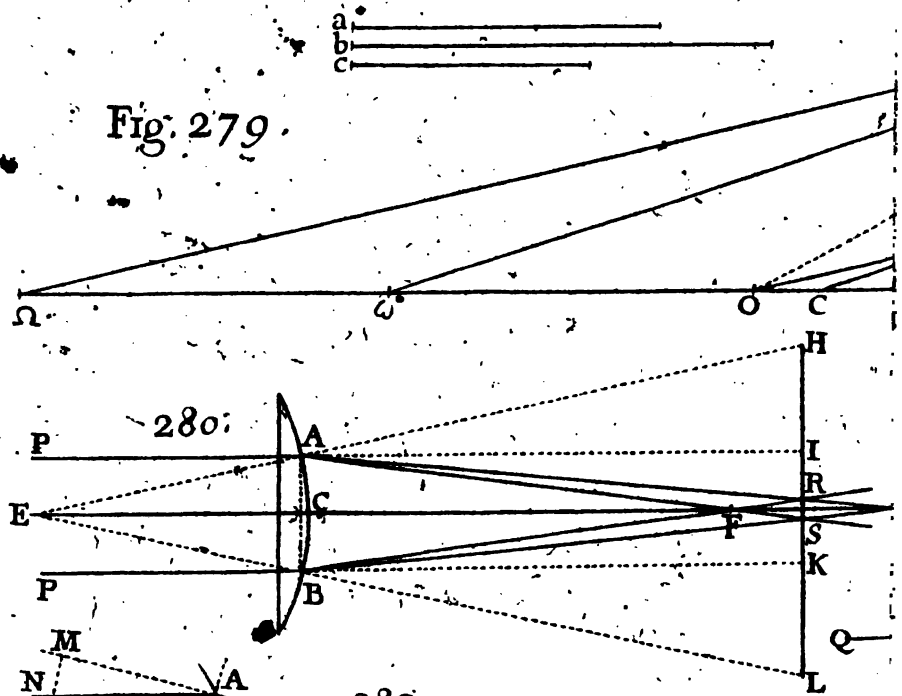
$$O\pi = OA \times 1 + \frac{AB}{fA} \times 1 + \frac{BC}{gB} \times 1 + \frac{CP}{hC} \times 1, \text{ \&c. dans l'article présent.}$$

Donc,

$$O\pi \text{ ou } O\beta = OA \times 1 + \frac{AB}{fA} = OA \times 1 + \frac{OA + a}{OA \cdot a} AB = OA + \frac{OA + a}{a} \times AB = \frac{n}{a}.$$



Fig. 279.



$$O\pi'' \text{ ou } O\gamma = OA \times 1 + \frac{AB}{fA} \times 1 + \frac{BC}{gB} = \frac{n}{a} \times 1 + \frac{BC}{gB} = \frac{n}{a} \times 1 + \frac{m}{nb} BC = \frac{n}{a} + \frac{m}{ab} BC.$$

$$O\pi''' \text{ ou } O\delta = OA \times 1 + \frac{AB}{fA} \times 1 + \frac{BC}{gB} \times 1 + \frac{CP}{hC} = \frac{n}{a} + \frac{m}{ab} BC \times 1 + \frac{CP}{hC} \\ = \frac{nb + mBC}{ab} \times 1 + \frac{nb + mBC + mc}{nb + mBC + mc} \cdot CP = \frac{nb \times mBC}{ab} + \frac{nb + mBC + mc}{abc} CP = \frac{n}{a} \\ + \frac{m}{ab} BC + \frac{m}{ab} CP + \frac{n}{ac} CP + \frac{m}{abc} BCP.$$

Rétablissez les valeurs de m & n , & vous aurez,

$$O\beta = OA + \frac{OAB}{a} + AB = OB + \frac{OAB}{a}.$$

$$O\gamma = OB + \frac{OAB}{a} + \left(\frac{m}{ab} BC = \right) \frac{OA \cdot BC}{b} + \frac{OA \cdot AB \cdot BC}{ab} + \frac{AB \cdot BC}{b} + \frac{OA \cdot BC}{a} \\ + BC = OC + \frac{OAC}{a} + \frac{OBC}{b} + \frac{OABC}{ab}.$$

$$O\delta = OC + \frac{OAC}{a} + \frac{OBC}{b} + \frac{OABC}{ab} + \left(\frac{m}{ab} CP + \frac{n}{ac} CP + \frac{m}{abc} BCP \right) \\ =) \&c.$$

2. On suppose ici la distance Ob finie en comparaison de OP & bP . Car si Ch n'étoit pas finie, la raison des angles AOr , Chr ne pourroit pas être finie. On peut démontrer cet article, & le suivant en plusieurs autres manières que j'ometts pour abrégier.

3. Ce beau théorème d'où j'ai tiré tous ces Corollaires, est la dernière des inventions de Mr. Cotes, ce grand Mathématicien, qui le résolut un peu avant sa mort étant âgé de 32 ans. C'est à cette occasion que Mr. Newton dit, si Mr. Cotes avoit vécu, nous saurions quelque chose. La démonstration qu'il en a donnée, est si élégante & si claire, qu'elle auroit bien mérité d'être à la suite du théorème. Mais comme il n'est pas aisé d'étendre sa méthode aux autres théorèmes semblables que j'ai donnés dans les propositions suivantes, j'ai été obligé de substituer une autre démonstration à la place de celle de Mr. Cotes, & de donner ici celle de ce grand homme. On observera seulement que ce qu'il appelle le lieu apparent de l'objet, n'est que le lieu réel de sa dernière image, selon l'opinion reçue, & le langage des Opticiens de ce tems là.

Sur l'art. 270.

Après l'art. 280.

PROPOSITION.

4. Trouver la grandeur apparente, la situation, le lieu apparent & le degré de distinction avec lequel on voit un objet par un nombre quelconque de verres de toute espèce, à des distances quelconques les uns des autres & de l'œil à l'objet?

Soit PM l'objet vu par l'œil placé en O , par un nombre quelconque de verres en A , B , C , &c. dont les distances aux foyers sont les lignes a , b , c .

Fig. 279.

A a i j

On peut regarder la distance OP comme divisée par les verres A, B, C , en deux parties telles que PA, AO ; PB, BO ; PC, CO ; ou en trois parties comme PA, AB, BO ; PA, AC, CO ; PB, BC, CO ; ou en quatre comme PA, AB, BC, CO ; & ainsi de suite autant que le nombre des verres peut le permettre. Tous les différents produits de ces parties correspondantes divisés respectivement par la distance du foyer, ou par le produit des distances des foyers des verres qui sont placés au point, ou aux points de division, donneront autant de lignes différentes, que l'on regardera comme négatives, s'il y a un nombre impair de verres convexes aux points de division, & comme positives si ce nombre est pair. Soit $P\Omega$ la somme de PO & de toutes ces différentes lignes selon leurs signes; $P\Omega$ & PO seront du même côté si cette somme est positive, & de différents côtés si elle est négative. Ω sera le point, où l'œil nud étant placé, verroit l'objet de la même grandeur qu'il le voit en O au travers de tous les verres; & par conséquent la grandeur apparente de l'objet est en même proportion à sa vraie grandeur (art. 100) que la distance PO est à la distance $P\Omega$.

5. Le point Ω détermine aussi la situation apparente de l'objet. Car si Ω & O sont placés du même côté de l'objet, il paroîtra droit; s'ils sont de différents côtés, il paroîtra renversé.

6. Supposons à présent que l'œil passe de O en C , de manière que sa distance au dernier verre disparoisse; le point Ω dans le même tems prendra une autre place ω , que l'on trouvera comme ci-devant. Si $O\gamma$ est en même proportion à OC que ΩP à $\Omega\omega$, & que l'ordre des points O, C, γ soit le même que celui des points Ω, ω, P , alors γ sera le lieu apparent de l'objet vu en O au travers de tous les verres.

7. Et par la situation de ce point γ on doit juger du degré de distinction avec lequel on apperçoit l'objet. Car les rayons qui viennent du point P à travers tous les verres, sont disposés à frapper l'œil de la même manière, que si les verres étant supprimés, ils venoient tous du point γ lorsqu'il est devant l'œil ou que s'ils tendoient tous vers γ , lorsqu'il est derrière.

D E M O N S T R A T I O N .

8. Soit αr la première image de l'objet produite par le verre A ; βs la seconde image par le verre B ; γt la 3.^e par C . Il est évident que l'objet PM , & son image αr seront terminés par les mêmes lignes, $P\alpha A, Mr A$ (art. 245) que l'image αr & son image βs seront terminées par les mêmes lignes, $\alpha\beta B, rs B$; que l'image βs & son image γt seront terminées par les mêmes lignes $\beta\gamma C, st C$ &c. Mais si l'œil est placé en O , & que γt soit la dernière image, il est clair que l'objet vu à travers tous les verres paroîtra sous le même angle qui a pour base l'image γt (art. 105). Menez donc $M\omega$ parallèle à γO , & l'œil nud placé en Ω verra l'objet PM de la même grandeur qu'il est vu en O à travers tous les verres. Par conséquent sa grandeur apparente sera à sa vraie grandeur comme l'angle $P\Omega M$ est à l'angle POM (art. 108) ou comme la distance PO à la distance $P\Omega$ (art. 222). Supposons d'abord tous les verres concaves. La distance $P\Omega$ sera à PA comme l'angle PAM à l'angle $P\Omega M$, ou comme αAr à γOt , ou en raison composée de αAr à $\alpha Br, \beta Bs$ à $\beta Cs, \gamma Ct$ à γOt (ces angles intermédiaires étant les mêmes de deux en deux) ou en raison composée de

$\alpha A + AB$, à αA (art. 222) de $\beta B + BC$ à βB , de $\gamma C + CO$ à γC .
 Donc $P \Omega = PA \times \frac{\alpha A + AB}{\alpha A} \times \frac{\beta B + BC}{\beta B} \times \frac{\gamma C + CO}{\gamma C}$, &c. Ce qui donne la distance $P \Omega$ dès qu'on connoit αA , βB , γC . Or on trouve en cette manière

ces quantités par l'art. 239, $\alpha A = \frac{PA \times a}{PA + a}$, $\beta B = \frac{\alpha A + AB \times b}{\alpha A + AB + b}$, $\gamma C = \frac{\beta B + BC \times c}{\beta B + BC + c}$

Donc $\beta B = \frac{(PA \cdot a + PA + a \cdot AB) b}{PA \cdot a + PA + a(AB + b)} = (\text{pour abréger,}) \frac{nb}{m}$, & $\gamma C =$

$\frac{\frac{n}{m} b + BC \cdot c}{\frac{n}{m} b + BC + c} = \frac{(nb + mBC) c}{nb + mBC + mc}$. Donc $\frac{AB}{\alpha A} = \frac{PA + a}{PA \cdot a} AB$; $\frac{BC}{\beta B} = \frac{m}{nb} BC$; $\frac{CO}{\gamma C} =$

$\frac{nb + mBC + mc}{(nb + mBC) c} CO$. Mais nous avons $P \Omega = PA \times (1 + \frac{AB}{\alpha A}) \times (1 + \frac{BC}{\beta B})$

$\times (1 + \frac{CO}{\gamma C})$, &c. Donc $P \Omega' = (\text{si l'œil est en B}) PA (1 + \frac{AB}{\alpha A}) = PA$

$(1 + \frac{PA + a}{PA \cdot a} AB) = PA + \frac{PA + a}{a} AB = PB + \frac{PA \cdot AB}{a} = \frac{n}{a}$. Si l'œil est en C,

$P \Omega' = PA (1 + \frac{AB}{\alpha A}) \times (1 + \frac{BC}{\beta B}) = \frac{n}{a} \times (1 + \frac{BC}{\beta B}) = \frac{n}{a} (1 + \frac{m}{nb} BC) = \frac{n}{a}$

$+ \frac{m}{a} BC$. Si l'œil en O voit l'objet PM par trois verres A, B, C, on aura $P \Omega'''$

$= PA (1 + \frac{AB}{\alpha A}) \times (1 + \frac{BC}{\beta B}) \times (1 + \frac{CO}{\gamma C}) = \frac{n}{a} (1 + \frac{m}{nb} BC) \times (1 + \frac{CO}{\gamma C})$

$= \frac{nb + mBC}{a b} \times (1 + \frac{nb + mBC + mc}{(nb + mBC) c} CO) = \frac{nb + mBC}{ab} + \frac{nb + mBC + mc}{a b c} CO =$

$\frac{n}{a} + \frac{m}{ab} BC + \frac{m}{ab} CO + \frac{n}{ac} CO + \frac{m}{abc} BCO$; & rétablissant les valeurs de m

& n , on trouve $P \Omega' = PB + \frac{PAB}{a}$; $P \Omega'' = PB + \frac{PAB}{a} + (\frac{m}{ab} BC =)$

$\frac{PA \cdot BC}{b} + \frac{PA \cdot AB \cdot BC}{ab} + \frac{AB \cdot BC}{b} + \frac{PA \cdot BC}{a} + BC = PC + \frac{PAC}{a} + \frac{PBC}{b} + \frac{PABC}{ab}$

& $P \Omega''' = PC + \frac{PAC}{a} + \frac{PBC}{b} + \frac{PABC}{ab} + (\frac{m}{ab} CO + \frac{n}{ac} CO + \frac{m}{abc} BCO =)$, &c.

$= PO + \frac{PAO}{a} + \frac{PBO}{b} + \frac{PCO}{c} + \frac{PABO}{ab} + \frac{PACO}{ac} + \frac{PBCO}{bc} + \frac{PABCO}{abc}$, &

ainsi de suite selon le nombre des verres. Que si l'un d'eux est convexe, sa distance au foyer deviendra négative, & ainsi les termes qui renferment un nombre impair de verres convexes seront négatifs.

9. Le point M se voit immédiatement à travers les verres par le rayon ιO , parallèle à $M \Omega$. Donc si Ω tombe du même côté de l'objet comme O, le rayon ιO s'avancera vers l'œil du même côté de l'axe commun OP que le point M, & par conséquent l'objet paroîtra droit. Mais si Ω tombe de l'autre côté de l'objet, le rayon ιO s'avancera vers l'œil parallèlement à ΩM , & par conséquent il paroîtra venir au point M de l'autre côté de l'axe, & l'objet paroîtra renversé à travers les verres.

10. Par la construction, les lignes $M \Omega$, $M \Omega'$, MP , $P \Omega$ sont respectivement parallèles aux lignes ιO , ιC , $\iota \gamma$, ιO , & par conséquent la figure $M \Omega \Omega' P$,

est semblable à la figure $\gamma O C \gamma$. D'où il suit que $O \gamma$ distance de l'œil à la dernière image ou distance de l'œil au lieu apparent de l'objet, est à $O C$, comme ωP est à ω , & que l'ordre des points, O, C, γ , sera le même que celui des points ω, ω, P .

11. Le point γ étant la dernière image du point P , les rayons qui viennent de P , après avoir traversé tous les verres, viennent aussi de γ ou vont vers γ . C. Q. F. D. Telle est la démonstration de Mr. *Cotes*.

12. Mr. *Hughens* a démontré plusieurs cas de ce théorème général dans sa dioptrique depuis la prop. 36 jusqu'à la 47, plus qu'aucun autre Auteur. Mais malgré son génie inventif & son exactitude en géométrie, il a embarrassé son lecteur de tant de compositions & résolutions de raisons, qu'on ne peut que se former une grande idée de ce théorème de *Cotes*, en le comparant avec ceux de cet autre grand Géomètre.

CHAPITRE VI.

Déterminer les aberrations des rayons par rapport à leur foyer géométrique, occasionnées par leur inégale réfrangibilité & par la figure sphérique des surfaces réfléchissantes & réfringentes?

PROPOSITION I.

Fig. 280. 324. **S**Oit le sinus commun d'incidence au sinus de réfraction des rayons les moins réfrangibles comme I à R , & au sinus de réfraction des plus réfrangibles comme I à S ; le diamètre du moindre espace circulaire où les rayons parallèles hétérogènes pourront se ramasser par l'effet d'une surface sphérique ou d'une lentille plan-convexe, sera au diamètre de son ouverture, en raison constante de $S - R$ à $S + R - 2I$.

Car soit un rayon hétérogène PA qui tombe sur une surface sphérique ACB , & qui par la réfraction soit divisé en deux rayons AF, Af qui coupent l'axe EC parallèle à PA en F & f . Prenez l'arc $CB = CA$ & soit un autre rayon hétérogène PB , qui parallèle à PA soit rompu de même par les rayons BF, Bf & coupe les deux premiers rayons en R & S . Joignez RS que vous prolongerez jusqu'à la rencontre des rayons incidents prolongés en I & K & des perpendiculaires EA, EB à la surface en H & L . Si la largeur AB

de l'ouverture du pinceau est modérée, & que par conséquent les réfractions en A & B soient fort petites, les angles d'incidence & de réfraction HAI, HAR, HAS, ou les arcs qui les mesurent, ou leurs soutendantes perpendiculaires HI, HR, HS seront entr'elles à fort peu près en même raison que les sinus de ces angles, I, R, S. (art. 204, & 220) Donc en divisant, les différences de ces soutendantes seront en raison des différences de ces sinus, c'est-à-dire, $RS : RI :: S - R : R - I$, & en doublant les conséquents, $RS : 2RI$ ou $IK - RS :: S - R : 2R - 2I$, & en composant $RS : IK :: S - R : S + R - 2I$. De cette raison donnée de RS à AB où ces quantités croissent & décroissent ensemble, il s'ensuit que tous les rayons intermédiaires qui tombent sur AB passent par RS, & que les rayons parallèles qui tombent perpendiculairement sur le côté plan d'une lentille plan-convexe, ne sont rompus qu'en sortant de sa surface convexe, & qu'ainsi les aberrations sont les mêmes dans les deux cas. C. Q. F. D.

325. *Corol.* 1. Donc le diamètre RS du cercle d'aberration qui contient tous les rayons incidents, n'est que la cinquante cinquième partie du diamètre AB de l'ouverture d'une lentille de verre plan-convexe, quelle que soit la distance de son foyer. Car en supposant que AR & AS soient le rayon rouge & le rayon indigo les plus extérieurs, leurs sinus d'incidence & de réfraction I, R, S seront entr'eux comme 50, 77, 78 (art. 179). Donc $S - R : S + R - 2I :: 1 : 55$.

326. *Corol.* 2. On peut aussi déterminer le diamètre du moindre cercle qui puisse recevoir les rayons d'une seule couleur, ou de plusieurs couleurs contigues, par la proportion de leurs sinus. Par exemple, tous les rayons orangés & jaunes sont contenus dans un cercle dont la largeur est la 260^e. partie de l'ouverture du verre plan-convexe; les sinus de l'orangé le plus extérieur AR & du jaune AS étant au sinus commun d'incidence comme $77 \frac{1}{2}$ & $77 \frac{1}{3}$ à 50 (art. 179).

327. *Corol.* 3. En différentes surfaces ou verres plan-convexes, les angles d'aberration RAS sont en raison directe des ouvertures AB & en raison inverse des distances des foyers CF; parce que tout angle RAS est en raison directe de sa soutendante RS & en raison inverse de son rayon AR ou CF.

L E M M E.

Fig. 281.

328. Les sinus versés AB , AC des petits arcs BD , CD des cercles inégaux BDG , CDH , qui ont le même sinus droit AD , sont réciproquement proportionnels à leurs diamètres BG , CH à fort peu près, c'est-à-dire, $AB : AC :: CH : BG$.

Car puisque les rectangles BAG , CAH sont égaux chacun au carré de AD , & par conséquent entr'eux, leurs côtés sont réciproquement proportionnels, ou $AB : AC :: AH : AG$ ou $CH : BG$ à fort peu près, lorsque les sinus versés sont incomparablement plus petits que les diamètres (art. 204).
C. Q. F. D.

P R O P O S I T I O N I I.

Fig. 282.

329. Lorsque des rayons parallèles homogènes NA , EC tombent sur une surface sphérique AC dont le centre est E , l'aberration en longueur FT d'un rayon rompu quelconque AT , par rapport au foyer F du pinceau, est au sinus versé de l'arc AC compris entre l'axe ECF & le point d'incidence A , en raison constante du carré du sinus de réfraction au rectangle sous le sinus d'incidence & sous la différence des sinus à fort peu près, & l'aberration est la même lorsque les rayons tombent perpendiculairement sur le côté plan de la lentille plan-convexe.

Car lorsque la réfraction se fait dans le passage d'un rayon NA qui coule d'un milieu dense à un milieu rare, on voit par la description de la caustique dans l'art. 74. que l'intersection T du rayon rompu AT avec l'axe ECF , se trouve entre la surface réfringente & son foyer F . Du Centre T & avec le demi-diamètre TA , décrivez l'arc AD qui coupe l'axe en D . Abaissez le sinus AP , des arcs AC , AD , & EN , EM d'incidence & de réfraction, que vous nommerez n , m ; les triangles ETM , ATP étant semblables, on aura $ET : TA$ ou $TD :: (EM : AP$ ou $EN ::) $EF : FC$ (art. 225). Et en divisant, $TF : EF :: (FC - TD$ ou $) $TF - CD : FC$ & par raison alterne, $TF : TF - CD :: EF : FC$ & en divisant, $TF : CD :: (EF : EC ::) $m : m - n$ (art. 224.)$$$

De

De plus puisque $PD : PC :: CE : DT$ (art. 328) ou FC (art. 204), & en composant , $CD : CP :: (EF : FC ::)$
 $m : n$; donc par égalité , on aura $TF : CP :: mm : m - n$.
 C. Q. F. D.

330. *Corol.* 1. On peut regarder le segment $ACBPA$ comme une lentille plan-convexe , & lorsque les rayons tombent parallèles sur son côté plan , l'aberration en longueur du rayon extrême qui tombe sur A est $= \frac{2}{3}$ de son épaisseur PC , comme on le voit en faisant $m = 3$ & $n = 2$.

331. *Corol.* 2. Cette aberration FT est aussi $= \frac{mm}{m-n} \times \frac{AP^2}{2EC} = \frac{mm}{m-n} \times \frac{AP^2}{2CF}$. Car $PC = \frac{AP^2}{2EC}$ à fort peu près & $EC = \frac{m-n}{n} \cdot CF$ (art. 224) .

332. *Corol.* 3. Soit le rayon rompu AT prolongé en G sur la perpendiculaire FG à l'axe , l'aberration latérale $FG = \frac{mm}{nn} \times \frac{AP^2}{2EC^2} = \frac{mm}{m-n} \times \frac{AP^2}{2CF^2}$. Car $FG : TF :: AP : TP$ ou CF ou $\frac{n}{m-n} EC$.

333. *Corol.* 4. Lorsque le demi-diamètre de la convexité, ou la distance du foyer est donnée , les aberrations en longueur sont comme les quarrés & les aberrations latérales comme les cubes des ouvertures linéaires d'une lentille plan-convexe.

PROPOSITION III.

334. Lorsque des rayons parallèles sont réfléchis par une surface sphérique concave ACB , dont le centre est E & dont l'ouverture ACB est fort petite , l'aberration en longueur TF du rayon extrême AT , par rapport au foyer géométrique F , est égale à la moitié du sinus verse CP de la demi-ouverture AC à fort peu près. Fig. 283.

Car si le sinus de réfraction EM devient négatif & égal au sinus d'incidence EN , la réfraction se changera en réflexion , & nous aurons par la prop. précédente , $TF : CP :: mm :$

$n(-m-n) :: nn : -2nn :: 1 : -2$; ou en particulier, par le dernier lemme, le sinus versé CP est à fort peu près égal à la moitié du sinus versé PD de l'arc AD, dont le centre est T & le demi-diamètre TA ou TE, moitié du demi-diamètre de l'arc AC à fort peu près (art. 205). Mais $2TF = 2TE - 2EF = ED - EC = CD$ exactement, ou CP à fort peu près. Donc $TF = \frac{1}{2} CP$ à fort peu près.

335. *Corol. 1.* Nous avons $2TF = CD$ exactement, & c'est l'excès de la sécante ED de l'arc AC sur son rayon EA; puisque l'ang'e au demi-cercle DAE est droit.

336. *Corol. 2.* L'aberration en longueur $TF = \frac{AP^2}{4CE}$. Car $CP = \frac{AP^2}{2CE}$ à fort peu près.

337. *Corol. 3.* L'aberration latérale $FG = \frac{AP^3}{2CE^2}$. Car $FG : FT :: AP : PT$ ou $\frac{1}{2} CE$ à fort peu près.

338. *Corol. 4.* Lorsque le diamètre du miroir concave ou son foyer est donné, les aberrations en longueur sont comme les quarrés, & les latérales comme les cubes des diamètres des ouvertures.

PROPOSITION IV.

339. Lorsque les rayons parallèles de chaque espèce sont rompus par un verre objectif plan-convexe, ou lorsque les rayons de toutes les espèces sont réfléchis par un miroir sphérique concave, le diamètre de chaque cercle d'aberration produit par la sphéricité des figures, est égal à la moitié de l'aberration latérale du rayon extrême dans chacune; & par conséquent il est donné par les propositions précédentes.

Fig. 284.

Soit $aY\tau$ un rayon rompu ou réfléchi, qui coupe l'axe ECT en τ , & soit le rayon extrême ATG qui vient du côté opposé de l'axe en Y. Soit YX perpendiculaire à l'axe, & supposant la ligne ATG fixe, à mesure que le point d'incidence a se meut depuis le sommet C, la perpendiculaire XY croît au commencement, parce que l'angle $C\tau a$ croît conti-

nuellement, & ensuite elle décroît, parce que la ligne $T\tau$ décroît continuellement, & lorsque XY est le plus grand, il est évident que tous les rayons qui tombent sur le même côté de l'axe où est XY , le traverseront. Pour trouver la plus grande quantité, soit le rayon incident qa , qui coupe la corde APB en β , & supposant l'ouverture variable $P\beta = u$, la quantité variable $TX = x$, & les lignes données $PA = a$, $PT = f$, $TF = b$; par les corol. 4. des prop. 2 & 3, l'aberration $F\tau$ est à l'aberration $FT(b) :: a^2$ ou $P\beta^2(uu) :$

$PA^2(aa)$. Donc $F\tau = \frac{uu}{aa}b$ & $TF - F\tau = T\tau = \frac{b}{aa}(aa -$

$uu)$. De plus $PT(f) : PA(a) :: TX(x) : XY = \frac{ax}{f}$

& $aa(u) : \tau$ ou $PT(f) :: XY(\frac{ax}{f}) : X\tau = \frac{ax}{u}$. Donc en-

core $T\tau$ ou $X\tau + XT = \frac{ax}{u} + x = \frac{b}{aa}(aa - uu)$ trouvé ci-

devant, ou $\frac{x}{u}(a+u) = \frac{b}{aa}(a+u)(a-u)$. Donc $x = \frac{b}{aa}u$

$(a-u)$, & par conséquent x ou TX est le plus grand qu'il puisse être, lorsque le rectangle $u(a-u)$ ou $P\beta \times \beta.B$ est le plus grand, c'est-à-dire, lorsque les côtés $P\beta, \beta.B$ sont égaux, ou que $u = \frac{1}{2}a$. Substituez cette valeur de u dans la dernière

équation, & vous aurez la plus grande valeur de $x = \frac{1}{4}b$, ou le

plus grand $TX = \frac{1}{4}TF$, & par conséquent le plus grand $XY =$

$\frac{1}{4}FG$, parce que $TX : XY :: TF : FG$, & cet XY tournant

autour de l'axe PX décrit le cercle d'aberration par où passeront tous les rayons qui tombent sur $AB. C. Q. F. D$

Corol. 1. Donc en supposant que la densité des rayons réfléchis dans le cercle d'aberration est uniforme, elle sera à celle des rayons qui tombent perpendiculairement sur un plan AP , comme toute la surface de la sphère dont le miroir est une portion, est à l'aire d'un cercle dont le diamètre est le sinus

verse PC du petit arc AC, à fort peu près, & d'autant plus exactement, que cet arc sera plus petit; en supposant aussi que tous les rayons incidents sont réfléchis. Car puisque tous les mêmes rayons passent par deux cercles décrits par la révolution des lignes AP & XY autour de EC; leurs densités dans ces cercles sont en raison réciproque des cercles, c'est-à-dire, que la densité des rayons réfléchis est à celle des rayons incidents, comme AP² est à XY² ou $\frac{1}{16} FG^2$, ou $\frac{AP^6}{16 \times 4 CE^4}$ c'est-à-dire, faisant $2 CE = D$, comme $4 D^4 : AP^4$, ou $4 D^4 : PC^4$ (parce que D, AP & PC sont à peu près en proportion continue) ou comme l'aire de quatre grands cercles de la sphère ou toute la surface, est à l'aire d'un cercle dont le diamètre est PC à fort peu près.

Corol. 2. Donc la plus grande densité des rayons réfléchis doit être regardée au foyer F comme un point physique, & elle est incomparablement plus grande que la densité des rayons incidents. Car la proposition devient géométriquement exacte lorsque AP est diminué à l'infini, & que XY arrive à sa limite en F. Et la densité en F est toujours la même, soit qu'un pinceau délié ou un grand pinceau tombe sur le miroir: parce que les rayons extérieurs sont réfléchis loin du foyer F.

Corol. 3. De même, lorsque les rayons tombent parallèles sur le côté plan d'une lentille plan-convexe (en prenant m à n pour la raison du sinus d'incidence plus grand au sinus de réfraction) leur plus grande densité au foyer F est à la densité des rayons incidents, comme toute la surface de la sphère dont la lentille est une portion, est à l'aire d'un cercle dont le diamètre est $\frac{m}{n} PC$, ou dans les verres $\frac{2}{3}$ du sinus verse de la plus petite ouverture de la lentille. Ce qui est immense & suit de l'art. 332.

Corol. 4. Donc la densité des rayons réfléchis ou rompus dans les divers points de l'image d'un objet fort éloigné, est aussi incomparablement plus grande que la densité des rayons incidents de chaque pinceau. Car elle seroit immense, si tous les rayons de chaque pinceau étoient rejetés, excepté ceux qui s'approchent de leurs axes, & ces rayons extérieurs étant

écartés sur les points collatéraux à chaque point de l'image, empêchent l'accroissement de densité des rayons dans toute l'image.

PROPOSITION V.

340. *Le cercle d'aberration produit par la sphéricité de la figure de l'objectif d'un télescope, comparé au cercle d'aberration produit par l'inégale réfrangibilité des rayons, est très-peu de chose.*

Car si l'objectif est plan-convexe, & que son côté plan soit tourné vers l'objet ; si l'on nomme D le diamètre de la sphère Nerv. Opt. p. 83. dont ce verre est une portion & S le demi-diamètre de l'ouverture du verre, & que le sinus d'incidence, en sortant du verre dans l'air, soit au sinus de réfraction comme n à m , les rayons qui viennent parallèles à l'axe du verre, feroient, dans l'endroit où l'image de l'objet est la plus distincte, tous réunis sur un

petit cercle dont le diamètre est $\frac{mm}{nn} \cdot \frac{S^3}{DD}$ à fort peu près, s'ils étoient tous également réfrangibles, par les art. 339 & 332. Par exemple, si le sinus d'incidence n est au sinus de réfraction m comme 20 est à 31, & si D , diamètre de la sphère dont le verre est une portion, est de 100 pieds ou 1200 pouces, & que par conséquent le télescope ait environ 100 pieds de long (art. 224) : si S demi-diamètre de l'ouverture est de 2 pouces,

le diamètre de ce cercle d'aberration, c'est-à-dire $\frac{mm}{nn} \cdot \frac{S^3}{DD}$

fera $\frac{31 \times 31 \times 8}{20 \times 20 \times 1200 \times 1200}$ ou $\frac{961}{72000000}$ parties d'un pouce. Mais

le diamètre du petit cercle où tous ces rayons feroient dispersés par leur inégale réfrangibilité, seroit environ la cinquante cinquième partie de l'ouverture de l'objectif (art. 325) qui est ici de 4 pouces. Et par conséquent l'aberration qui vient de la figure sphérique du verre, est à celle qui vient

de la différente réfrangibilité, comme $\frac{961}{72000000}$ à $\frac{4}{55}$, c'est-à-dire, comme 1 à 5449, & par conséquent étant si peu de

chose, elle ne mérite aucune attention dans la théorie des télescopes. Si l'on suppose que le petit cercle d'aberration qui vient de l'inégale réfrangibilité est 250 fois plus étroit que l'ouverture circulaire de l'objectif, il ne contiendra que l'orangé & le jaune, & laissera passer les autres couleurs plus foibles & plus obscures (art. 326), de manière qu'à peine elles affecteront les yeux; cependant même dans ce cas, l'aberration de la figure sphérique ne sera à celle qui est produite par l'inégale réfrangibilité dans un télescope de 100 pieds, que comme $\frac{961}{72000000}$ à $\frac{4}{250}$ ou comme 1 à 1200, ce qui prouve assez la proposition.

341. *Corol. 1.* Si les distances des foyers & les ouvertures d'un miroir concave & d'un verre plan-convexe sont les mêmes, le diamètre du cercle d'aberration, produit par leurs figures, sera environ 30 fois moindre dans le miroir que dans le verre.

Car ces diamètres sont $\frac{AP'}{16.CF^2}$ & $\frac{mm}{(m-n)^2} \times \frac{AP'}{4.CF^2}$ par les art.

339, 337 & 332, & par conséquent comme $\frac{1}{4}$ à $\frac{mm}{(m-n)^2}$ ou

$\frac{31.31}{11.11}$. Donc si la longueur de chaque télescope est de 100

pieds, les aberrations latérales dans le miroir seront 30x5449 ou 163470 fois moindres que les aberrations latérales produites dans le verre par l'inégale réfrangibilité.

342. *Corol. 2.* Le nombre des pinceaux dont quelques rayons sont mêlés ensemble dans une peinture confuse, est comme l'aire du cercle d'aberration dans chaque pinceau; & par conséquent le mélange des rayons de différents pinceaux, produit par la sphéricité de la figure d'un objectif, s'ils étoient tous également réfrangibles, seroit à leur mélange produit par leur inégale réfrangibilité, comme 1 à 5449×5449 ou 29691601 dans le cas présent. Car si l'on conçoit que chaque point de la peinture confuse est le centre d'un cercle d'aberration, il est évident que tous les autres cercles égaux d'aberration, dont les centres tombent sur le premier cercle, couvriront son centre, c'est-à-dire, que quelques rayons d'autant de pinceaux qu'il

Il y a de points dans le cercle, seront mêlés dans ce cercle, ou ce qui revient au même, le nombre des pinceaux mêlés dans ce centre, fera comme l'aire du cercle d'aberration.

R E M A R Q U E.

J'ai emprunté la première & la quatrième propositions de ce chapitre des Leçons d'Optique de *Newton*, part. 1, sect. 4, où la seconde proposition est démontrée par la méthode des suites infinies.

C H A P I T R E VII.

Un télescope de réfraction ou de réflexion étant donné, dont l'ouverture & l'oculaire sont connus par expérience, déterminer la longueur, l'ouverture & l'oculaire d'un autre télescope, par où un objet paroîtra aussi brillant & distinct que dans le télescope donné, & autant grossi qu'on peut le souhaiter ?

P R O P O S I T I O N I.

343. *D*Ans toutes sortes de télescopes & de doubles microscopes la confusion apparente d'un objet donné est en raison directe de l'aire d'un cercle d'aberration dans le foyer de l'objectif, & en raison inverse du quarré de la distance du foyer de l'oculaire.

Car dans la vision à l'œil nud ou à travers les verres, la confusion apparente d'un objet donné, est comme l'aire du cercle d'aberration dans la peinture qui se fait sur la rétine; parce que chaque point sensible de la rétine étant le centre d'un cercle d'aberration, est tout à la fois affecté par le mélange des rayons d'autant de différents pinceaux, qu'il y a de points sensibles dans l'aire de ce cercle (art. 342), & ainsi il porte tout à la fois à l'esprit une sensation mêlée ou confuse du même nombre de points visibles de l'objet, d'où coulent tous ces pinceaux; & ce nombre de points est comme la grandeur de l'aire du cercle d'aberration, quelle que soit

la grandeur d'un point sensible de la rétine. Mais dans la vision par les télescopes, le diamètre du cercle d'aberration dans la peinture qui se fait sur la rétine, est comme la grandeur apparente du diamètre du cercle correspondant d'aberration dans le foyer commun des verres (art. 91), c'est-à-dire, comme l'angle soutendu par ce diamètre au centre de l'oculaire (art. 120) ou en raison directe de ce diamètre & en raison inverse de la distance du foyer de l'oculaire (art. 212), & ainsi l'aire de ce cercle d'aberration sur la rétine, est directement comme l'aire du cercle correspondant d'aberration dans le foyer de l'objectif & réciproquement comme le quarré de la distance du foyer de l'oculaire.

344. *Corol.* Dans toutes sortes de télescopes & de doubles microscopes, un objet donné paroît avec une distinction égale, lorsque les distances des foyers des oculaires sont comme les diamètres des cercles d'aberration dans le foyer des objectifs.

345. On ne fait pas ici attention à l'altération dans la confusion qui vient de l'aberration produite par les oculaires, comme étant peu de chose. On ne considère que la confusion des points de l'image qui sont fort proches de l'axe du télescope. Car si ce point étoit parfaitement distinct, les rayons qui en viennent, sortiroient de l'oculaire en lignes parallèles sans erreur sensible, parce que la largeur de ce cylindre de rayons est extraordinairement petite en comparaison de celle du verre, étant en proportion à la largeur de l'ouverture de l'objectif comme les distances de leurs foyers, & les réfractions à une distance aussi petite de l'axe sont suffisamment exactes & régulières. C'est la largeur de l'ouverture de l'objectif & la distance de son foyer qui causent l'irrégularité de ses réfractions : ajoutez à cela que les rayons différemment réfrangibles ne peuvent pas se séparer suffisamment dans une distance aussi courte que celle de l'oculaire à l'œil. Outre cela nous trouvons par expérience que les objets & les images distinctes en elles-mêmes, paroissent suffisamment distinctes à travers de fort petits oculaires, lorsque leurs ouvertures sont petites. Cette remarque sera mieux éclaircie dans le chapitre 11^e où nous traiterons plus à fond cette matière.

PROPOSITION

P R O P O S I T I O N II.

346. *Dans les télescopes de réfraction la confusion apparente d'un objet donné, est en raison directe de l'aire de l'ouverture de l'objectif & en raison inverse du quarré de la distance du foyer de l'oculaire.*

Cela suit de la prop. 1. parce que l'aire du cercle d'aberration au foyer de l'objectif, est comme l'aire de son ouverture (art. 324), & parce que les aberrations qui viennent de l'oculaire (art. 345), & de la sphéricité de la figure, sont toutes deux peu considérables (art. 340).

347. *Corol.* Dans les télescopes de réfraction un objet donné paroît également distinct, lorsque les diamètres des ouvertures de leurs objectifs sont comme les distances des foyers de leurs oculaires.

P R O P O S I T I O N III.

348. *Dans toutes sortes de télescopes & de doubles microscopes, la clarté apparente d'un objet donné est en raison directe du quarré de leurs ouvertures linéaires, & en raison inverse du quarré de leurs amplifications linéaires.*

Car si les quarrés des amplifications linéaires, c'est-à-dire, si les aires des peintures sur la rétine étoient les mêmes, leurs clartés seroient comme les quantités de lumière qui viennent par les aires des ouvertures, c'est-à-dire, comme les quarrés des ouvertures linéaires; & si les ouvertures ou les quantités de lumière sont les mêmes, la clarté des peintures sera en raison inverse des aires de ces peintures ou des quarrés de leurs amplifications linéaires. Donc si les ouvertures & les amplifications ne sont pas les mêmes, la clarté sera en raison directe du quarré des ouvertures linéaires & en raison inverse du quarré des amplifications linéaires. C. Q. F. D.

349. *Corol.* 1. Donc dans les télescopes de réfraction & de réflexion un objet donné paroît également brillant, lorsque leurs ouvertures linéaires sont comme leurs amplifications

linéaires, c'est-à-dire, en raison directe des distances de foyer des objectifs & en raison inverse des distances de foyer des oculaires.

350. *Corol.* 2. Si la largeur de l'ouverture d'un objectif donné, & la distance du foyer de l'oculaire sont augmentées chacune en raison donnée, la distinction restera la même qu'auparavant (art. 347), & les amplifications linéaires diminueront en même raison (art. 120), mais la clarté apparente augmentera en raison quadruplée de la première raison par cette proposition & au contraire.

351. *Hughens* remarque que les mêmes degrés de distinction que l'on a démontrés ici, ne s'accordent pas exactement avec l'expérience, comme il l'a trouvé en observant le même objet avec différents télescopes, ou par le même télescope avec différentes ouvertures; & qu'avec une plus grande ouverture, l'objet ne paroît pas tout à fait si distinct qu'avec la petite. Il a trouvé aussi qu'en observant des objets de différentes clartés par la même ouverture, la confusion apparente de l'objet plus brillant étoit un peu plus grande que celle de l'objet plus obscur, & que par conséquent l'ouverture préparée pour les planètes plus obscures devoit être un peu plus grande que pour celles qui sont plus claires.

P R O P O S I T I O N I V.

352. *Dans les télescopes de réflexion, la confusion apparente d'un objet donné est directement comme la sixième puissance du diamètre de l'ouverture du miroir objectif, & réciproquement comme la quatrième puissance de la distance de son foyer, & encore réciproquement comme le quarré de la distance du foyer de l'oculaire.*

Car l'aire d'un cercle d'aberration dans le foyer du miroir objectif, est en raison directe de la sixième puissance de son ouverture linéaire & en raison inverse de la quatrième puissance de la distance de son foyer (art. 339, 337), & par conséquent la confusion apparente de l'objet est en raison directe de la sixième puissance de l'ouverture linéaire, en

raison inverse de la quatrième puissance de la distance du foyer du miroir objectif & du carré de la distance du foyer de l'oculaire (art. 343). C. Q. F. D.

353. *Corol.* Dans les télescopes de réflexion un objet donné paroît également distinct, lorsque les cubes des ouvertures linéaires des miroirs objectifs, sont comme les solides dont les bases sont les carrés des distances des foyers des objectifs, & dont les hauteurs sont les distances des foyers des oculaires; ou lorsque les distances des foyers des oculaires sont comme les cubes des ouvertures linéaires des miroirs objectifs appliqués aux carrés des distances de leurs foyers.

P R O P O S I T I O N. V.

354. *Dans les télescopes de réfraction de différentes longueurs, un objet donné paroît également brillant & distinct, lorsque leurs ouvertures linéaires & les distances des foyers de leurs oculaires sont chacune en raison sousdoublée de leurs longueurs ou des distances des foyers de leurs objectifs; & alors leurs amplifications linéaires sont aussi en raison sous doublée de leurs longueurs.*

Car pour faire paroître un objet également brillant, il faut que le rectangle sous l'ouverture linéaire & sous la distance du foyer de l'oculaire soit comme la longueur du télescope (art. 349), & pour le faire paroître également distinct, il faut que l'ouverture linéaire soit comme la distance du foyer de l'oculaire (art. 347), & par conséquent pour produire ces deux effets en même tems, le carré de l'ouverture linéaire & le carré de la distance du foyer de l'oculaire, doivent être (comme le rectangle sous chacun ou) comme la longueur du télescope. Donc l'ouverture linéaire & la distance du foyer de l'oculaire doivent être comme la racine quarrée de cette longueur. Mais l'amplification linéaire est comme l'ouverture linéaire, ou par cette démonstration, comme la racine quarrée de la longueur du télescope. C. Q. F. D.

355. Le télescope d'*Hughens* de 30 pieds de long, ou de 360 pouces, supporte une ouverture dont la largeur est de 3 pouces, & un oculaire dont la distance au foyer est de 3 pouces &

3 dixièmes. D'où il a conclu la table suivante des ouvertures, & des oculaires pour les autres télescopes, qu'il a calculée par la règle suivante.

Multipliez par 3000 le nombre des pieds de la distance du foyer d'un objectif proposé, & la raison quarrée du produit vous donnera la largeur de son ouverture en centièmes de pouce. La même largeur de cette ouverture augmentée d'un dixième d'elle même, donnera la distance du foyer de l'oculaire en centièmes de pouce; & l'amplification sera comme la largeur de l'ouverture; & effet comme le télescope fondamental a 30 pieds pour le foyer de son objectif, soit F le nombre des pieds de tout autre foyer; on aura par la proposition $\sqrt{30} : \sqrt{F} ::$ l'ouverture fondamentale de 3 pouces ou 300 centièmes ou $\sqrt{300 \times 300}$: à l'ouverture requise, qui sera par conséquent $\sqrt{3000F}$ en centièmes de pouce. La distance du foyer de l'oculaire de ce télescope fondamental est $3 \frac{1}{10}$ pouces, c'est-à-dire, un dixième plus que la largeur de l'objectif; donc la distance du foyer du nouvel oculaire sera un dixième plus que l'ouverture linéaire du nouvel objectif, par la dernière proposition.

356. Il donne aussi les règles suivantes pour appliquer ces télescopes à toutes sortes d'objets vus le jour ou la nuit. Elles sont proportionnées dans la table suivante aux observations astronomiques, & par conséquent elles demandent plus de lumière, lorsqu'on s'en sert pendant le jour. Car lorsque l'œil est frappé par la clarté du jour, les objets qui pendant la nuit étoient assez clairs, paroissent obscurs dans ces télescopes. C'est pourquoi, (dit *Hughens*) lorsque j'employois ces télescopes pour observer des objets pendant le jour, je trouvois par expérience qu'il falloit changer leurs oculaires, & y en employer d'autres dont les distances au foyer soient doubles. Par ce moyen la clarté apparente devient quadruple, parce que les images au fond de l'œil sont diminuées en même proportion (art. 120). Car comme l'ouverture reste la même, la quantité de lumière subsiste aussi, & par conséquent elle éclaire d'autant plus un moindre espace. Mais si l'on augmentoit l'ouverture sans changer l'oculaire, la clarté en augmenteroit beaucoup, mais alors le nuage qui vient d'une plus grande

aberration seroit trop grand, & par conséquent ce remède est inutile.

357. On peut cependant faire cette question : puisqu'en substituant un oculaire d'un plus long foyer, la confusion apparente qu'on a examinée jusqu'ici se trouve diminuée, pourquoi ne pourroit-on pas augmenter tellement l'ouverture de l'objectif qu'on parvint au même degré de confusion qui convient à un télescope réglé par la table ? Car par là on gagne plus de lumière & la distinction n'en est pas altérée (art. 350). La réponse à cela est celle que j'ai insinuée ci-devant (art. 351), c'est que le nuage qui vient de l'aberration de *Newton*, quoique le même en quantité, est plus sensible à proportion de la clarté de l'image. Car la clarté du nuage croît dans le même tems, & l'on voit par expérience qu'aussitôt qu'on augmente les ouvertures de ces télescopes de jour, le nuage qui vient des aberrations d'un objet plus brillant, l'obscurcit & le trouble. Il ne faut donc pas toucher aux ouvertures.

358. On peut encore demander si un télescope destiné à observer Saturne, est employé à la Lune, qui est 100 fois plus brillante (j'entends en chacune de ses parties égales, & non pas dans le total, comme étant dix fois plus proche du Soleil) on peut, dis-je, demander si l'on ne doit pas diminuer en même proportion la largeur de l'ouverture & la distance du foyer de l'oculaire pour que les régions de la Lune ne soient pas plus brillantes que celles de Saturne, mais beaucoup plus grandes en apparence qu'auparavant. Par exemple, dans un télescope de 30 pieds, si l'on réduit son ouverture à $\sqrt{\frac{2}{10}}$ d'un pouce, qui est un peu moins que ($\sqrt{\frac{2}{9}}$ ou) un tiers de la première, & si l'on diminue aussi la distance du foyer de l'oculaire en même proportion ; la proportion de la clarté apparente dans ces deux télescopes, l'objet étant le même, sera quadruplée de 3 à $\sqrt{\frac{2}{10}}$ (art. 350), c'est-à-dire, comme 100 à 1, & puisque les régions de la Lune sont 100 fois plus brillantes en elles-mêmes que celle de Saturne, la Lune paroîtra dans ce télescope plus obscur précisément aussi brillante que Saturne dans le télescope plus clair ; de sorte que cette réduction de l'ouverture & de l'oculaire paroît fort avantageuse ; mais dans le fond, c'est tout le contraire, & cela pour deux raisons.

Premièrement, parce que les petites parties de la Lune peuvent mieux se discerner, lorsque toute la lumière reste dans le télescope, que lorsqu'elle est réduite à un centième, quoique ce ne soit pas en même proportion.

En second lieu lorsque l'ouverture est trop petite, les lignes extérieures qui environnent les peintures dans l'œil deviennent confuses; ce que l'on doit éviter avec soin & prendre garde aux limites de cette confusion. Il est certain qu'à mesure que l'ouverture est resserrée, les pinceaux plus déliés ou cylindres de rayons qui sortent de l'oculaire pour venir dans l'œil, sont aussi resserrés en même proportion. Si donc la largeur de l'un de ces pinceaux est moindre que $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{3}$ d'une ligne, c'est-à-dire, moindre que $\frac{1}{60}$ ou $\frac{1}{72}$ d'un pouce, les lignes extérieures des peintures seront effacées, par quelque raison inconnue, dans le fond de l'œil; on ne sçait pas si c'est dans la choroïde, ou dans la rétine, ou dans les humeurs. Car si l'on regarde par un trou dans une platine mince, & que ce trou soit moins large que $\frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{3}$ d'une ligne, les extrémités commenceront à paroître confuses, & cela d'autant plus que le trou sera plus étroit. Or on peut démontrer aisément que dans le télescope dont on vient de parler, le cylindre des rayons est trop mince. Car en ajoutant $\frac{1}{10}$ de l'ouverture à elle-même (art. 355), la distance du foyer de l'oculaire devient $\sqrt{\frac{2}{10}} + \frac{1}{10} \sqrt{\frac{2}{10}}$, c'est-à-dire, $\frac{11}{10} \sqrt{\frac{2}{10}}$ d'un pouce, & par les triangles semblables (voyez la fig. 61) soutendus au foyer commun q par l'ouverture & par le cylindre requis, on aura, comme la distance Lq du foyer de l'objectif est à la distance qE du foyer de l'oculaire, ainsi la largeur de l'ouverture $2LK$ est à la largeur du cylindre $2qr$, c'est-à-dire, comme 30 pieds ou 360 pouces : $\frac{10}{11} \sqrt{\frac{2}{10}} :: \sqrt{\frac{2}{10}} : \frac{11}{4000}$ pouces ou environ $\frac{1}{360}$ de ligne; ce qui est beaucoup moins que $\frac{1}{2}$. Mais dans le télescope réglé par la table, on a $360 : 3 \frac{1}{10} :: 3 : \frac{11}{400}$ ou environ $\frac{1}{2}$ d'une ligne pour la largeur de ce cylindre. Cela fait voir que la largeur de l'ouverture & la distance du foyer de l'oculaire ne peuvent pas être diminuées de plus de $\frac{1}{2}$ de leur quantité. Car même alors la largeur du cylindre qui entre dans l'œil, n'excede pas beaucoup $\frac{1}{2}$ d'une ligne. On doit dire la même chose des télescopes de toutes les longueurs marqués

dans la table, la largeur de ce cylindre étant par-tout la même. Car par la précédente proportion, il est égal à la largeur de l'ouverture multipliée par la distance du foyer de l'oculaire, & divisée par la distance du foyer de l'objectif, & par conséquent il est en raison directe de l'ouverture linéaire & en raison inverse de l'amplification linéaire, & ces deux raisons doivent former une raison d'égalité pour conserver la même clarté apparente, par l'art. 349.

359. Ainsi quoique l'un de ces télescopes destinés à Saturne soit appliqué à Venus qui est 225 fois plus brillante, puisqu'elle est 15 fois plus proche du Soleil, on ne doit pas cependant en retrécir l'ouverture de plus d'un tiers; & s'il reste encore trop de lumière, il faut la diminuer en obscurcissant l'oculaire par la fumée d'une chandelle. Car un trop grand resserrement de l'ouverture est nuisible par une autre raison, c'est que toutes les petites veines & bulles de l'oculaire deviennent plus sensibles, en interceptant une trop grande partie de ces petits cylindres dont on a parlé, & par conséquent elles interceptent les particules de l'objet.

360. Il suit de tout cela, qu'on peut allonger les télescopes à volonté avec succès selon les loix prescrites par la table, puisque non-seulement la clarté & la distinction restent les mêmes, mais aussi la largeur des pinceaux qui entrent dans l'œil. Enfin pour observer les plus petites étoiles, & surtout les satellites de Jupiter & de Saturne, le meilleur moyen est d'augmenter beaucoup, tant l'ouverture que la distance du foyer de l'oculaire. Car puisqu'ils ne paroissent que comme des points, même dans le télescope, on ne gagne rien en s'efforçant d'augmenter leurs diamètres; mais on doit augmenter leur éclat autant qu'il est possible, & c'est ce que l'on fait principalement en augmentant l'ouverture. Si l'on en double la largeur, la lumière que l'on en recevra en deviendra quadruple, & en doublant alors la distance du foyer de l'oculaire, l'objet sera aussi distinct qu'auparavant (art. 347). Cependant la clarté n'en devient pas 16 fois plus grande, comme on pourroit le conclure du corol. 2. prop. 3, mais seulement 4 fois; parce que comme je l'ai dit, la peinture de l'astre sur la rétine n'est qu'un point sensible, dont l'éclat ne peut pas par conséquent augmenter

par la diminution de sa largeur, mais seulement par l'addition d'une nouvelle lumière. Le cas est différent, lorsqu'on observe la Lune & les planetes principales avec le même télescope, car leurs différentes parties reçoivent 16 fois plus de lumière qu'auparavant. Ainsi en vuidant les ouvertures, on augmente beaucoup la force du télescope pour découvrir les petites étoiles & les satellites de Saturne; tellement qu'avec un télescope de 30 pieds dont l'ouverture est de 6 pouces, ou double de l'ordinaire, on peut les découvrir aussi bien qu'avec un autre de 120 pieds, dont l'ouverture, selon la table, est aussi de 6 pouces. Telles sont les remarques de Mr. *Hughens*.

PROPOSITION VI.

361. *Dans les télescopes de réflexion de différentes longueurs, un objet donné paroît également brillant & distinct, lorsque leurs ouvertures linéaires & leurs amplifications linéaires sont comme les racines quarré-quarrées de leurs longueurs, & par conséquent lorsque les distances des foyers de leurs oculaires sont aussi comme les racines quarré-quarrées de leurs longueurs.*

Soit O l'ouverture linéaire d'un miroir concave de réflexion, L la longueur du télescope ou la distance du foyer de ce miroir, F la distance du foyer de l'oculaire. Lorsque la distinction est donnée, O est comme $F L L$ (art. 353), & lorsque la clarté est donnée, l'amplification ou $\frac{L}{F}$ est comme O (art. 249), c'est-à-dire F comme $\frac{L}{O}$. Donc si la distinction & la clarté sont toutes deux données, O est comme $\frac{L'}{O}$, ou O' comme L', ou O comme $\sqrt[4]{L'}$. Mais l'amplification $\frac{L}{F}$ est comme O, c'est-à-dire, comme $\sqrt[4]{L'}$; donc F est comme $\frac{\sqrt[4]{L'}}{\sqrt[4]{L}}$ ou $\sqrt[4]{L}$ C. Q. F. D.

362. Dans le télescope de réflexion qui a été construit & décrit par Jean *Hadley* Ecuyer de la Soc. Roy. de Londres dans

dans les transactions philosophiques n°. 376 & 378, $L = 62 \frac{1}{2}$ pouces, $F = \frac{1}{2}$ ou $\frac{1}{10}$ ou $\frac{11}{40}$ d'un pouce ; car il y emploie trois oculaires & autant d'ouvertures différentes pour le miroir de réflexion, dont les largeurs sont $4 \frac{1}{2}$, 5, $5 \frac{1}{2}$ pouces. Donc les amplifications linéaires ou $\frac{L}{F}$ sont $187 \frac{1}{2}$, $208 \frac{1}{2}$, $227 \frac{1}{11}$ respectivement. En prenant l'oculaire moyen & l'ouverture pour principe, on a calculé la table suivante pour les autres télescopes selon cette règle. Soit L le nombre des pouces qui composent la longueur d'un télescope, la distance du foyer de son oculaire sera $60 \sqrt[4]{10L}$ en millièmes d'un pouce. Le quotient de L divisé par $60 \sqrt[4]{10L}$ ou F donne l'amplification (art. 125), ce qui étant multiplié par 24 donne toujours l'ouverture linéaire en millièmes de pouce. En effet par la proposition $\sqrt[4]{L}$ est comme F , c'est-à-dire $\sqrt[4]{62 \frac{1}{2}}$ ou $\sqrt[4]{\frac{125}{2}}$ ou $\sqrt[4]{\frac{625}{10}}$ ou $5 \sqrt[4]{\frac{5}{10}}$ est à $\sqrt[4]{L}$ comme $\frac{5}{10}$ ou 300 millièmes dans l'oculaire donné est aux millièmes de l'oculaire correspondant ou de $F = 60 \sqrt[4]{10L}$, & l'ouverture étant comme l'amplification par la proposition, on dira, comme l'amplification donnée ou $208 \frac{1}{2}$ est à $\frac{L}{F}$, amplification trouvée, ainsi 5 pouces, ouverture donnée, est à l'ouverture requise $\frac{5}{208 \frac{1}{2}} \times \frac{L}{F} = \frac{24}{208 \frac{1}{2}} \times \frac{L}{F}$ pouces.

363. Si ce n'étoit à cause de l'inégale réfrangibilité des rayons, les télescopes de réfraction, quoique plus longs que ceux-ci (art. 341) seroient également proportionnés par cette règle (art. 333 & 338) ; ce qui ne s'accordant pas avec l'expérience, est une nouvelle preuve que l'aberration occasionnée par la sphéricité de la figure est peu de chose en comparaison des autres aberrations qui viennent de l'inégale réfrangibilité des rayons.

364. *Télescopes de Réfraction.**Télescopes de Réflexion.*

Longueur du télescope ou foyer de l'objectif.	Ouverture linéaire de l'objectif.	Distance du foyer de l'oculaire.	Amplifica- tion linéaire ou force du télescope pour grossir.
Pieds.	Pouc. & dec.	Pouc. & dec.	
1	0, 35	0, 61	20
2	0, 77	0, 85	28
3	0, 95	1, 05	34
4	1, 09	1, 20	40
5	1, 23	1, 35	44
6	1, 34	1, 47	49
7	1, 45	1, 60	53
8	1, 55	1, 71	56
9	1, 64	1, 80	60
10	1, 73	1, 90	63
13	1, 97	2, 17	72
15	2, 12	2, 32	77
20	2, 45	2, 70	89
25	2, 74	3, 01	100
30	3, 00	3, 30	109
35	3, 24	3, 56	118
40	3, 46	3, 81	126
45	3, 67	4, 04	133
50	3, 87	4, 26	141
55	4, 06	4, 47	148
60	4, 24	4, 66	154
70	4, 58	5, 04	166
80	4, 90	5, 39	178
90	5, 20	5, 72	189
100	5, 48	6, 03	199
120	6, 00	6, 60	228
140	6, 48	7, 13	235
160	6, 93	7, 62	252
180	7, 37	8, 09	267
200	7, 75	8, 53	281
220	8, 12	8, 93	295
240	8, 48	9, 32	308
260	8, 83	9, 71	321
280	9, 16	10, 08	333
300	9, 49	10, 44	345
400	10, 95	12, 05	398
500	12, 25	13, 47	445
600	13, 42	14, 76	488

Longueur du télescope ou foyer du miroir.	Distance du foyer de l'oculaire.	Amplifica- tion linéaire ou force pour grossir.	Ouverture linéaire du miroir con- cave.
Pieds.	Pouc. Mil.		Pouc. Mil.
1	0, 167	36	0, 864
1	0, 199	60	1, 440
2	0, 236	102	2, 448
3	0, 261	138	3, 312
4	0, 281	171	4, 104
5	0, 297	202	4, 848
6	0, 311	232	5, 568
7	0, 323	260	6, 240
8	0, 334	287	6, 888
9	0, 344	314	7, 536
10	0, 353	340	8, 160
11	0, 362	365	8, 760
12	0, 367	390	9, 360
13	0, 377	414	9, 936
14	0, 384	437	10, 488
15	0, 391	460	11, 040
16	0, 397	483	11, 592
17	0, 403	506	12, 143

365. Les proportions de la table d'*Hughens* ont été faites sur le pied du Rhin qui est au pied d'Angleterre comme 139 est à 135, de sorte qu'on doit diminuer les ouvertures, les oculaires & les amplifications linéaires en raison sous doublée des mêmes nombres par l'art. 354 pour les réduire aux pieds d'Angleterre.

Outre cela cette table a été calculée sur un objectif moins parfait que ceux que l'on fait aujourd'hui ; car *Hughens* lui-même dans son *Astrocopie* parle d'un objectif de 34 pieds de foyer qui dans les observations astronomiques supporte un oculaire de $2\frac{1}{2}$ pouces de foyer, & qui par conséquent grossit 163 fois. Selon ce modèle un télescope de 35 pieds doit grossir 166 fois, & celui d'un pied, 28 fois, au lieu que la table ne donne que 118 fois au premier & 20 au second. Or $\frac{166}{118}$ ou $\frac{83}{59} = 1,4$, par où multipliant tous les nombres de la colonne des amplifications, on aura une nouvelle colonne pour les objectifs aussi parfaits que celui-ci.

Quant aux nouvelles ouvertures & foyers des oculaires, on leur doit donner la même proportion que dans la table, & l'on aura le foyer de l'oculaire en divisant la longueur de chaque télescope par son amplification. Ce qui donnera une nouvelle table aisée à calculer sur ce télescope ou sur un autre plus parfait s'il se présente.

R E M A R Q U E S.

1. Pour démontrer l'excellence des télescopes de réflexion, j'ajouterai que sur une comparaison exacte faite par Mr. *Bradley*, professeur d'astronomie, & le feu Dr. *Pound*, du télescope de Mr. *Hadley*, dont la distance au foyer n'est pas tout à fait de 5 pieds, avec l'objectif d'*Hughens*, dont la distance au foyer est de 123 pieds, on a trouvé que le premier grossissoit les objets autant que le second, & les représentoit aussi distinctement, quoique pas tout à fait aussi clairs & aussi brillants ; ce qu'ils attribuerent en partie à la différence des ouvertures (celle du télescope d'*Hughens* étant un peu plus grande), & en partie à diverses petites taches qui se trouvoient dans la surface concave du métal objectif qui ne fut pas susceptible d'un assez bon poli. Mais malgré cette différence de clarté dans les objets, ils virent avec ce télescope de réflexion tout ce qu'ils avoient découvert avec celui d'*Hughens*, & en particulier les passages des Satellites de *Jupiter*, & leurs ombres sur le disque de *Jupiter*, la bande noire dans l'anneau de *Saturne* (qui prouve

Sur les art.
364, 365.
Effet admirable des télescopes de réflexion.

que cet anneau est double), & le bord de l'ombre de *Saturne* sur son anneau (Voyez fig. IV. *Transf. phil.* n°. 376), & enfin les cinq Satellites de *Saturne* ; & dans ces observations , ce télescope eût cet avantage sur celui d'*Hugens*, lorsqu'on en fit la comparaison , en été , que le télescope d'*Hugens* n'ayant point de tube , le crépuscule les empêcha d'y voir quelques-uns de ces petits objets , qu'ils voyoient distinctement dans le même tems avec le télescope de réflexion. Le Dr. *Pound* envoya ce détail au Dr. *Jurin* , *Transf. phil.* n°. 378.

2. Malgré cet effet admirable du télescope de Mr. *Hadley* , qui grossissoit de 228 à 230 fois , je suis bien assuré que Mr. *Hauksbée* a porté un métal objectif de 3 pieds $\frac{1}{2}$ de foyer à une si grande perfection , qu'il grossissoit 226 fois , & par conséquent il n'est guères inférieur à celui de Mr. *Hadley* de 5 pieds $2\frac{1}{2}$ pouces de foyer ; puisque avec le même oculaire qui lui donne cette force , on y voyoit non-seulement les petites parties de la nouvelle Lune excessivement distinctes , mais encore les bandes de Jupiter , & la ligne noire ou division de l'anneau de *Saturne*. Pour ces derniers objets , il a une ouverture de 3 $\frac{1}{2}$ ou 4 pouces ; & dans un tems couvert il représente mieux les objets terrestres , lorsque toute la surface du miroir est découverte , sa largeur étant 4 $\frac{1}{2}$ pouces.

J'ai calculé ma table de la force des télescopes de réflexion sur le modèle de celui de Mr. *Hadley* en y employant son oculaire moyen & son ouverture moyenne , long tems avant qu'on m'eût parlé de celui de Mr. *Hauksbée*. Mais si l'on prend celui là pour un nouveau modèle , il suit de l'art. 361 , qu'un miroir d'un pied de foyer doit grossir 93 fois , au lieu que notre table ne lui donne que 60. Or $\frac{93}{60} = 1,55$, & la colonne donnée de la force pour grossir étant multipliée par ce nombre , donne une nouvelle colonne , qui fait voir combien les télescopes doivent grossir si on les porte à la perfection de celui de Mr. *Hauksbée*. Et ainsi on peut aisément construire une nouvelle table sur ce modèle , ou sur tout autre plus parfait ; en prenant aussi de nouveaux oculaires & ouvertures en même raison que les anciens dans la table actuelle.

Trouver par
expérience
combien un
télescope
grossit.

3. Mr. *Hauksbée* détermina la force de son télescope par l'expérience suivante qu'il fit avec Mr. *Folkes* & le Dr. *Jurin*. Ayant attaché à une muraille un cercle de papier d'un pouce de diamètre , à la distance de 2674 pouces depuis l'oculaire du télescope , ils le regardèrent d'un oeil dans le télescope , pendant qu'avec l'autre oeil nud , ils regardoient deux lignes parallèles , tracées sur un papier , & éloignées entr'elles de 12 pouces , en les approchant ou les éloignant par degrés jusqu'à ce qu'elles parurent toucher les deux points opposés du cercle vu dans le télescope , & alors ils trouverent la distance perpendiculaire des lignes à l'œil de 143 pouces. Le télescope étant de la forme de ceux de *Newton* ; l'observateur étoit obligé d'incliner la tête & le col dans une posture presque horizontale & parallèle à la longueur du tube , afin que l'œil nud pût voir les deux lignes qui en coupoient le côté inférieur.

Dans cette position des objets , l'angle formé à l'œil par les rayons qui venoient des extrémités du diamètre du cercle d'un pouce , étoit égal à l'angle formé dans l'autre oeil par l'intervalle de 12 pouces des lignes parallèles ; & par conséquent la raison de cet angle à celui qui est compris par le même cercle dans l'œil nud à la distance de 2674 pouces , est la

force du télescope pour grossir ; laquelle est composée de la raison directe des cordes de ces angles , & de la raison inverse des distances de ces cordes à l'œil , c'est-à-dire , de 12 à 1 , & de 2674 à 142 , ce qui donne la raison de 226 à 1 à fort peu près.

4. En supposant qu'on eût placé un plus grand cercle de papier à une si grande distance , que sa peinture eût été formée par le miroir dans son principal foyer , le télescope l'auroit plus grossi que notre cercle d'un ponce , dans la raison de la distance de ce dernier cercle au principal foyer , à sa distance au centre de la sphère du miroir , parce que le diamètre de l'image du cercle plus éloigné auroit été plus grand , en cette raison , que celui de notre cercle d'un ponce , en supposant que ces cercles comprennent le même angle au centre du miroir. Mais cette raison dans l'expérience présente étant seulement de 2674 à 2671 , ne donne qu'une augmentation insensible à la force déjà trouvée.

5. Si l'on craint encore que cette expérience ne soit pas assez exacte , à cause que les peintures des objets sur les deux rétines des yeux de l'observateur , pourroient bien n'être pas égales ; je vais démontrer que les inégalités de cette espèce ne peuvent pas affoiblir notre conclusion. Car si l'on voit des deux yeux un objet rectiligne , & que l'angle visuel dans l'un des yeux soit aussi compris par quelque objet plus proche ; il est clair que les peintures des deux objets dans cet œil seul , seront exactement égales entr'elles , quelque différentes qu'elles soient de celle de l'objet plus éloigné qui se fait dans l'autre œil. Et l'objet plus proche couvrira alors en apparence l'objet plus éloigné. Mais si la grandeur ou la distance de l'objet le plus proche est tellement altérée , qu'elle change l'angle visuel & la peinture sur la rétine , on s'en appercevra nécessairement par une altération de la grandeur apparente de cet objet. Lorsque donc les grandeurs apparentes de deux objets sont égales , les angles visuels sont aussi égaux , soit que les peintures sur les deux rétines soient égales ou non. Je crois qu'il est assez aisé de faire l'application de cette hypothèse à l'expérience du télescope.

6. Nous avons par là un moyen aisé & exact d'examiner la bonté d'un télescope de quelque espèce qu'il soit. Il faut lui donner le moindre oculaire qui puisse suffire à découvrir la nouvelle Lune , ou plutôt Jupiter & Saturne avec assez de lumière & de distinction , lorsque l'air est pur & tranquille. Alors on verra par la méthode précédente combien il grossit , & par là on saura combien il approche de la perfection des modèles. Si différents télescopes de la même espèce ont à fort peu près la même longueur , ou la même force pour grossir , quoique de différente espèce , les meilleurs dans leur genre sont ceux avec lesquels on peut lire un caractère donné à une plus grande distance. Si l'on donne au public les expériences de cette espèce , elles seront très-utiles à ceux qui acherent des télescopes , & elles exciteront les ouvriers à se surpasser les uns les autres ; en voici quelques-unes dans la remarque suivante.

7. La méthode de faire des télescopes avec des miroirs de verre étamés a été fort recommandée par *Newton* , & mise depuis peu en exécution avec un grand succès à *Edimbourg* , comme on le voit par l'extrait suivant d'une lettre de Mr. *Maclaurin* qui étoit Professeur des mathématiques dans cette Université.

Manière d'é-
prouver la
bonté des té-
lescopes.

Télescopes
avec des mi-
roirs de verre.

» Mr. *Short* qui est un homme d'esprit très-versé dans la théorie & dans la pratique des télescopes , a tellement perfectionné les télescopes de réflexion , que je suis pleinement convaincu qu'il a de beaucoup surpassé tout ce qu'on a fait jusqu'ici en ce genre. Non-seulement il est venu à bout de donner à ses miroirs de verre étamés par derrière une figure si parfaite qu'ils rendent l'objet parfaitement distinct , mais il a fait aussi des télescopes avec des miroirs de métal qui sont beaucoup au-dessus de ceux que j'ai vu sortir de la main des autres ouvriers.

Il a fait six télescopes de réflexion à miroirs de verre , dont trois ont 15 pouces de foyer , & les autres trois , neuf pouces. L'un des premiers est à présent entre les mains de Mylord *Hay* ; & avec ce télescope on lit aisément les transactions philosophiques à la distance de 230 pieds. Un autre est entre les mains de Mr. *Alexandre Bayne* notre Professeur en loix , & il lit aisément avec ce télescope les transactions philosophiques à la distance de 280 pieds. J'ai fait quelques expériences avec les miroirs de 9 pouces , & j'ai pu lire fort aisément les transactions philosophiques à la distance de 138 pieds ; mais je n'eus pas alors la commodité de l'éprouver à une plus grande distance. Dans un autre tems je lus avec ce télescope un caractère beaucoup plus petit au travers de la rue à la distance de 125 pieds. Il lui en coûte beaucoup pour donner à ces miroirs une figure exacte , & pour rendre leurs surfaces parallèles ; (*Newt. Opt. p. 94 , 95 ,*) & après en avoir fini plusieurs, il les a trouvés inutiles , à cause des veines qui se manifestotent dans le verre.

Dans les miroirs de verre tout étoit bien , excepté seulement que la lumière étoit un peu foible en comparaison de celle qui est réfléchie par les miroirs de métal. Je crois que cela vient de ce que les miroirs n'ont pas été bien étamés , & en partie de l'épaisseur du verre. Car j'en vis un , dont la réflexion étoit plus brillante lorsqu'on lui appliqua par derrière l'argent vif fluide , que lorsqu'on eut achevé de l'étamer.

Lorsqu'il eut vu que la lumière dans ces miroirs de verre étoit plus foible qu'il n'avoit cru , & qu'il étoit très-difficile de les finir , il ne s'appliqua plus qu'à perfectionner les télescopes à miroir de métal. En s'attachant à leur donner la vraie figure , il s'est mis en état de leur donner de plus grandes ouvertures que ne font les autres ouvriers , & en ajustant les miroirs & tout l'instrument , il l'a beaucoup perfectionné. Il en exécute lui-même chaque partie , & il se donne de grands soins pour rendre ses instruments aussi parfaits qu'il est possible. Il en a fait de deux pouces & six dixièmes de foyer , de quatre pouces , de six , de neuf & de quinze. Il perce le grand miroir , & se sert d'un petit miroir concave. Avec ceux de quatre pouces de foyer , il voit très-bien les Satellites de Jupiter , & il lit les transactions philosophiques à plus de 125 pieds de distance. Avec ceux de six pouces de foyer , il lit à 160 pieds de distance , & avec ceux de neuf pouces à 220 pieds de distance. Avec ceux de 15 pouces de foyer , lui & Mr. *Bayne* ont lu les transactions à 500 pieds de distance , & ils ont vu souvent les cinq Satellites de Saturne tous à la fois , & en particulier le 24 de Novembre , & le 7 de Décembre dernier ; ce qui me surprit beaucoup ; mais j'ai vu dans la suite que Mr. *Cassini* les avoit vus quelquefois tous ensemble avec un télescope de réfraction de 70 pieds.

J'ai comparé quelques-uns de ces télescopes avec ceux qui nous viennent de Londres , & j'ai trouvé que l'un de ceux de Mr. *Short* de six pouces de

foyer, comparé avec l'un des meilleurs de ceux de *Londres* de neuf pouces & trois dixièmes de foyer, le surpassoit en clarté, en distinction & en force pour grossir; & lorsque je demandois à un homme indifférent, ce qu'il en pensoit, il préféreroit toujours sans hésiter celui de 6 pouces de foyer. Il surpassoit aussi manifestement un autre qui m'étoit venu de *Londres* de 11 pouces $\frac{1}{2}$ de foyer. Quelques autres comparaisons donnerent le même résultat.

Je suis donc bien convaincu qu'il a beaucoup perfectionné cette excellente invention, & que ses instruments sont de beaucoup les meilleurs, dans leurs longueurs, qui ayent été exécutés jusqu'ici. Je suis &c.

A Edimbourg le 28 Décembre 1734.

Colin Mac Laurin.

CHAPITRE VIII.

Des propriétés générales des foyers & des images, qui concernent l'œil & un nombre quelconque de milieux; avec des constructions générales qui déterminent les variations de la distance apparente d'un objet, & de la distance réelle de sa dernière image par rapport à l'œil, & qui sont produites par le mouvement de l'œil, de l'objet ou du milieu.

PROPOSITION I.

AYant les diamètres & les positions de deux surfaces sphériques, qui coupent trois milieux donnés, & supposant que les rayons incidents dans l'un des milieux extérieurs soient parallèles & fort proches de l'axe commun des surfaces, on demande leur foyer après les deux réfractions.

366. Dans l'axe commun AC des surfaces AB, CD, Fig. 285. soient *a* & *d* les foyers des rayons, qui, avant que de sortir par les réfractions en AB & CD pour rentrer dans les milieux extérieurs, vont des deux côtés parallèlement à l'axe dans le milieu intérieur. De plus soient *b* & *c* les foyers des autres rayons, qui avant que de sortir par les réfractions en AB & CD pour entrer dans le milieu intérieur, vont des deux côtés parallèlement à l'axe dans les milieux extérieurs. On trouvera ces foyers par l'art. 224. Ensuite on dira, $eb : bA ::$

$Aa : aI$, & plaçant aI du côté opposé de a à celui de b par rapport à b , le point I sera le foyer après les deux réfractions des rayons qui viennent parallèlement de dehors sur la surface CD (art. 237) : parce que c est leur foyer après leur première réfraction. Dites de même $bc : cC :: Cd : dK$, & plaçant dK du côté opposé de d , à celui de c par rapport à c , le point K sera le foyer après les deux réfractions, des autres rayons qui viennent de dehors parallèlement sur la surface AB .

Toutes les figures sont faites pour des milieux dont les densités sont toujours plus grandes à mesure qu'ils vont de la gauche à la droite, mais la démonstration sert également à tout ordre irrégulier de densités.

PROPOSITION II.

Fig. 186.

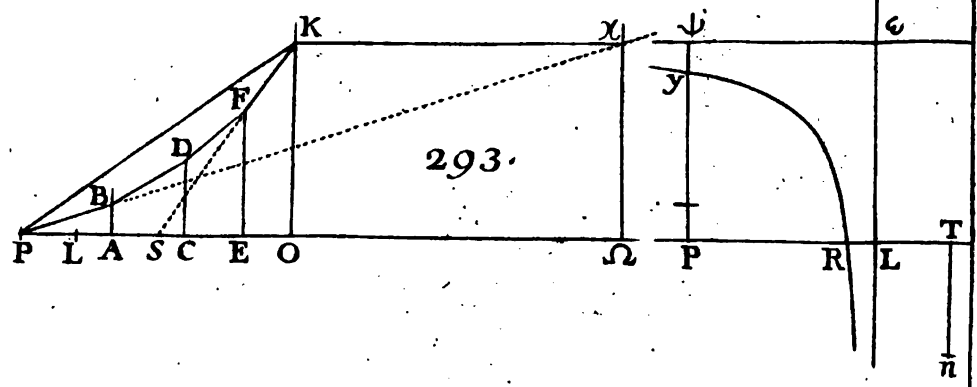
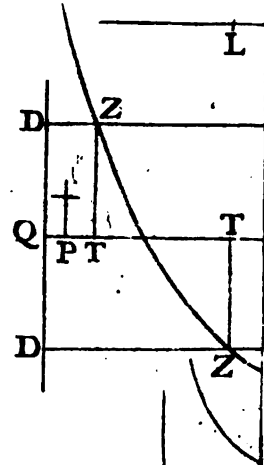
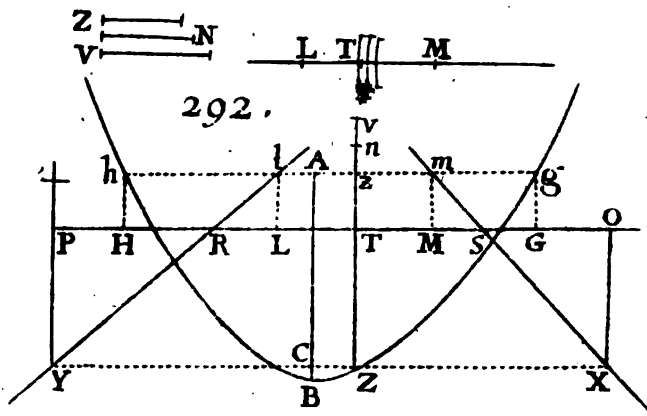
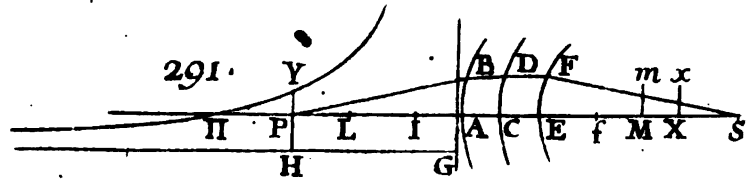
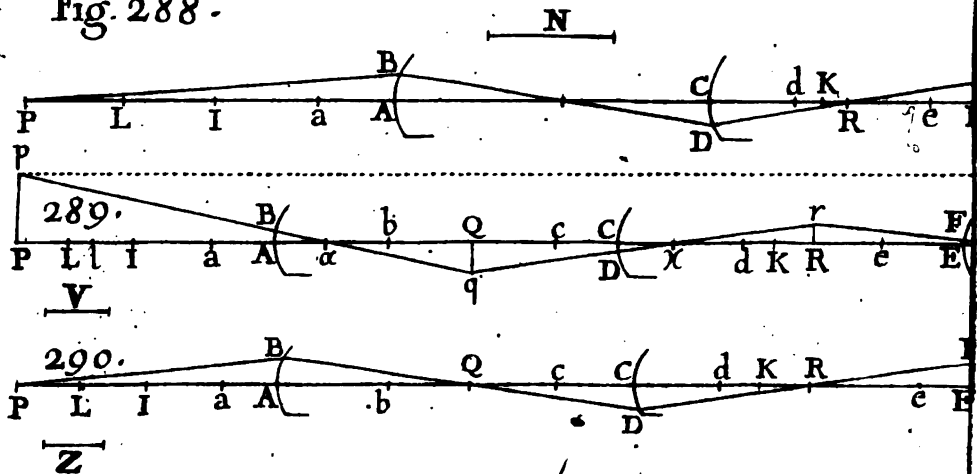
Le foyer des rayons incidents étant donné, on demande leur foyer après leurs réfractions par deux surfaces sphériques, qui sont entre des milieux donnés.

367. Dans l'axe commun AC des surfaces données AB , CD , soient a & d les foyers des rayons qui avant que d'entrer par les réfractions dans les milieux extérieurs, vont de part & d'autre parallèlement à l'axe dans le milieu intérieur. Soient de plus I & K les foyers des autres rayons, qui avant leurs réfractions par les deux surfaces, vont de part & d'autre parallèlement à l'axe dans les milieux extérieurs. Soit ensuite P le foyer donné des rayons incidents, I & a les foyers des rayons qui viennent du côté opposé aux rayons incidents, & dites $PI : IA :: dK : KR$, & en plaçant KR du côté opposé de K à celui de IP à I , le point R sera leur foyer après les deux réfractions.

Car en disant $Pa : aA :: Ab : bQ$, & plaçant bQ par rapport à b du côté opposé à celui de aP par rapport à a , le point Q sera leur foyer après la première réfraction en AB (art. 237). Le même point Q étant le foyer des rayons incidents sur la surface CD , dites encore, $Qc : cC :: Cd : dR$, & plaçant dR par rapport à d du côté opposé à celui de cQ , par rapport à c , le point R sera leur foyer après les deux réfractions. Mais
par



Fig. 288.



par la première de ces proportions & de celles de la proposition précédente, $Pa \times bQ = (aA \times Ab =) bc \times Ia$, & par les secondes proportions des deux mêmes propositions, le rectangle $Qc \times dR = (cC \times Cd =) bc \times dK$. Donc en réduisant les deux premiers rectangles à la proportion de leurs côtés, on aura $Ia : Pa :: bQ : bc$, & en divisant (ou en composant) $PI : Pa :: (Qc : bc ::) dK : dR$, par la résolution des deux derniers rectangles ; & en divisant (ou en composant) $PI : Ia :: dK : KR$.

368. *Corol.* La grandeur du rectangle sous PI , KR est invariable, puisqu'il est toujours égal au rectangle donné sous Ia , dK , & par conséquent KR est en raison réciproque de PI .

PROPOSITION III.

Ayant les diamètres & les positions de trois surfaces sphériques, qui partagent quatre milieux donnés, si les rayons incidents sont parallèles dans l'un des milieux extérieurs, & s'ils sont fort proches de l'axe commun des surfaces, on demande leur foyer après toutes les réfractions.

369. Supposant les foyers a , d , & I , K déterminés par la première prop. pour les deux premières surfaces AB , CD ; si les rayons parallèles qui tombent des deux côtés de la 3^e surface EF , ont leurs foyers après la réfraction sur cette surface seule, en e & f ; en sorte que e soit le foyer des rayons incidents sur la surface CD , on dira $eK : Kd :: aI : IL$, & plaçant IL par rapport à I du côté opposé à celui de Ke par rapport à K , par la proposition précédente, le point L sera le foyer après toutes les réfractions des rayons qui viennent parallèlement du dehors sur la surface EF . Dites encore, $Ke : eE :: Ef : fM$, & plaçant fM par rapport à f du côté opposé à celui de eK par rapport à e , le point M sera le foyer après toutes les réfractions des rayons qui viennent de dehors sur la surface AB (art. 237).

Fig. 287.

PROPOSITION IV.

Le foyer des rayons incidents étant donné , trouver leur foyer après les réfractions par un nombre donné de surfaces sphériques qui partagent des milieux donnés?

Fig. 387.

370. 1^{re}. Cas. Dans l'axe commun des trois surfaces AB , CD , EF , soient I & f les foyers des rayons, qui avant que de sortir par les réfractions pour entrer dans les milieux extérieurs, vont de part & d'autre parallèlement à l'axe dans l'un des milieux intérieurs comme CE . Soient de plus L & M les foyers des autres rayons, qui avant leurs réfractions au travers de toutes les surfaces, vont de part & d'autre parallèlement à l'axe dans les milieux extérieurs; soit ensuite P le foyer donné des rayons incidents, L & I les foyers de ceux qui prennent une route contraire aux rayons incidents; dites $PL : LI :: fM : MS$, & plaçant MS par rapport à M du côté opposé à celui de LP par rapport à L , le point S sera leur foyer après trois réfractions.

Fig. 388.

Car par la 2^e. propos. leur foyer R après deux réfractions sur les surfaces AB , CD , se trouve en disant $PI : Ia :: dK : KR$, & puisque R est leur foyer lorsqu'ils tombent sur la surface EF , on dira $Re : eE :: Ef : fS$ & S sera leur foyer après trois réfractions (art. 237). Or par la première de ces proportions & de celles de la 3^e. proposition, le rectangle $PI \times KR = (Ia \times dK =) Ke \times LI$. De même par la 2^e de ces proportions & de celles de la 3^e proposition, le rectangle $Re \times fS = (eE \times Ef =) Ke \times fM$, & en réduisant les deux premiers rectangles à la proportion de leurs côtés, on aura $LI : PI :: KR : Ke$, & en divisant (ou en composant) $PL : PI :: (Re : Ke ::) fM : fS$, par la résolution des derniers rectangles; & en divisant (ou en composant) $PL : LI :: fM : MS$.

Les rayons dont les foyers sont I & f sont supposés parallèles à l'axe dans le milieu CE ; soient donc a & t les foyers des autres rayons qui sont parallèles à l'axe dans l'autre milieu intérieur AC ; & puisque $PL : LI :: fM : MS$; par la même

raison lorsque P vient en a , & par conséquent S en t , on aura $a L : L I :: f M : M t$; donc à cause du rectangle donné $L I \times f M$, on aura $P L : L a :: M t : M S$.

371. 2^e. *Cas.* Donc par la méthode de la 3^e. proposition, on pourra trouver le foyer des rayons parallèles après la réfraction dans quatre surfaces, & ensuite le foyer des rayons inclinés de la même manière que dans le cas précédent & ainsi de suite. Or par ces propositions il est assez évident, que si L & M sont les principaux foyers de tout le système des surfaces, & I & f les foyers des autres rayons qui vont parallèlement dans chacun des milieux intérieurs, alors $P L : L I :: f M : M S$.

372. *Corol.* 1. Il est clair par l'analogie entre les règles pour trouver les foyers des rayons rompus au travers d'une surface & d'une lentille simple (art. 236), que la règle de cette proposition pour les foyers des rayons rompus au travers d'un nombre quelconque de surfaces, doit servir aussi pour un nombre quelconque de lentilles de toute espèce placées en A, C, E &c. dans un milieu continu. Et ainsi il paroît que la relation entre les foyers conjugués P, S d'un pinceau de rayons rompus au travers d'un nombre infini de surfaces ou de lentilles, peut toujours être exprimée par une proportion simple; tout de même que cette relation est exprimée pour une surface ou une lentille simple.

373. *Corol.* 2. Prenez une ligne N moyenne proportionnelle entre les lignes données L I, f M, ou entre L a, t M, elle sera aussi moyenne proportionnelle entre les lignes variables P L, M S; & par conséquent P L est en raison réciproque de M S, & elles sont des côtés opposés par rapport aux foyers principaux L, M. Et les rayons émergents viendront de S, s'il se trouve du même côté de la dernière surface que les rayons incidents, ou ils iront vers S s'il se trouve de l'autre côté. Parce que les rayons continuent d'aller en avant depuis la dernière surface.

PROPOSITION V.

Fig. 189. *Ayant le demi-diamètre Pp d'un petit objet, placé perpendiculairement à l'axe commun d'un nombre quelconque de surfaces réfringentes, qui partagent des milieux donnés; trouver le demi-diamètre Ss de sa dernière image ?*

374. Tout subsistant comme dans les propositions précédentes, prenez une ligne $V = Aa \times \frac{dK}{dC} \times \frac{fM}{fE}$, &c. autant que le nombre des surfaces le pourra permettre & Ss sera à Pp, comme la ligne constante V est à PL.

Car soient a, x, n &c. les centres des surfaces données A, C, E &c. Qq, Rr, Ss' &c. les images respectives qu'elles forment. L'objet & ces images ont pour termes les lignes $paq, qx r, rns$, &c. (art. 245). Or par l'art. 238, nous avons $Qb : QA :: Qa : QP$, & en divisant (ou en composant) $Qb : bA :: Qa : aP :: Qq : Pp$: parce que les triangles Qaq, Pap sont équiangles; & par la même raison que $Pp : Qq :: bA : bQ$, on aura $Qq : Rr :: dC : dR$ & $Rr : Ss :: fE : fS$ &c. & en composant ces proportions, on aura $Pp : Ss :: bA \times dC \times fE : bQ \times dR \times fS$. Mais par l'art. 237 on aura $Pa : Ab :: Aa : bQ$ & par l'art. 367, $PI : Pa :: dK : dR$ & par l'art. 370, $PL : PI :: fM : fS$, & ces trois proportions étant composées donnent $PL : Ab :: Aa \times dK \times fM : bQ \times dR \times fS$. Mais nous avons $Ss : Pp :: bQ \times dR \times fS : bA \times dC \times fE$. Donc $Ss \times PL : Pp \times Ab :: Aa \times dK \times fM : bA \times dC \times fE$. Donc $Ss = Pp \times \frac{Aa}{PL} \times \frac{dK}{dC} \times \frac{fM}{fE}$ ou en prenant une ligne $V = Aa \times \frac{dK}{dC} \times \frac{fM}{fE}$, $Ss = Pp \times \frac{V}{PL}$.

375. *Corol. 1.* Donc l'image Ss est égale à l'objet Pp, lorsque PL est égal à V.

376. *Corol. 2.* L'image Ss est en raison directe de l'objet Pp & inverse de PL.

377. *Corol. 3.* Donc l'image Ss est comme l'angle PLp compris par l'objet dans le foyer principal L (art. 222).

378. *Corol.* 4. L'image est semblable à l'objet dans toutes ses parties. Car PL étant donnée, Ss est comme Pp .

379. *Corol.* 5. Lorsque l'objet est donné, l'image est en raison inverse de PL ou directe de MS par l'art. 373.

380. *Corol.* 6. Si les rayons émergents sont reçus sur un plan perpendiculaire, qui coupe MS en X & ms en x , prenez une ligne $Ll = \frac{LI \times fM}{M}$, & placez-la dans une direction con-

traire à celle de M , par rapport à M , & le demi-diamètre Xx de cette image confuse, sera égal à $\frac{Pp}{Pl} \times \frac{X}{M} \times V$. Car les triangles MSs , MXx étant semblables, on aura $Xx : (Ss =) \frac{Pp}{PL} \times V$ (art. 374.) :: $MX : M + MS$, ou $M + \frac{LI \times fM}{PL}$ (art.

373) :: $X + PL : M \times PL + LI \times fM :: \frac{X \times PL}{M} : PL + \frac{LI \times fM}{M}$ ou $PL + Ll$ ou Pl par la construction. Donc $Xx = \frac{Pp}{Pl} \times \frac{X}{M} \times V$.

381. *Corol.* 7. Donc si le plan perpendiculaire est fixé dans un lieu X , l'image confuse Xx sera comme $\frac{Pp}{Pl}$ ou comme l'angle compris par l'objet au point donné l . (art. 222).

Corol. 8. Donc si l'objet est donné, cette image Xx sera en raison inverse de Pl & semblable à l'objet.

PROPOSITION VI.

Trouver la raison des angles que les parties incidentes & émergentes d'un rayon forment entr'elles, & avec l'axe commun d'un nombre quelconque de surfaces entre des milieux donnés?

382. Tout le reste subsistant, soit $P B D F S$ le cours du rayon, Fig. 190.
 P & S sa première & sa dernière intersection avec l'axe commun des surfaces. Prenez une ligne Z égale à $A b \times \frac{dK}{eC} \times \frac{fM}{eE}$ &c.

autant que le nombre des surfaces le pourra permettre, & l'angle APB sera à ESF comme la ligne donnée Z est à PL .

Car $Qb : bA :: Aa : aP$ (art. 237) & en composant & par raison alterne, $Qb : Aa :: QA : AP :: \text{ang. } APB : \text{ang. } AQB$ (art. 222). De même $Rd : Cc :: RC : CQ :: \text{ang. } CQD : \text{ang. } CRD$ & encore $Sf : Ee :: SE : ER :: \text{ang. } ERF : \text{ang. } ESF$ & ainsi de suite. Donc en composant ces proportions on aura $Qb \times Rd \times Sf : Aa \times Cc \times Ee :: \text{ang. } P : \text{ang. } S$. Mais dans la démonstration de la dernière proposition nous avons $Aa \times dK \times fM : Qb \times Rd \times Sf :: PL : Ab$; d'où l'on conclut aisément que $Ab \times \frac{dK}{Cc} \times \frac{fM}{Ee} : PL :: \text{ang. } P : \text{ang. } S$, & retranchant le petit angle du grand, nous avons l'angle formé par les rayons incidents & émergents, comme on le voit en prolongeant ces rayons jusqu'à ce qu'ils se coupent mutuellement.

383. *Corol. 1.* Soit AB la demi-ouverture de la première surface, le demi-diamètre Mm de la section perpendiculaire du pinceau des rayons émergents, sera à AB , comme la ligne donnée $\frac{LI \times fM}{Z}$ est à AP . Car puisque les cordes des petits angles sont en raison composée de leurs côtés & des angles mêmes, nous aurons Mm à AB , en raison composée de MS à AP , & de l'angle MSm à l'angle APB , ou par la proposition, de PL à Z . Donc $Mm = \frac{AB}{AP} \times \frac{MS \times PL}{Z} = \frac{AB}{AP} \times \frac{LI \times fM}{Z}$ (art. 371.)

384. *Corol. 2.* Donc Mm est comme $\frac{AB}{AP}$ ou comme l'angle APB .

385. *Corol. 3.* De sorte que si AB est donné, Mm est en raison inverse de AP .

386. *Corol. 4.* Si le pinceau émergent est coupé par un plan perpendiculaire dans un autre endroit X , le demi-diamètre Xx de cette section, sera égal à $\frac{AB}{AP} \times \frac{LI \times fM - PL \times MX}{Z}$.

Car $Xx : (Mm =) \frac{AB}{AP} \times \frac{LI \times fM}{Z} :: MS - MX : MS ::$
 $\frac{LI \times fM}{PL} - MX : \frac{LI \times fM}{PL} :: LI \times fM - PL \times MX : LI$
 $\times fM.$

387. *Corol. 5.* Delà résulte la construction suivante; prenez Fig. 391,
 $Ln : LI :: fM : MX$ & placez Ln par rapport à L dans une
direction contraire à celle de MX par rapport à M ; prenez
dans la ligne AG perpendiculaire à l'axe, $AG : AB :: MX :$
 Z ; ensuite par le point G menez GH parallèle à l'axe & sous
les asymptotes GA, GH , tracez une hyperbole nY qui passe
par n ; la perpendiculaire PY sera par-tout égale au demi-
diamètre Xx , lorsque le plan sera fixe en X . Car par la pro-
priété de l'hyperbole le rectangle $GH \times HY = GA \times An$;
donc $PY = (HY - GA =) \frac{GA \times An - GA \times AP}{AP} = \frac{AG}{AP} \times$

$$\frac{Ln - LP}{MX} = \frac{AG}{AP} \times \frac{LI \times fM}{MX} - LP = \frac{AG}{AP} \times \left(\frac{LI \times fM}{MX} - \right.$$

$$\left. \frac{LP \times MX}{MX} \right) = (\text{par la construction}) \frac{AB}{AP} \times \frac{LI \times fM - LP \times MX}{Z}$$

$$= (\text{par le quatrième Corol.}) Xx.$$

388. La ligne N ou la moyenne proportionnelle entre LI &
 fM a servi à déterminer la relation de deux foyers conjugués
quelconques P, S , avec les foyers principaux L, M (art. 373);
la ligne V ou $Aa \times \frac{dK}{cC} \times \frac{fM}{fE}$, à déterminer la raison de l'ob-
jet en P à son image en S (art. 374), & la ligne Z ou Ab
 $\times \frac{dK}{cC} \times \frac{fM}{fE}$, à déterminer la raison des angles en P & S
formés par un rayon avec l'axe de la surface (art. 382.) Or
je dis que les lignes V, N, Z sont en proportion continue,
en raison sous-doublée de $Aa \times Cc \times Ee$ à $Ab \times Cd \times Ef$;
& que par conséquent dans les lentilles elles sont égales
entr'elles. Car $V : Z :: \frac{Aa}{Cd \times Ef} : \frac{Ab}{Cc \times Ee} :: Aa \times Cc \times Ee : Ab$
 $\times Cd \times Ef$, & par les articles 369 & 366 on voit que $N^2 :$

$$Z^2 \text{ ou } LI \times fM : \frac{Ab^2}{Cc' \times Ee^2} \times dK^2 \times fM^2 :: (LI =) \frac{Ia \times dK}{Ke} :$$

$$\frac{Ab^2}{Cc' \times Ee^2} \times dK^2 \times \frac{eEf}{Ke} :: (Ia =) \frac{aAb}{bc} : \frac{Ab^2}{Cc' \times Ee^2} \times \frac{eCd}{bc} \times Ef ::$$

$$\frac{Aa}{Cd \times Ef} : \frac{Ab}{Cc \times Ee} :: V : Z, \text{ comme ci devant.}$$

PROPOSITION VII.

Trouver la distance apparente d'un objet vu au travers d'un système donné de milieux, & combien elle varie pendant que l'œil, l'objet ou le système se meuvent en avant ou en arrière?

Fig. 291.

389. Tout subsistant comme auparavant, divisez LM également en T , & dans une perpendiculaire à l'axe en T , prenez Tv , Tn , Tz égales respectivement aux lignes données V, N, Z , & par z parallèlement à LM menez lm qui coupe en l & m les perpendiculaires par L & M . Joignez mS & prolongez la de part & d'autre; la perpendiculaire OX terminée par mS sera égale à la distance apparente de l'objet P vu d'un point quelconque O .

Soit de même R le foyer conjugué d'un pinceau de rayons, que l'on suppose venir de O ; joignez & prolongez lR ; la perpendiculaire PY terminée par lR sera aussi la distance apparente de l'objet P vu de O .

Enfin prenez OG & PH égales chacune à TL ou TM , & placez les en dedans, si l'ordre des points LTM est dans le cours des rayons qui viennent de P , & en dehors s'il ne l'est pas; & que lm prolongée coupe les perpendiculaires à l'axe G & H en g & h ; & soit gh l'ordonnée à l'axe d'une parabole gZh dont le paramètre qui appartient à l'axe est la ligne Tv , & dont les branches s'étendent depuis son sommet du même côté que les perpendiculaires Gg , Hh depuis l'axe du système; l'ordonnée TZ sera aussi la distance apparente de l'objet P vu de O .

Maintenant si l'objet & le système sont fixes, pendant que l'œil est en mouvement le long de l'axe du système, la perpendiculaire mobile OX , terminée par la ligne fixe mS , étant toujours

toujours égale à la distance apparente, en marquera la variation. Ou si l'œil & le système sont fixes pendant que l'objet est en mouvement le long de l'axe du système, la perpendiculaire mobile PY , terminée par la ligne fixe LR , étant toujours égale à la distance apparente, en marquera la variation. Ou enfin, si l'œil & l'objet sont fixes pendant que le système est en mouvement le long de son axe (en supposant que ses parties gardent les mêmes intervalles) la perpendiculaire mobile TZ terminée par la parabole fixe gZh , étant toujours égale à la distance apparente, marquera ses variations.

Et si une partie du système est fixe, pendant que l'autre est en mouvement; soit l'image fixe de l'objet formée par la partie fixe, en P ; en appliquant à la partie mobile la même construction qu'on vient d'appliquer à tout le système, l'ordonnée TZ marquera dans ce cas la distance apparente.

DEMONSTRATION.

Car soit la ligne $p =$ parallèle à PO , qui rencontre le rayon visuel Os prolongé, en π , achevez le parallélogramme rectangle $Pp = \pi$; $O\pi$ sera la distance apparente de l'objet Pp (art. 139); & les triangles $O\pi =$, OSs étant équiangles, nous avons $O\pi : OS :: (\pi =$ ou $Pp : Ss ::) PL : V$ (art. 374), c'est-à-dire, qu'en supposant que les perpendiculaires OX , PY , TZ sont chacune égales à la distance apparente $O\pi$, nous avons OX ou PY ou $TZ : OS :: PL : Tv :: Tz : MS$ parce que $PL \times MS = Tn^2 = Tv \times Tz$ (art. 373, 388).

Fig. 29.

Fig. 292.

Nous avons donc 1°. $OX : OS :: Tz$ ou $Mm : MS$; ce qui fait voir que mS prolongée est le lieu géométrique du point X . 2°. Nous avons aussi $PY : Tz$ ou $Ll :: (OS : MS ::) PR : LR$. Car nous avons $PL \times MS = Tn^2 = OM \times R$, donc $OM : MS :: PL : LR$, & en divisant, $OS : MS :: PR : LR$. Ce qui fait voir que LR prolongée est le lieu du point Y .

Enfin nous avons $TZ = (\frac{PL \times OS}{Tv} = \frac{PL \times OM}{Tv} = \frac{PL \times MS}{Tv})$

$\frac{HT \times TG}{Tv} = Tz$. Car par la construction, $PL = HT$ & $OM =$

TG & $PL \times MS = Tv \times Tz$. Si donc le point T vient en G ,

Tom L

Fff

comme alors $TG = 0$, nous avons, par l'équation, l'ordonnée $TZ = -Tz = Gg$, & si T vient en H , nous avons $TZ = -Tz = Hh$; & par la même équation, nous avons $TZ + Tz$ ou $zZ = \frac{hz \times zg}{Tv}$. Divisez également gh en A , & le point z ve-

nant en A , que zZ devienne $AB = \frac{hAg}{Tv} = \frac{hA^2}{Tv}$. Menez ZC perpendiculaire à AB , on aura $BC = (AB - zZ) = \frac{hA^2}{Tv} - \frac{hA^2 - Az^2}{Tv}$ (Eucl. II. 5.) $= \frac{Az^2}{Tv} = \frac{CZ^2}{Tv}$. Ce qui fait voir que le lieu du point Z est une parabole, dont le paramètre qui appartient à l'axe AB , est Tv . C. Q. F. D.

Fig. 293.

391. Pendant que le système reste fixe dans un endroit, la distance apparente d'un objet en P vu de O , est à la distance apparente d'un objet en O vu de P , comme Z est à V . Car soit un rayon $PBD F$ qui tombe sur un objet placé en O dans un point K , menez Kx parallèle à OP , & qu'elle rencontre le rayon PB prolongé, en x ; achevez le rectangle $xKO\pi$; la distance apparente $P\pi : PO :: \text{ang. } OPK : \text{angl. } \pi P x$ (art. 222), ou en raison composée de l'angle OPK à OSK & de OSK à $\pi P x$, c'est-à-dire, de OS à OP & de PL à Z (art. 382). Donc $P\pi = \frac{PL \times OS}{Z}$ Mais nous avons $O\pi = \frac{PL \times OS}{V}$ dans

l'article précédent. Donc $O\pi : P\pi :: Z : V$.

Fig. 292.

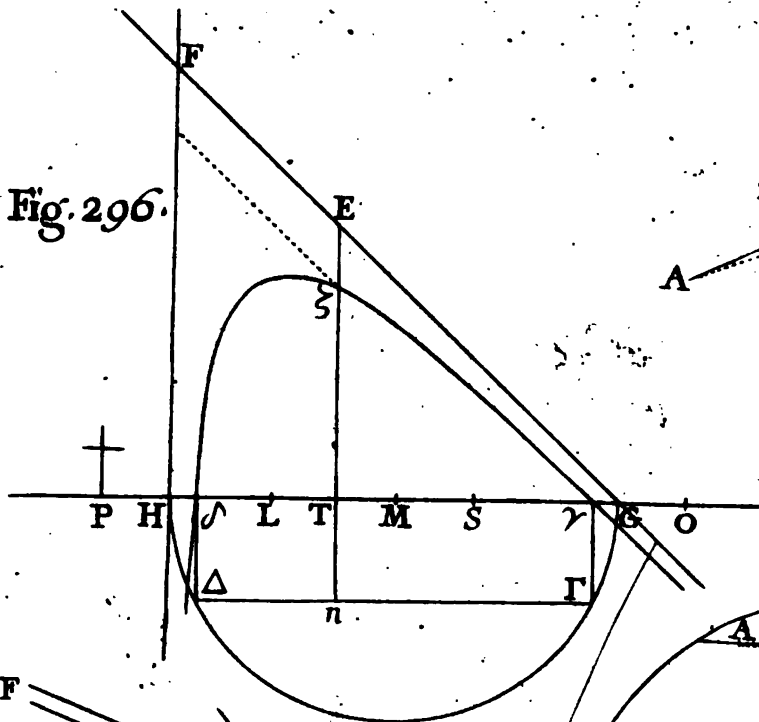
392. Donc la construction précédente donnera la distance apparente d'un objet en O vu de P , en menant la ligne lm par v & faisant Tz paramètre de la parabole. La même construction sert aussi pour une lentille ou plusieurs lentilles, en menant la ligne lm par n & faisant Tn paramètre de la parabole. Car dans les lentilles les points n , v , z se confondent (art. 388), & par conséquent les distances apparentes $O\pi$ & $P\pi$ sont égales.

Fig. 294.

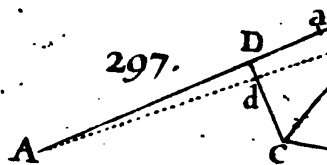
393. Donc si les lieux de l'œil & de l'objet sont donnés, & qu'il soit question d'interposer un système donné de surfaces dans une telle place que l'objet paroisse à travers toutes ces surfaces à une distance donnée; on prendra dans une perpendiculaire DQD à l'axe OPQ , de chaque côté de Q , QD & QD



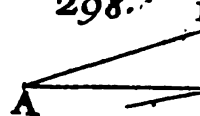
Fig. 296.



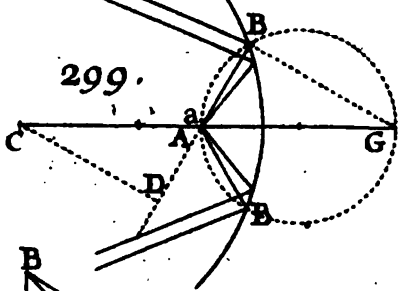
297.



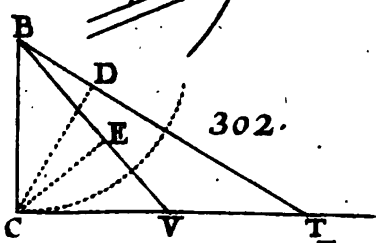
298.



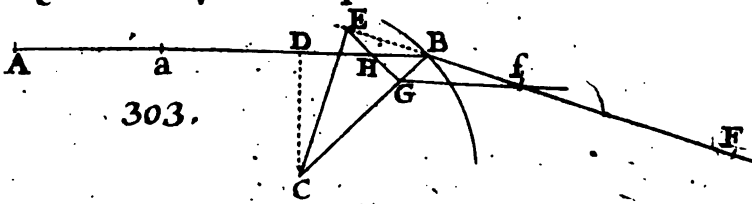
299.



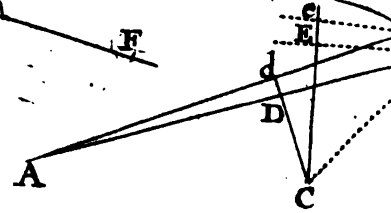
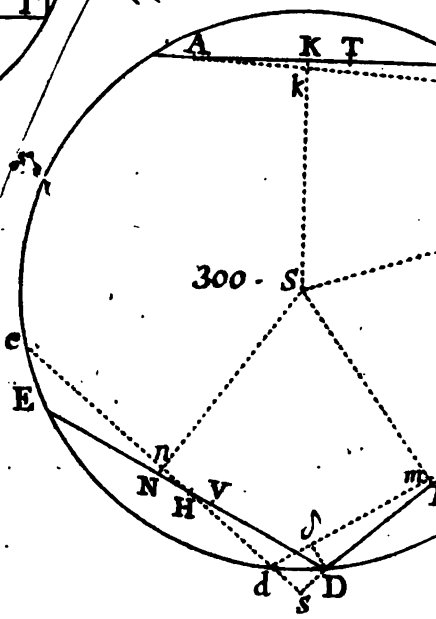
302.



303.



300.



égales à la distance donnée & par les points D, D , parallèlement à l'axe, on menera les lignes $DZ Z, DZ Z$, qui couperont la parabole en quatre points Z, Z, Z, Z lorsque la chose est possible; menez alors les perpendiculaires ZT &c. à l'axe OP , & placez le point du système donné qui coupe également l'intervalle LM , dans chacun des quatre points T ; & l'œil en O verra l'objet à la distance donnée QD , ou TZ , comme il est évident par la construction précédente.

394. Et par la même méthode, si les lieux de l'objet & du système sont donnés, on pourra trouver le lieu de l'œil, d'où l'objet paroîtra à une distance donnée; & de même si les lieux de l'œil & du système sont donnés, on trouvera le lieu de l'objet, dans lequel il paroîtra à une distance donnée.

J'ai donné les constructions précédentes de la distance & de la grandeur apparente (art. 140), afin que chacun puisse examiner combien elles approchent de ses idées de distance & de grandeur, en faisant les expériences. Et je vais ajouter les constructions suivantes pour la distance de la dernière image d'un objet à l'œil, pour faire voir combien elle diffère prodigieusement de la distance apparente de l'objet dans la plupart des cas.

PROPOSITION VIII.

Faire voir en quelle manière la distance entre l'œil & la dernière image d'un objet varie, pendant que l'œil, l'objet ou le système de réfraction quelconque, se meut en avant ou en arrière?

395. Tout subsistant comme ci-devant, prenez une perpendiculaire $M\sigma$ égale à MS , & menez σS qui coupe en x une perpendiculaire en O ; lorsque l'objet & le système seront fixes, & que l'œil sera en mouvement le long de OP , il est évident que Ox sera toujours égale à OS , distance entre l'œil & la dernière image de l'objet P .

Fig. 295.

Elevez en L une perpendiculaire $L\sigma$ égale à MO , & menez $\sigma \downarrow$ parallèle à LP , qui coupe en \downarrow une perpendiculaire en P ; & par le foyer R avec le centre σ & les asymptotes σL , $\sigma \downarrow$ tracez une hyperbole qui coupera en γ la perpendiculaire en P ;

F f f ij

P γ sera la distance de la dernière image à l'œil, pendant que l'œil & le système sont fixes, & que l'objet est en mouvement le long de O P. Car puisque P \downarrow = L \bullet = M O, nous aurons P γ = O S, en prenant $\downarrow\gamma$ = (MS = $\frac{Tn^2}{PL}$ =)

$\frac{Tn^2}{\bullet\downarrow}$. Donc le rectangle $\bullet\downarrow\gamma$ = T n², ce qui fait voir que le lieu du point γ est une hyperbole qui passe par R, parce que le rectangle R L \bullet ou R L \times M O = T n².

Fig. 296.

Enfin élevez une perpendiculaire H F = H G, & menez F G qui coupe la perpendiculaire n T prolongée en E; dans laquelle vous prendrez E ζ = $\frac{Tn^2}{HT}$, & vous le placerez en bas si H T est depuis H vers G & en haut s'il est de l'autre côté. Ensuite par le point ζ , avec le centre F & les asymptotes F G, F H vous décrirez une hyperbole $\gamma\zeta\delta$; & pendant que l'œil & l'objet seront fixes & que le point T sera en mouvement avec le système, l'ordonnée T ζ sera toujours égale à la distance de la dernière image à l'œil. Car par la construction, la ligne E ζ est en raison réciproque de H T ou de F E; parce que H T est à F E en raison donnée de H C à F G; c'est-à-dire, que la grandeur du rectangle sous F E ζ est invariable, & que par conséquent le lieu du point ζ est une hyperbole. De plus par la construction T E = T G = M O, & par conséquent T ζ = (T E — E ζ = M O — $\frac{Tn^2}{HT}$ = M O — $\frac{Tn^2}{PL}$ = M O — MS =.) O S.

396. Si l'hyperbole $\gamma\zeta\delta$ coupe la ligne O P en ν & δ , lorsque le point T dans le système donné sera porté en γ ou δ , la dernière image de l'objet en P tombera sur l'œil en O, parce que T ζ = 0.

397. Donc si les deux points O, P sont donnés, & qu'il soit question d'interposer une lentille ou une surface donnée, ou un système de lentilles ou de surfaces, de telle manière que les rayons qui appartiennent à P appartiennent aussi à O après toutes les réfractions, nous avons la solution dans l'art. précédent, ou plus promptement en cette manière. Parallelement à P O & par

le point n , menez une ligne $\Gamma n \Delta$ qui coupe un demi-cercle sur le diamètre GH en Γ & Δ ; & les perpendiculaires $\Gamma \nu$, $\Delta \delta$ à l'axe OP , donneront les points ν , δ , où T doit être placé. Car lorsque OS ou Tz , c'est-à-dire, $TG - \frac{Tn^2}{TH} = 0$, nous avons le rectangle $HTG = Tn^2 = \nu\Gamma^2 = \delta\Delta^2 = H\nu G = H\delta G$ (*Eucl. VI. 13*), & par conséquent T doit se confondre avec ν ou δ . Mais les données doivent être telles que Tn soit moindre que la moitié de HG ; car s'il est plus grand, il est impossible que la ligne $\Gamma n \Delta$ coupe le cercle dont le diamètre est HG .

398. Et lorsque la distance de l'image à l'œil n'est plus rien, la distance apparente de l'objet n'est plus rien aussi dans le même tems. Car la parabole dans la proposition précédente coupe la ligne OP dans les mêmes points ν , δ ou l'hyperbole la coupe, lorsque la chose est possible, c'est-à-dire, lorsque Tn est moindre que la moitié de HG . Car nous avons l'or-

donnée parabolique $TZ = \frac{HT \times TG}{T\nu} - Tz$ (art. 390) ce qui étant égalé à zero donne le rectangle $T\nu \times Tz$ ou $Tn^2 = HTG = H\nu G$.

399. Dans toutes les propositions de ce chapitre, je ne me suis attaché qu'au cas le plus général, qui est celui où le système des surfaces ou des lentilles a deux foyers principaux, comme L & M ; mais les surfaces peuvent être tellement situées, que les rayons qui tombent parallèles sur la première, sortent aussi parallèles de la dernière. J'ai évité à dessein ces cas particuliers, & quelques autres déterminations en petit nombre, qui auroient trop embarrassé le lecteur & détourné son attention du cas général. Cependant ceux qui voudront les examiner par eux-mêmes, les trouveront aisés à résoudre de la manière suivante. Dans la seconde proposition, si l'on suppose que les foyers b , c , se confondent, les principaux foyers I , K s'éloigneront à une distance infinie. En ce cas Pa est à dR en raison donnée du rectangle aAb au rectangle cCd & Pa , dR seront du même côté de a & d . Car nous avons $Pa = \frac{aAb}{bQ}$ & $dR = \frac{cCd}{cQ}$; mais $bQ = cQ$, parce

Fig. 285, 286.

que $bc = 0$. Dans ces cas & autres semblables où le système n'a point de foyers principaux, les lieux géométriques des points X, Y, Z ; x, y, z dans les constructions précédentes sont tous des lignes droites.

400. Par l'analogie entre les règles pour trouver le foyer d'un pinceau de rayons réfléchis & rompus par une surface sphérique simple (art. 207, 236), il est évident que toutes les propositions & constructions de ce chapitre, peuvent aisément s'appliquer aux rayons réfléchis successivement par un nombre quelconque de surfaces sphériques entre des milieux donnés quelconques. Et quoique je n'aye parlé que des surfaces sphériques, cependant toutes mes conclusions seront les mêmes pour toutes les autres surfaces, dont les courbures seront égales à celles des surfaces sphériques (art. 212).

401. De même dans le chapitre suivant, où j'examine les réflexions & réfractions des rayons qui ne tombent pas seulement perpendiculairement ou presque perpendiculairement comme ci-devant, mais avec quelque degré d'obliquité sur des courbes quelconques, je ne parlerai que du cercle, que l'on suppose toujours avoir la même courbure que toute autre courbe, lorsqu'il est possible, dans le lieu où un pinceau délié de rayons tombe sur elle. Pour trouver le rayon de courbure, il faut mener des perpendiculaires à la courbe donnée ou à ses tangentes dans les points donnés d'incidence & chercher le point de concours des deux perpendiculaires les plus proches; car ce point de concours est le centre d'un cercle dont l'arc se confond avec la courbe donnée aux points d'incidence. Mais comme c'est là un problème purement géométrique, il suffit d'en avoir donné ici une idée; d'autant plus que l'examen des courbes différentes du cercle est rarement nécessaire pour expliquer les apparences optiques dans la nature. J'examinerai d'abord un pinceau superficiel de rayons, qui sont tous dans un même plan d'incidence; parce qu'on verra dans la suite que les rayons d'un pinceau solide qui sont en différents plans d'incidence, appartiennent à différents foyers; & ainsi je substituerai à une surface sphérique un grand cercle de cette surface, en le regardant non pas comme un cercle mathématique, mais comme un cercle physique. Enfin on doit observer comme ci-devant

(art. 211) que dans la rigueur géométrique, le foyer d'un pinceau superficiel de rayons réfléchis ou rompus, n'est que l'intersection commune de deux rayons contigus, dont les points d'incidence sont au milieu de tous les autres; mais la même intersection considérée physiquement peut se nommer foyer d'un pinceau superficiel & délié de rayons.

CHAPITRE IX.

Déterminations des foyers des rayons qui tombent avec des degrés d'obliquité quelconque sur un nombre quelconque de surfaces réfléchissantes & réfringentes de toute espèce & des propriétés des caustiques.

PROPOSITION I.

402. *Soit le rayon AB qui appartient au foyer A, & qui tombe avec une obliquité quelconque sur la concavité ou sur la convexité d'un cercle ou de toute autre courbe, dont le rayon de courbure en B est CB, & qu'il soit réfléchi le long de BF donnée de position; menez les sinus d'incidence & de réflexion CD, CE, & divisez également leurs cosinus égaux BD, BE en a & f; & dites comme Aa : aB :: Bf : fF, & placez fF du même côté par rapport à Bf, que l'est aA par rapport à aB; le point F sera le foyer du pinceau délié & réfléchi par un arc extrêmement petit, dont le milieu est le point B.* Fig. 297.

Car soit AbF un autre rayon réfléchi par b, point le plus proche de B; menez Cd & B ρ perpendiculaires à Ab, & Ce, B π perpendiculaires à bF; la ligne B ρ sera égale à B π ; car les angles Bb ρ , Bb π que les lignes Ab, bF prolongées font avec l'arc Bb ou sa tangente en b, sont égaux (art. 9); & par conséquent les petits triangles rectangles Bb ρ , Bb π sont aussi égaux. De plus les lignes Dd, Ee, qui lorsque b & B se confondent sont les différences des sinus égaux CD & CE, Cd & Ce, sont aussi égales. Et puisque les triangles BA ρ , DA d sont équiangles, aussi bien que

BF , EFe ; la raison des distances BA à AD (ou de Bs à Dd ou de Bs à Ee) sera la même que celle des distances semblables BF à FE . Donc en composant & en divisant, $BA \pm AD : AD :: BF \pm FE : FE$ & par raison alterne, $\frac{BA + AD}{2} : \frac{BF + FE}{2} :: (AD : FE ::) \frac{BA - AD}{2} :$

$\frac{BF - FE}{2}$, c'est-à-dire, $Aa : Bf :: aB : fF$ & par raison

alterne $Aa : aB :: Bf : fF$. Et en supposant que les rayons vont en arrière dans la figure, ils seront réfléchis par la convexité de l'arc, dans les mêmes lignes prolongées que ci-devant. C. Q. F. D.

403. *Corol. 1.* Lorsque le rayon incident AB passe par le centre du cercle réfléchissant, cette proposition devient la 3^e. *proposit. art. 207.*

404. *Corol. 2.* On voit par la démonstration, que la raison des distances BA , AD est la même que celle des distances semblables BF , FE .

405. *Corol. 3.* Les points a , f , sont les foyers des pinceaux déliés qui viennent parallèles à FB & AB respectivement. Car lorsque le foyer A ou F est à une distance infinie, les lignes Dd , Bs , Bs , Ee deviennent égales entr'elles. Ou bien cela suit du 2^e. *Corol. ou de la proposit. même.*

Fig. 198.

406. *Corol. 4.* Elevez BG & BH perpendiculaires aux rayons incidents & réfléchis AB & BF & prenant BH égale à BG , laquelle est terminée par l'axe AC prolongé, joignez CH qui coupera le rayon réfléchi dans son foyer F . Car en menant les sinus égaux CD , CE , les triangles BAG , DAC seront équiangles, aussi bien que BFH , $EF C$. Donc $BA : AD :: (BG : DC :: BH : CE ::) BF : EF$; qui est la propriété des foyers, A , F , par le *Corol. 2.*

Fig. 199.

407. *Corol. 5.* Le foyer A étant donné, pour trouver le point B , dans un cercle réfléchissant, d'où & des points voisins les rayons seront réfléchis par des lignes parallèles; prenez dans CA prolongée $AG = AC$ & décrivez un cercle sur le diamètre AG , qui coupera le cercle réfléchissant aux points B , B requis. Car menant GB , l'angle ABG dans le demi-cercle est droit, & par conséquent dans les triangles ABG , ADC ,

les

les côtés AB, AD sont égaux, & par conséquent A est le foyer des rayons qui se réfléchissent de B en lignes parallèles par le Corol. 3.

408. La position du rayon réfléchi BF, qui dans cette proposition & dans la suivante est supposée donnée, peut se déterminer en faisant l'angle d'incidence égal à l'angle de réflexion, ou en inscrivant une corde dans le cercle de réflexion, égale à celle où se meut le rayon d'incidence, ou par diverses autres méthodes.

P R O P O S I T I O N I I.

409. *Le foyer des rayons incidents étant donné, trouver leur foyer après un nombre donné de réflexions successives dans l'intérieur d'un cercle donné?*

Soit ABCDE la route donnée d'un rayon réfléchi par un cercle en B, C, D & du centre S sur AB & DE première & dernière parties du rayon, abaissez les perpendiculaires SK, SN; & de K & N vers B & D, le premier & le dernier point de réflexion, prenez KT & NV tellement en proportion à KB & ND, comme l'unité est à deux fois le nombre des réflexions successives; soit ensuite un point A dans la ligne AB qui soit le foyer des rayons incidents & dites TA : TK :: VN : VH; & plaçant VH du même côté par rapport à VN, que l'est TA par rapport à TK, le point H sera leur foyer après toutes les réflexions.

Fig. 300.

Car soient les perpendiculaires SK, SL, SM, SN sur le rayon AB, BC, CD, DE qui coupent le rayon suivant *A b c d e* en *k, l, m, n*; & que les foyers ou intersections de ces deux rayons soient en F, G, H. Abaissez aussi des points B, C, D sur le rayon, *A b, b c, c d*, les perpendiculaires *B β, C γ, D δ* & de même sur *b c, c d, d e*, les perpendiculaires *B q, C r, D s*. Ces dernières perpendiculaires, *B q, C r, D s*, seront respectivement égales aux premières *B β, C γ, D δ*, comme on le voit par la démonstration de la dernière proposition. Or puisque FB, FL, FC sont en même raison entr'elles que *B q, L l, C γ*; & puisque $FB + 2 FL = FC$, on aura

$Bq + 2 Ll = Cr$ ou $Cr + 2 Mm = Ds$,
 ou Ds & ainsi de suite. Donc puisque Kk , Ll , Mm sont
 égales, comme on l'a fait voir dans la démonstration de la
 dernière proposition, les perpendiculaires Bq , Cr , Ds & leurs
 égales $B\beta$, $C\gamma$, $D\delta$ seront respectivement en progression
 arithmétique, leur commune différence étant $2 Ll$ ou $2 Kk$.
 De sorte que prenant n pour le nombre des cordes BC , CD ,
 qui joignent les points successifs des réflexions qui se font dans
 le passage du rayon donné de A en H , nous aurons $B\beta + 2n Kk$
 $= D\delta$ soutendante de l'angle $DH\delta$; c'est-à-dire, $Kk : B\beta$
 $+ 2n Kk :: (Kk$ ou $Nn : Ds ::) NH : HD$. Donc $2n Kk :$
 $B\beta + 2n Kk :: 2n NH : HD$, & en divisant, $2n Kk : B\beta ::$
 $2n NH : HD - 2n NH$ & $Kk : \beta B$ ou $AK : AB :: NH :$
 $HD - 2n NH$, & en divisant $AK : KB :: NH : HD - 2n NH$
 $- NH$, ou $ND - 2n NH - 2 NH$. Donc $AK : \frac{1}{2n+2} KB$

$:: NH : \frac{1}{2n+2} ND - NH$; & en composant $AK +$

$\frac{1}{2n+2} KB : \frac{1}{2n+2} KB :: \frac{1}{2n+2} ND : \frac{1}{2n+2} ND - NH$;

c'est-à-dire, en prenant $KT = \frac{1}{2n+2} KB$, & $NV = \frac{1}{2n+2} ND$,

nous aurons $TA : TK :: VN : VH$; or, $2n+2$ ou $2 \times$
 $n+1$ est le double du nombre des réflexions du rayon donné
 AB , parce qu'il y a toujours une réflexion de plus que le
 nombre des cordes entre le premier & le dernier point des
 réflexions. $C. Q. F. D.$

410. *Corol.* 1. Lorsque AB est fixe dans sa position, VH
 est en raison réciproque de TA , & par conséquent V est le
 foyer des rayons qui viennent parallèles à AB , & T le foyer
 de ceux qui viennent parallèles à ED , & ces foyers principaux
 se trouvent comme ci-devant, en prenant KT à KB comme
 l'unité à deux fois le nombre des réflexions successives.

411. *Corol.* 2. Les soutendantes perpendiculaires Kk , Ll ,
 Mm , &c. des petits angles en A , F , G , &c. sont égales
 entr'elles. Et les petits arcs Bb , Cc , Dd , &c. sont en pro-
 gression arithmétique, aussi bien que les perpendiculaires $B\beta$,

$C\gamma$, $D\delta$, &c. parce que les petits triangles rectangles $Bb\beta$, $Cc\gamma$, $Dd\delta$, &c. sont équiangles.

PROPOSITION III.

412. Du centre C d'un cercle réfringent Bb entre deux milieux donnés, abaissez la perpendiculaire CD sur un rayon incident AB & CE sur le rayon rompu BF donné de position; si le point A est le foyer des rayons incidents sur le petit arc Bb , & F leur foyer après la réfraction, la raison des distances BF à EF , sera composée de la raison des distances semblables BA à DA , de la raison des sinus d'incidence & de réfraction CD , CE prises directement & de la raison inverse des cosinus BD , BE .

Car soit AbF le rayon le plus proche de ABF ; abaissez sur Ab les perpendiculaires Cd , $B\delta$ & sur bF , Ce , $B\eta$; les triangles rectangles $B\delta b$, $BD C$ seront semblables, comme on le voit en retranchant l'angle commun DBb des angles droits CBb , $DB\delta$. Et par la même raison les triangles rectangles $B\eta b$, $BE C$ seront semblables, & par conséquent les figures totales $B\delta\delta b$, $BE D C$ seront aussi semblables. On doit aussi observer que CD est à CE & Cd à Ce en raison donnée du sinus d'incidence au sinus de réfraction; & en divisant Dd est à Ee dans la même raison. Car on peut regarder la même ligne CDd comme perpendiculaire aux deux rayons AB , Ab lorsque l'angle BAb disparoît (art. 204). Donc puisque les triangles $BF\eta$, $EF e$ sont semblables aussi bien que $BA\delta$, $DA d$; la raison de BF à EF ou de $B\eta$ à Ee qui est composée des raisons $B\eta$ à $B\delta$, $B\delta$ à Dd , Dd à Ee sera aussi composée des raisons suivantes qui sont les mêmes respectivement que les premières, BE à BD , BA à DA , CD à CE . La position du rayon rompu BF , qui est supposée donnée dans cette proposition & dans les suivantes, sera dans la suite déterminée par le Lemme 4.

413. Corol. 1. Lorsque les rayons incidents sont parallèles, la raison de BF à EF est composée de la raison directe des sinus d'incidence & de réfraction & de la raison inverse des cosinus;

Ggg ij

parce que la raison de BA à DA est une raison d'égalité, lorsque A est fort éloigné.

414. *Corol. 2.* La raison des soutendantes perpendiculaires Dd, Ee, des petits angles en A & F, est invariable; étant la même que celle du sinus d'incidence à celui de réfraction.

L E M M E I.

Fig. 301.

415. La raison des tangentes CT, CV de deux angles quelconques CBD, CBF est composée de la raison directe de leurs sinus CD, CE & de la raison inverse de leurs cosinus BD, DE.

Car les triangles rectangles BCT, BDC sont équiangles, aussi bien que les triangles rectangles BCV, BEC. Donc la raison de CT à CV, qui est composée de CT à CB & de CB à CV, ou de CD à DB & de EB à EC, est la même que celle du rectangle sous CD, EB au rectangle sous DB, EC, qui est composée de la raison de CD à CE & de EB à DB (*Eucl. VI. 23*), c'est-à-dire, de la raison directe des sinus & inverse des cosinus. C. Q. F. D.

P R O P O S I T I O N I V.

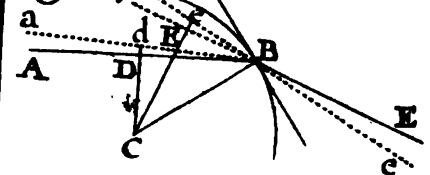
Fig. 302.

416. Soient AB & Bf un rayon incident & un rayon rompu donnés de position. Du centre C de la courbure en B ou du cercle réfringent, abaissez CE perpendiculaire au rayon Bf prolongé, & soit Bf à BE comme la tangente de l'angle d'incidence à la différence des tangentes d'incidence & de réfraction. Placez Bf en avant, c'est-à-dire, selon le cours du rayon rompu, si la surface du milieu plus dense est convexe, & en arrière si elle est concave; f sera le foyer d'un pinceau délié de rayons qui viennent parallèles à AB sur un très-petit arc en B.

Car la raison de Bf à Ef étant composée de la raison directe des sinus d'incidence & de réfraction, & de la raison inverse des cosinus (art. 413) est la même que celle des tangentes de ces angles (art. 415); & en divisant Bf: BE comme la tangente d'incidence à la différence des tangentes d'incidence



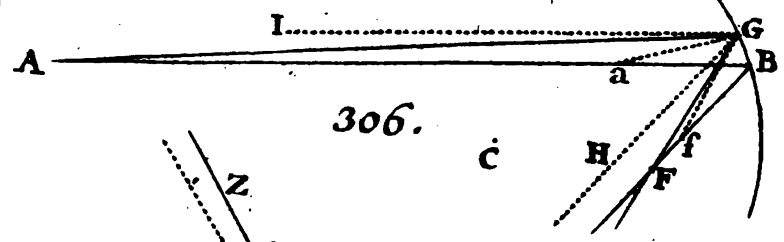
Fig. 304.



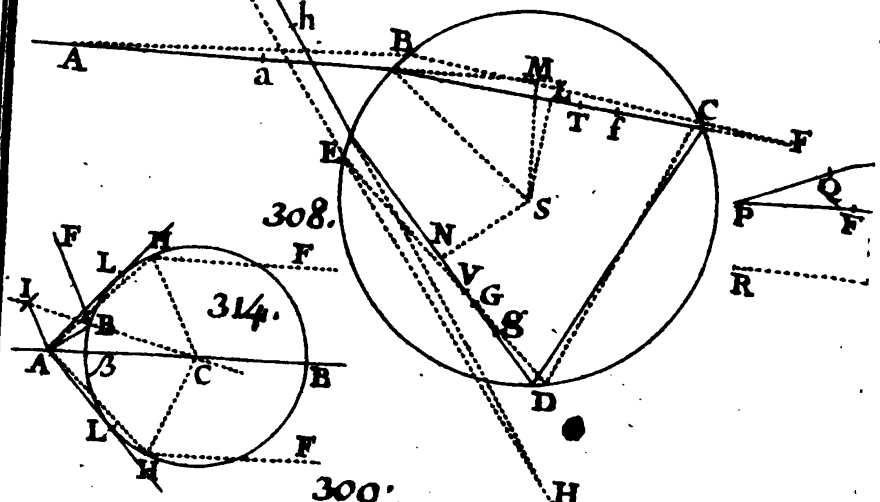
305.



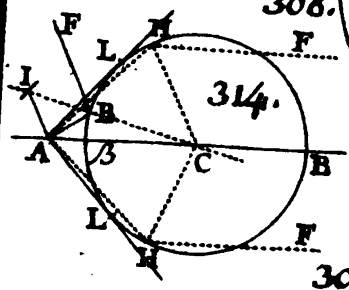
306.



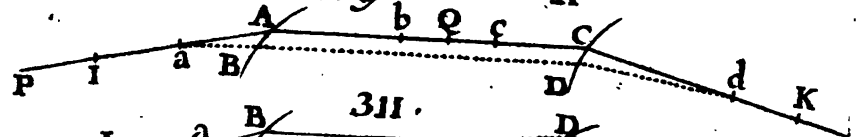
308.



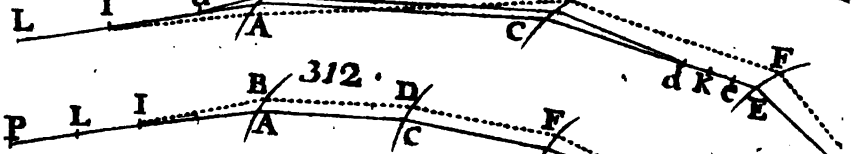
314.



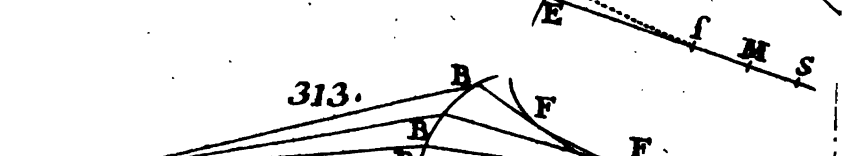
309.



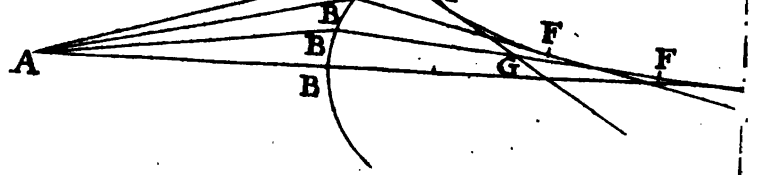
311.



312.



313.



& de réfraction. La raison de la règle pour la position de Bf est que les rayons allant en avant dans l'un, & divergents dans l'autre. C. Q. F. D.

417. *Corol.* 1. Donc Bf est à Ef comme la tangente d'incidence à la tangente de réfraction.

418. *Corol.* 2. Soit a le foyer des rayons qui vont parallèlement à fB , nous aurons $Bf : Da :: BE : BD$, c'est-à-dire, que les continuations BE , BD jusqu'aux foyers des rayons parallèles à ces cosinus, seront en même raison que les cosinus mêmes. Car $Bf : Ef :: \text{tang. d'incid.} : \text{tang. de réfract.}$ & Ba est à Da dans la même raison inverse. Donc $Bf : Ef :: Da : Ba$ & en divisant $Bf : BE :: Da : DB$, & par raison alterne, $Bf : Da :: BE : BD$.

419. *Corol.* 3. On peut aussi trouver le foyer f en menant des lignes en cette manière. Menez CE perpendiculaire au rayon rompu Ef ; EG perpendiculaire à BC , & Gf parallèle aux rayons incidents; elle coupera les rayons rompus dans leur foyer f . Car si EG coupe AB en H , & Gf étant parallèle à la base BH du triangle BEH , nous aurons $Bf : BE :: HG : HE$ (*Eucl. VI. 2*) qui est la même proportion de la proposition; puisque GH & GE sont tangentes des angles GBH , GBE d'incidence & de réfraction.

420. *Corol.* 4. Par où l'on voit que pendant que l'angle d'incidence croît continuellement, la distance du foyer Bf décroît continuellement, jusqu'à s'anéantir, lorsque l'angle de réfraction devient un angle droit, ou même jusqu'à devenir égale au cosinus de réfraction, lorsque l'angle d'incidence est droit. Par conséquent la distance du foyer est la plus longue, lorsque l'angle d'incidence est le plus petit: & alors cette proposition retombe dans la 2^e. du chapitre 3^e. art. 224. Car les tangentes des angles très-petits sont en même raison que leurs sinus ou arcs. (art. 204).

L E M M E II.

421. Le plus petit incrément d'un angle d'incidence, est à l'incrément contemporain de l'angle de réfraction, comme Fig. 304.

la tangente de l'angle d'incidence, à la tangente de l'angle de réfraction.

Soient deux rayons AB , aB , comprenant un très-petit angle ABa , qui soient rompus en B le long des lignes BE , Be par un plan ou par une surface courbe. D'un point quelconque C de la ligne BC perpendiculaire à cette surface, abaissez CDd perpendiculaire aux rayons incidents (prolongés) en D & d & CEe perpendiculaire aux rayons rompus (prolongés) en E & e . Puisque CD est à CE & Cd à Ce en même raison des sinus, nous aurons, en divisant $Dd : Ee :: CD : CE$. Mais la raison des petits angles (ABa ou) DBd & EBe , qui sont les incréments ou décréments contemporains des angles d'incidence & de réfraction, étant composée de la raison de Dd à Ee & de BE à BD (art. 222), c'est-à-dire, de CD à CE & de BE à BD , est la même que celle des tangentes d'incidence & de réfraction. (art. 415). C. Q. F. D.

422. *Corol.* Donc si les angles d'incidence & de réfraction de l'un des rayons ABE , aBe sont invariables, pendant que ceux de l'autre rayon varient un peu, les petits incréments ou décréments seront toujours entr'eux dans une raison invariable.

PROPOSITION. V.

Fig. 303.

423. Soit un rayon AB qui tombant avec quelque obliquité sur une courbe réfringente en B , est rompu le long de BF donnée de position; soit Ba la distance du foyer des rayons qui viennent parallèlement à FB ; & Bf celle du foyer des autres rayons parallèles à AB ; si l'on suppose que le point A soit le foyer donné des rayons incidents, on dira $Aa : aB :: Bf : fF$ & l'on placera fF du même côté par rapport à fB , que l'est aA par rapport à aB ; F sera le foyer des rayons rompus.

Fig. 304.

Car soit AGF le rayon le plus proche de ABF ; & joignant aG & fG , le rayon aG après la réfraction en G , ira le long de la ligne GH parallèle à BF , par la supposition; de même le rayon fG se rompra en G le long de la ligne Gl parallèle à BA . Mais l'angle AGa est à l'angle FGH ou GFf dans une certaine raison donnée (art. 422); & de même l'angle

aAG ou AGI est à fGF dans la même raison donnée (art. 422.)
 Donc par raison alterne, l'angle AGa : ang. aAG :: ang.
 GFf : ang. fGF ; & les sinus de ces petits angles sont en
 même proportion (art. 220). Donc dans les triangles AGa ,
 GFf les côtés opposés à ces angles sont aussi dans la même
 proportion (art. 221); c'est-à-dire, $Aa : aG :: Gf : fF$,
 ou $Aa : aB :: Bf : fF$ (art. 204). Si A s'approche de a &
 se confond ensuite avec a , la ligne fF devient infinie; & par
 conséquent lorsque A passe de l'autre côté de a , le point F
 doit aussi passer par une distance infinie à l'autre côté de f .
 C. Q. F. D.

424. *Corol.* 1. Lorsque le rayon ABF est donné de position,
 la ligne fF est en raison réciproque de Aa .

425. *Corol.* 2. En appliquant la même démonstration à la Fig. 306.
 fig. 306, on trouvera la même proportion pour le foyer des
 rayons réfléchis. Car ici l'angle AGa est à $F GH$ ou GFf
 en raison d'égalité (art. 8) aussi bien que l'angle aAG ou
 AGI à l'angle fGF ; & par conséquent les triangles AGa ,
 GFf sont équiangles, & l'on aura $Aa : aG$ ou $aB :: Gf$ ou
 $Bf : fF$. Ce qui est une autre démonstration de la première
 de ces propositions (art. 402); & les points a, f , qui sont
 les foyers des rayons parallèles à FB & AB , peuvent se trouver
 en cette manière. Soient deux rayons incidents AB, ab qui Fig. 307;
 décrivent deux cordes parallèles d'un cercle $AabBcC$ & qui
 soient réfléchis le long des cordes BC, bc respectivement égales
 à BA, ba (art. 9, 19), & qu'elles se coupent en f . On aura
 $2Bb = (Bb + Aa = \text{arc } AB - \text{arc } ab = \text{arc } BC - \text{arc } bc =)$
 $Cc - Bb$. Donc $Cc = 3Bb$ & $Bb : Cc :: 1 : 3$. Si
 les cordes AB, ab s'approchent à l'infini l'une de l'autre, les
 figures Bfb, Cfc deviendront des triangles équiangles (art.
 204), & par conséquent $Bf : fc$ ou $fC :: (Bb : Cc ::) 1 : 3$.
 Donc $Bf = \frac{1}{4} BC = \frac{1}{4} BA$.

PROPOSITION VI.

426. *Ayant le foyer d'un pinceau superficiel & délié de rayons
 qui tombent avec quelque obliquité sur un grand cercle d'une sphère
 d'une matière homogène quelconque, trouver le foyer des rayons*

émergents de la sphère par la réfraction, après un nombre donné de réflexions successives en dedans du cercle.

Fig. 3c8.

Soit A B C D E Z le cours d'un rayon incident en B, réfléchi successivement un nombre donné de fois, comme aux points C, D (art. 183 &c.) & émergent par E. Soit A le foyer donné des rayons incidents; F leur foyer après la première réfraction en B; G leur foyer après les réflexions en C & D; & H leur foyer après l'émergence par réfraction en E. Pour trouver ces foyers, soient B f & B a les distances des foyers des rayons qui viennent parallèles à A B & F B respectivement; dites $A a : a B :: B f : f F$; ce qui donne le foyer F, en plaçant f F du même côté par rapport à B f que l'est A a par rapport à a B (art. 423). De plus, par le centre S de la sphère, menez S L, S N perpendiculaires à la première & dernière cordes B C, D E & vers C & D premier & dernier points de réflexion, prenez L T & N V respectivement en proportion à L C ou N D, comme l'unité est à deux fois le nombre donné des réflexions successives; ensuite comme F est le foyer des rayons incidents en C, on dira T F : T L :: T L ou V N : V G, ce qui donne le foyer G après la dernière réflexion en D, en plaçant V G du même côté par rapport à V N que T F l'est par rapport à T L (art. 409). Enfin soient E g & E h les distances des foyers des rayons qui viennent parallèlement à Z E & G E respectivement, comme G est le foyer des rayons incidents en E, dites $G g : g E :: E h : h H$; ce qui donne le foyer H des rayons émergents, en plaçant h H du même côté par rapport à E h, que G g l'est par rapport à g E (art. 423). C. Q. F. T.

427. *Corol.* 1. Pendant que le pinceau incident roule autour du foyer A par un mouvement angulaire dans le plan du cercle B C D E, les lignes proportionnelles A a, a B, B f, f F varieront toutes en longueurs (art. 420), aussi bien que T L; & lorsque T F, T L, T f seront en proportion continue, les rayons émergents seront parallèles à E Z. Car nous avons $G g : g E :: E h : h H$; donc h H sera infinie lorsque g G sera zero, c'est-à-dire, lorsque V G égalera V g ou T f, qui sont toujours égales, à cause des cordes égales B C, D E & des réfractions égales en E & B. Mais par la construction T F, T L, V G sont toujours en

en proportion continue ; donc lorsque VG & Tf sont égales , nous avons TF , TL , Tf en proportion continue.

428. *Corol.* 2. Donc si les rayons incidents sont paralleles , les émergents le seront aussi lorsque Tf deviendra $= TL$; & par conséquent lorsque Lf sera à LC comme l'unité au nombre donné de réflexions successives. Car lorsque le foyer A est infiniment éloigné , la foyer F se confond avec f , & par conséquent les proportionnelles TF , TL , Tf (art. 427) sont égales entr'elles.

429. *Corol.* 3. Donc en abaissant SM perpendiculaire à AB prolongée , & prenant n pour le nombre donné des réflexions successives , si les rayons incidents sont paralleles , les émergents le seront aussi , lorsque $BL : BM :: n + 1 \times SL : SM$. Car dans le corol. 2 , nous avons $n : 1 :: LC$ ou $LB : Lf$, & en composant $n + 1 : 1 :: (Bf : Lf$, c'est-à-dire ,) en raison composée de SM à SL & de BL à BM (art. 413). Donc en composant ces raisons avec celle de SL à SM , nous avons $n + 1 \times SL : SM :: BL : BM$.

430. *Corol.* 4. Donc si l'on prend $I : R :: SM : SL$ & $m = n + 1$, on aura $BM : BS :: \sqrt{11-RR} : \sqrt{mm-1.RR}$, ce qui détermine l'angle d'incidence BSM , lorsque les rayons qui viennent parallelement à AB , sortent parallelement à EZ , & c'est la regle de *Newton* pour déterminer les diamètres apparents de l'arc-en-ciel , comme on l'expliquera dans la suite. Car puisque $SM : SL :: I : R$, nous aurons $SM \pm SR : SM :: I \pm R : I$, & dans le Corol. 3 nous avons $BL \pm BM : BM :: mR \pm I : I$. Mais $SM^2 + BM^2 = SL^2 + BL^2$ (*Eucl.*

1. 47) , ou $SM^2 - SL^2 = BL^2 - BM^2$ ou $SM + SL \times SM - SL = BL + BM \times BL - BM$. Donc $SM + SL : BL + BM :: BL - BM : SM - SL$; c'est-à-dire , en substituant les valeurs de ces termes , qui sont données par les proportions précédentes , $\frac{I+R}{I} SM : \frac{mR+I}{I} BM :: \frac{mR-I}{I} BM : \frac{I-R}{I} SM$. Donc $I + R \times I + R \times SM^2 = mR + I \times mR - I$

$\times BM^2$, & par conséquent $BM^2 : SM^2 :: II - RR : m^2$
 $RR - II$, & en composant $BM^2 : BS^2 :: II - RR : mm - I$
 $\times RR$ & $BM : BS :: \sqrt{II - RR} ; \sqrt{mm - I} . RR$.

PROPOSITION VII.

431. *Ayant les positions de deux courbes données, entre trois milieux donnés, & supposant que les rayons d'un pinceau délié dans l'un des milieux extérieurs soient parallèles & tombent sur les courbes avec quelque obliquité; trouver leur foyer après les réfractions faites dans les deux courbes?*

Fig. 309.

Soit $aAbcCd$ un rayon rompu en A & C par les courbes données AB , CD , soient dans ce rayon donné a & d les foyers des rayons, qui avant que d'entrer par les réfractions en AB & CD dans les milieux extérieurs, vont de part & d'autre parallèlement & fort proche de AC dans le milieu intérieur. Soient aussi b & c les foyers des autres rayons, qui avant que d'entrer par les réfractions dans le milieu intérieur, vont parallèlement à aA & dC respectivement dans les milieux extérieurs. On trouvera ces foyers par les art. 416 & 401. Dites ensuite $cb : bA :: Aa : aI$, & plaçant aI du même côté par rapport à aA , que l'est bc par rapport à bA , le point I sera le foyer après les deux réfractions des rayons qui viennent parallèlement du dehors sur la courbe CD (art. 423); parce que c est leur foyer après la première réfraction. De même en disant $bc : cC :: Cd : dK$, & plaçant dK du même côté par rapport à dC que l'est cb par rapport à cC , le point K sera le foyer après les deux réfractions des autres rayons qui viennent parallèlement du dehors sur l'autre courbe AB (art. 423). C. Q. F. T.

Fig. 310.

432. *Corol. 1.* Soient les deux surfaces AB , CD qui composent une sphère de matière homogène, & que S en soit le centre. Abaissez SM perpendiculaire au rayon incident aA prolongé & SN à l'émergent dC . Divisez également aM & dN en I & K , & les points I , K seront les foyers des rayons rompus dans la sphère qui viennent parallèlement à dC & aA . Car en divisant AC également en L , nous avons $Lc : LC :: Cd : CN$ (art. 418), & en composant $Lc : cC :: Cd : dN$; mais par

cette proposition nous avons bc ou $2Lc : cC :: Cd : dK$, & par conséquent $2Lc \times dK = (cC \times Cd =) Lc \times dN$, par la première proportion. Donc $dK = \frac{1}{2} dN$, & par le même raisonnement, $aI = \frac{1}{2} aM$.

433. *Corol. 2.* Nous avons Cd à CN , comme la tangente du moindre des angles d'incidence & de réfraction, à la différence de leurs tangentes (art. 416); & par conséquent le foyer K sera en dehors ou en dedans de la sphère, selon que cette moindre tangente sera plus grande ou plus petite que la différence desdites tangentes; laquelle différence croît à l'infini, pendant que les angles d'incidence & de réfraction croissent, c'est-à-dire, pendant que le rayon AC s'éloigne de plus en plus du centre de la sphère.

PROPOSITION VIII.

434. *Le foyer des rayons incidents étant donné, trouver leur foyer après deux réfractions par deux courbes données, entre trois milieux donnés?*

Dans le rayon $IaACdK$ donné de position, soient a & d les foyers des rayons, qui avant que d'entrer par les réfractions en $ABCD$ dans les milieux extérieurs, vont de part & d'autre parallèlement & fort proche de AC dans le milieu intérieur. Soient aussi I & K les foyers des autres rayons, qui avant leurs réfractions dans les deux courbes, vont parallèlement à CK & AI dans les milieux extérieurs. Soit ensuite P le foyer des rayons incidents sur la surface AB ; I & a les foyers des rayons qui vont du côté opposé aux incidents, & dites, comme $PI : Ia :: dK : KR$, & plaçant KR du même côté par rapport à Kd que l'est IP par rapport à Ia , le point R sera leur foyer après les deux réfractions. Fig. 309.

Car en faisant $Pa : aA :: Ab : bQ$, & plaçant bQ à l'ordinaire, le point Q sera leur foyer après la première réfraction en AB (art. 423). Le même point Q étant le foyer des rayons incidents sur CD , on dira encore $Qc : cC :: Cd : dK$, ce qui étant placé à l'ordinaire donne le foyer R après les deux réfractions (art. 423.) Mais par la première de ces proportions & de celles de la proposition précédente, le rectangle $Pa \times bQ$

H h i j

$= (A b \times a A =) b c \times a I$ & par la seconde proportion dans les mêmes propositions, le rectangle $Q c \times d R = (c C \times C d =) b c \times d K$; donc en réduisant les deux premiers rectangles à la proportion de leurs côtés, on aura $I a : P a :: b Q : b c$ & en divisant (ou en composant) $P I : P a :: (Q c : b c ::) d K : d R$ par la résolution des deux derniers rectangles; & en divisant (ou en composant) $P I : I a :: d K : K R$. C. Q. F. D.

435. *Corol. 1.* Donc si le rayon $I A C K$ est donné de position, $K R$ est en raison réciproque de $P I$; parce que le rectangle $I a \times d K$ est invariable.

Fig. 310.

436. *Corol. 2.* Dans la sphère nous avons $P I : I M :: N K : K R$, ce qui donne le foyer R en plaçant $K R$ du même côté par rapport à $K N$ que $I P$ l'est par rapport à $I M$; parce que nous avons $I M = I a$ & $K N = K d$ (art. 422). Et cette règle pour le foyer R est la même que celle de l'art. 236, lorsque les rayons passent auprès du centre de la sphère.

437. *Corol. 3.* Menez PS qui coupe le cercle en B & D ; & soit SF la distance du foyer de la sphère; si SP est plus long que SF , pendant que l'arc BA croît, la ligne $K R$ diminue jusqu'à zero, de manière que tous les points N, C, K, R se confondent ensemble dans la surface de la sphère. Car pendant que BA croît, AM décroît jusqu'à s'anéantir, étant toujours la moitié de la corde de l'arc coupé par le prolongement de PA . IM décroît plus vite que AM , étant au commencement plus grand, ensuite aussi grand & enfin moindre que AM (art. 433). Mais $P I$ ou $PA \mp AI$, croît; parce que PA croît toujours; pendant que AI diminue au commencement jusqu'à zero, & ensuite croît du côté opposé à AP . Donc $K R$ ou $\frac{I M \times N K}{P I}$ décroît jusqu'à zero.

438. *Corol. 4.* Si SP est moindre que la distance SF du foyer, pendant que l'arc BA croît depuis zero, la ligne négative $K R$ augmente au commencement à l'infini & ensuite diminue jusqu'à zero comme ci-devant. Car lorsque A se confond avec B , les points M, I se confondent avec S, F & que pendant que BA croît, MI décroît (art. 437) jusqu'à ce que $P I$ devienne zero & $K R$ infini (art. 435); après quoi $K R$ décroît jusqu'à zero comme ci-devant.

439. *Corol.* 5. On voit par là que NR croît au commencement jusqu'à l'infini, & décroît ensuite jusqu'à zero.

440. *Corol.* 6. Lorsque NR décroît le point R entre dans la sphère, & ensuite revient vers sa surface avant que NR s'anéantisse dans la surface même. Dans la ligne PI prenez $QI : IM :: NK : KC$, & pendant que AB croît, ces deux raisons deviennent à la fin des raisons d'égalité; (parce que la dernière raison de NC à Cd est infinie, par l'art. 433.) Donc QI deviendra moindre que PI . Mais $PI : IM :: NK : KR$ (art. 436), & par conséquent $PI \times KR = (NK \times IM =) QI \times KC$ & $PI : QI :: KC : KR$. Donc KR sera moindre que KC , & ainsi le foyer R entrera dans la sphère & reviendra ensuite à sa surface, ou NR disparoît, lorsque les rayons incidents & émergents sont tangents à la sphère.

PROPOSITION IX.

441. *Ayant la position de trois courbes données, entre quatre milieux donnés, & supposant que les rayons d'un pinceau délié soient parallèles dans l'un des milieux extérieurs, & qu'ils tombent avec quelque obliquité sur les courbes, on demande leur foyer après toutes les réfractions?*

En supposant les foyers a, d & I, K déterminés par la prop. 8^e. pour deux surfaces contigües, comme AB, CD ; soit le rayon CeE rompu dans la surface EF le long de EfM ; & que les rayons qui viennent parallèlement à ME & CE aient leurs foyers en e & f après la seule réfraction en EF , dans laquelle e étant le foyer des rayons incidents sur la surface CD , on dira, $eK : Kd :: aI : IL$, & plaçant IL à l'ordinaire, le point L sera le foyer après trois réfractions des rayons qui viennent parallèlement du dehors sur la courbe EF (art. 434). Dites encore, $Ke : eE :: Ef : fM$, & plaçant fM à l'ordinaire, le point M sera le foyer des autres rayons après trois réfractions, lesquels viennent parallèlement du dehors sur la courbe AB . (art. 423). C. Q. F. T.

Fig. 312.

PROPOSITION X.

442. *Ayant le foyer d'un pinceau délié de rayons incidents avec obliquité sur un nombre donné de courbes entre des milieux donnés, trouver le foyer des rayons émergents?*

Fig. 312.

Soient I & f les foyers des rayons, qui avant leur émergence par les réfractions dans les deux milieux extérieurs, vont de part & d'autre parallèlement & fort proche du rayon donné dans l'un des milieux intérieurs; par exemple, CE ; & soient L & M les foyers des autres rayons, qui avant les réfractions par toutes les courbes, viennent parallèlement à ME & LA respectivement. Soit ensuite P le foyer donné des rayons incidents; si l'on fait, $PL : LI :: fM : MS$, & si l'on place MS du même côté par rapport à Mf que l'est LP par rapport à LI , le point S sera leur foyer après toutes les réfractions.

On peut démontrer cela par la 9^e. proposition de la même manière que la 8^e. a été démontrée par la 7^e. ou dans les mêmes termes que les art. 370 & 371. Et l'on voit par la méthode de ces démonstrations que la règle qu'on y a donnée pour trois surfaces, est générale pour tout autre nombre. Mais pour éviter la prolixité ennuyeuse, j'ai omis quelques cas de ces propositions, comme j'avois fait dans celle du 8^e. chapitre, tels que ceux dont j'ai fait mention dans l'art. 399.

443. *Corol. 1.* Donc si le rayon $PLACEMS$ est donné de position, PL est en raison réciproque de MS ; parce que le rectangle sous les deux est égal au rectangle invariable sous LI , fM .

444. *Corol. 2.* Les mêmes règles & démonstrations servent aussi à trouver le foyer des rayons réfléchis successivement par un nombre donné de courbes, en citant la première de ces propositions au lieu de la cinquième.

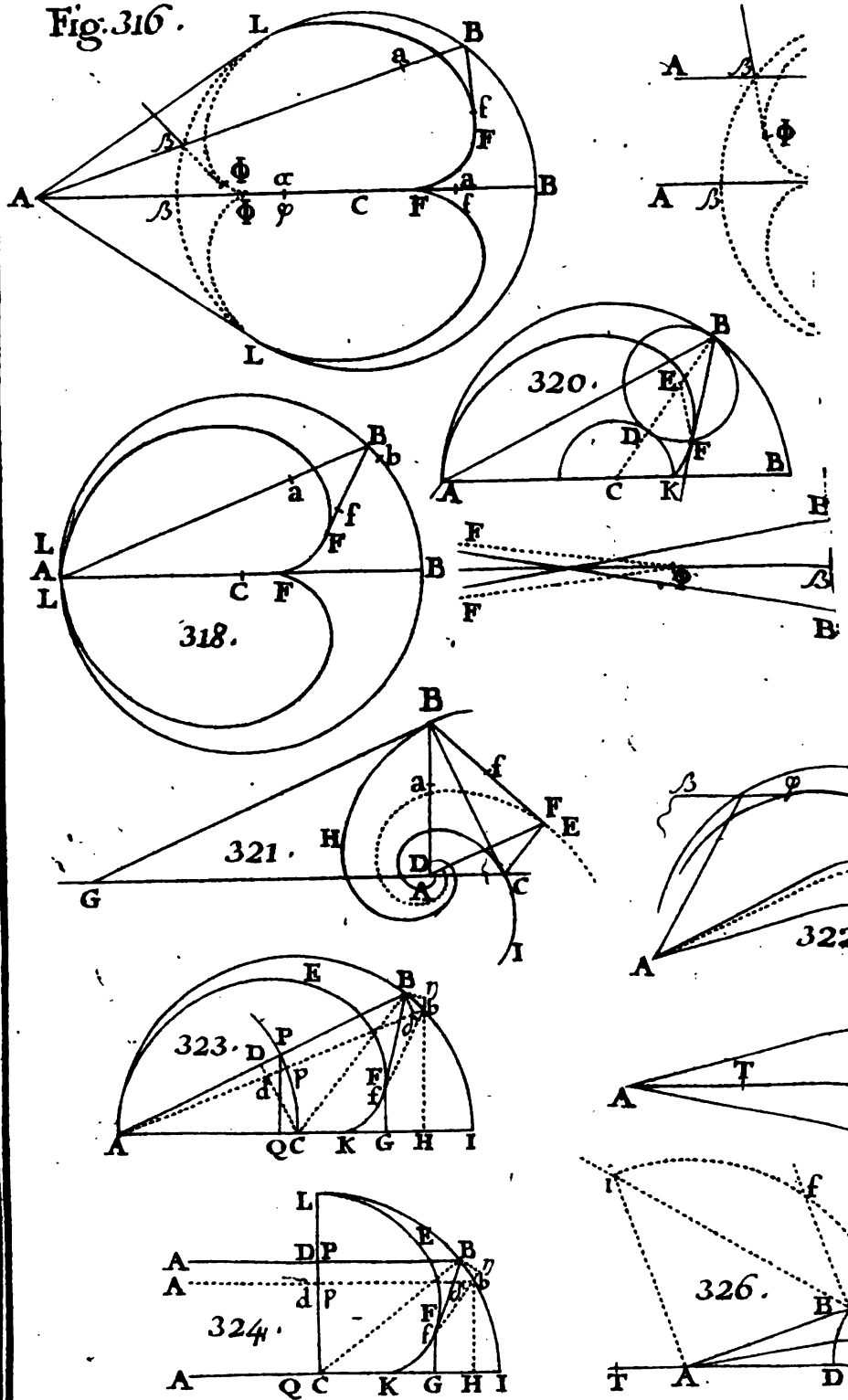
Définition des Caustiques.

Fig. 313.

445. Lorsqu'un nombre infini de rayons incidents AB , AB &c. qui sont tous dans le même plan d'incidence, n'appartient pas à un seul point ou foyer après leurs dernières réflexions



Fig. 316.



ou réfractions, mais qu'ils se coupent mutuellement en un nombre infini de points; la courbe F F F qui touche chacun des rayons réfléchis ou rompus B F, B F &c. prolongés s'il est nécessaire, aux points F, F, F, se nomme *Cauistique par réflexion ou par réfraction*, selon qu'on l'applique aux rayons réfléchis ou rompus.

446. *Corol.* 1. Soient deux tangentes B F, B F qui se coupent mutuellement en G, si l'on suppose que ces tangentes s'approchent l'une de l'autre jusqu'à se confondre, les points d'atouchement & le point d'intersection s'approcheront aussi mutuellement jusqu'à se confondre. Il est donc évident qu'un rayon réfléchi ou rompu touche la caustique dans le point du rayon où son intersection avec le rayon suivant disparoît, lorsqu'on les suppose se confondre ensemble.

447. *Corol.* 2. Donc en imaginant deux rayons incidents infiniment proches l'un de l'autre & qui roulent autour de leur foyer A dans le plan d'incidence, leur foyer F ou l'intersection des rayons réfléchis ou rompus décrira la caustique déterminée ci-devant. On l'appelle caustique réelle ou imaginaire selon que F est le foyer des rayons convergents ou divergents. Pour donner une idée des figures des caustiques que les rayons réfléchis par un cercle ou par une courbe produisent, on doit examiner les différentes inclinaisons des rayons réfléchis avec le diamètre du cercle qui passe par le foyer des rayons incidents, ou avec l'axe de la courbe.

LEMME III.

448. Soit A le foyer des rayons incidents sur un cercle B H dont le centre est C. Dans l'angle d'incidence A B C, ou dans son supplément à deux droits, inscrivez une ligne A I égale au rayon incident A B; le rayon réfléchi B F sera parallèle à A I. Fig. 314, 315.

Car les angles A B I, A I B, I B F sont égaux entr'eux; (*Eucl.* I. 5. 29.) C. Q. F. D.

449. *Corol.* 1. Menez l'axe A C, qui coupe le cercle à angles droits en s & B & que les lignes A L, A L le touchent en L & L; les points L, L, diviseront la circonférence en deux arcs

dont $L B L$ le plus éloigné de A sera concave vers A & $L \beta L$ le plus proche de A sera convexe vers A . Et lorsque le point B arrive en L , le point I se confond aussi avec lui, & ainsi le rayon réfléchi s'avance dans la direction du rayon incident.

450. *Corol. 2.* Inscrivez dans le cercle réfléchissant deux lignes $A H$, $A H$ égales chacune à $A C$ distance du foyer au centre; les rayons qui seront réfléchis par l'arc $H B H$ le plus éloigné, seront tous convergents vers l'axe $A C$; & ceux qui seront réfléchis par l'autre arc $H \beta H$ seront tous divergents de $A C$; & les deux rayons $H F$, $H F$ qui sont réfléchis par les points H , H étant parallèles à l'axe $A C$, sépareront les rayons convergents de ceux qui sont divergents. Car en supposant que le rayon $A B$ s'approche de $A H$ & se confond avec $A H$, la ligne $A I$ s'approchera de $A C$ & se confondra avec $A C$; & alors le rayon réfléchi $B F$, qui est toujours parallèle à $A I$, sera parallèle à $A C$. Mais tant que $A B$ est plus court que $A H$ ou $A C$, la ligne égale $A I$ est aussi plus courte que $A C$, & par conséquent elle est placée du même côté de l'axe $A C$ que $A B$, & ainsi le rayon réfléchi $B F$, étant parallèle à $A I$ est divergent de l'axe $A C$. D'un autre côté tant que $A B$ est plus long que $A H$ ou $A C$, la ligne $A I$ l'est aussi, & ainsi elle est placée de l'autre côté de l'axe $A C$. Donc $B F$ étant parallèle à $A I$, est maintenant convergent vers l'axe $A C$.

451. *Corol. 3.* Delà il suit évidemment que lorsque le foyer A est plus proche du centre du cercle que la moitié de son diamètre, les rayons réfléchis par tout le cercle sont tous convergents vers l'axe $A C$.

PROPOSITION XI.

Sur les figures & les propriétés des caustiques par réflexion.

Fig. 316. 452. 1^{re}. *Cas.* Soit A le foyer des rayons incidents, en dehors du cercle réfléchissant $L B L \beta$ & que les lignes $A L$, $A L$ le touchent en L & L ; pendant que le point d'incidence B du rayon $A B$ décrit l'arc $L B B L$ qui est concave vers le foyer A , le foyer conjugué F du pinceau infiniment délié, décrira une caustique réelle $L F F L$ (art. 447), & pendant que le point

point d'incidence β décrit l'arc $L \beta \beta L$ qui est convexe vers le foyer A , le foyer conjugué ϕ décrira la caustique imaginaire $L \phi \phi L$ (art. 447.) La caustique réelle & l'imaginaire sont toutes deux contenues en dedans du cercle réfléchissant & chacune est composée de parties semblables & égales des deux côtés de l'arc AC , où chaque paire de parties semblables se réunit, & où elles forment deux points en F & ϕ des deux côtés du centre C . Tout cela suit de l'art. 402 par lequel $Bf = Ba = \frac{1}{2} B\beta$ & $Aa : aB :: Bf : fF$, & par conséquent la tangente BF de la caustique croît continuellement, pendant que AB & $A\beta$ se meuvent depuis AL vers l'axe AC .

453. 2^e. Cas. Si le foyer A s'éloigne à une distance infinie, la tangente BF de la caustique sera toujours égale à Bf , ou Ba , ou à un quart de la corde incidente $B\beta$ qui est supposée se mouvoir parallèlement à l'axe AC . Fig. 317.

454. 3^e. Cas. Si le foyer A est dans la circonférence du cercle réfléchissant, la tangente BF de la caustique sera par-tout égale à un tiers de la corde réfléchie ou incidente AB . (art. 402.) Car Bf ou Ba étant égale à $\frac{1}{2} AB$, nous avons $Aa : aB :: Bf : fF :: 3 : 1$, & par conséquent $fF = \frac{1}{3} AB$, ce qui étant ajouté à Bf ou $\frac{1}{2} AB$, donne $BF = \frac{1}{3} AB$. La caustique imaginaire disparaît dans ce cas, & les parties de la caustique réelle viennent en s'arrondissant au foyer A & touchent le cercle dans ce point. Fig. 318.

455. 4^e. Cas. Si le foyer A entre dans le cercle réfléchissant, mais non pas jusqu'au quart de son diamètre $B\beta$, les rayons réfléchis du point le plus proche β seront divergents d'une pointe imaginaire ϕ dans ce diamètre prolongé en arrière (art. 207.) Outre cette pointe en ϕ & la pointe correspondante en F , formée par les réflexions de l'autre extrémité B de ce diamètre, il y a deux autres pointes R & S des deux côtés du diamètre. Ces trois pointes appartiennent à la caustique réelle, qui a aussi deux branches RF , SF qui s'étendent à l'infini, & s'approchent de deux asymptotes BF , $B\phi$, auxquelles appartiennent aussi deux autres branches ϕF , $\phi\phi$ de la caustique imaginaire, qui s'approche de leurs côtés opposés & s'étend du côté opposé à la première. Car si le point d'incidence B roule autour du cercle en commençant par le point le plus

proche $\frac{1}{4}$; tant que le rayon incident AB continue d'être moindre que $\frac{1}{4}$ de la corde incidente BAB , les rayons réfléchis seront divergents de la caustique imaginaire $*F$ (art. 402), & lorsque AB égale $\frac{1}{4}$ de sa corde, le rayon réfléchi devient une asymptote BF ou une tangente à la courbe à une distance infinie (art. 405), & par conséquent lorsque AB est plus grand que $\frac{1}{4}$ de sa corde, les rayons réfléchis sont convergents les uns vers les autres, & forment une branche opposée RF par le mouvement de leur foyer F ; lequel s'approche d'abord du point d'incidence B , jusqu'à ce qu'il soit arrivé à une certaine limite, & alors il s'en éloigne à mesure que la corde incidente devient toujours plus longue; de sorte que par le moyen de ces mouvements contraires de F dans le rayon réfléchi BF , & du changement par degrés de son inclinaison, il se forme une pointe ou rebroussement en R ; de la même manière que la pointe ou rebroussement se forme dans l'axe en F , par l'allongement ou le raccourcissement de BF & par le changement continu de son inclinaison.

456. 5°. *Cas.* Si le foyer A divise le demi-diamètre AC en deux parties égales, la pointe $*$ s'éloignera à une distance infinie (art. 405); les asymptotes BF , BF se confondront avec l'axe; & lorsque A s'approche encore plus du centre, les deux branches RF , SF se rencontrent à une distance finie $A*$ du côté opposé de A , & ainsi cette caustique a 4 pointes réelles; mais lorsque A arrive au centre, elle se réunit en ce seul point.

457. 6°. *Cas.* Enfin lorsque les rayons incidents tombent sur le côté opposé du cercle étant convergents vers A , toutes ces caustiques sont les mêmes qu'auparavant, excepté que leurs parties réelles & imaginaires changent de place.

Fig. 320.

458. On peut décrire quelques-unes de ces caustiques de la même manière qu'on décrit la cycloïde. Par exemple, dans le 3. cas où le foyer A est dans la circonférence en A , & où BF tangente de la caustique est $\frac{1}{4}$ de la corde AB du cercle réfléchissant; divisez un demi-diamètre quelconque BC en trois parties égales CD , DE , EB , & du centre C avec le demi-diamètre CD , décrivez le cercle DK , qui coupe AC prolongée en K ; de même du centre E avec le demi-diamètre ED ou EB

décrivez le cercle BFD , qui coupe le rayon réfléchi BF en F ; si vous faites rouler le dernier cercle BFD , comme une roue, sans glisser, sur la convexité du premier cercle DK , le point donné F du cercle mobile, décrira la caustique AFK . Car en joignant EF , puisque les triangles isocèles BEF , BCA sont équiangles, & puisque $BE = \frac{1}{2} BC$, la ligne BF sera $\frac{1}{2} BA$, & par conséquent le point F sera dans la caustique (art. 454). Et puisque les angles DEF , DKK , suppléments des angles égaux BEF , BCA , sont égaux, les arcs DF , DK décrits avec des demi-diamètres égaux seront aussi égaux.

459. La caustique d'une courbe, dont on connoît le rayon de courbure dans chaque point, peut aussi se déterminer par l'art. 402. Par exemple, soit AHB une spirale équiangulaire autour de son pôle A ; dont la propriété essentielle est que tandis que le rayon de révolution AB croît ou décroît, la grandeur de l'angle ABG formé par le rayon AB & par la courbe en B ou par sa tangente BG , est invariable. Soit la ligne GAC toujours à angles droits avec AB , & qu'elle rencontre BC perpendiculaire à BG en C , & de la même manière que le point B de l'angle mobile ABG décrit la spirale BH , le point C de l'angle égal ACB décrira une autre spirale équiangulaire ACI autour du pôle A . Par où l'on voit, que C est le centre & CB le demi-diamètre d'un cercle de même courbure que la première spirale en B , parce qu'il lui est perpendiculaire en B , & tangente à l'autre spirale en C .

Si l'on suppose maintenant que A soit le foyer des rayons incidents sur la spirale AHB , le foyer F des rayons réfléchis, comme BF , décrira une troisième spirale équiangulaire AF , qui ne différera de l'une des deux autres que par sa position. Car du centre C d'un cercle de même courbure que la spirale en B , soient abaissés les sinus d'incidence & de réflexion CD , CE sur AB , BF ; & puisque D tombe toujours sur le foyer A , le foyer conjugué F tombera toujours sur E (art. 402), & puisque AB , BE sont égales & également inclinées à la perpendiculaire BC , & par conséquent à la tangente BG , la ligne AF sera parallèle à BG , & ainsi l'angle AFB , formé par AF & BF , tangente de la caustique en F , sera égal à l'angle invariable ABG . C. Q. F. D.

Fig. 311.

Fig. 311.

460. La longueur d'une portion quelconque d'une caustique formée par une courbe réfléchissante quelconque, est égale à la somme du rayon incident & réfléchi qui terminent une extrémité de cette portion, diminuée de la somme du rayon incident & réfléchi qui terminent son autre extrémité.

Imaginons que la tangente BF est une ligne ou fil flexible, qui étant tendu de part & d'autre s'enveloppe ou se développe sur la convexité de la caustique sans glisser, de manière qu'il mesure la longueur de la portion à laquelle il est appliqué. Et ayant fait la même construction que dans la proposition première, puisque les triangles $Bb\delta$, Bb'' , y ont été démontrés égaux, l'incrément $b\delta$ du rayon incident BA est par-tout égal au décrement b'' du fil BF , à compter depuis un point fixe ϕ , & si le point B se meut du côté opposé, les décrets de AB seront par-tout égaux aux incréments du fil. Prenant donc les sommes correspondantes de ces incréments ou décrets, il s'ensuit que lorsque AB & BF sont dans toute autre situation comme $A\beta$, $\beta\phi$, lorsque AB croît, $A\beta - AB = \phi F + FB - \phi\beta$, & retranchant choses égales de choses égales, $A\beta + \beta\phi - AB - BF = F\phi$, portion de la caustique, & lorsque AB décroît, $AB - A\beta = F\phi + \phi\beta - FB$. Donc $AB + BF - A\beta - \beta\phi = F\phi$.

Fig. 312.

Fig. 317.

461. Dans le 3^e. cas lorsque A est dans la circonférence, il suit de la règle précédente que la longueur de la portion $AF = AB + BF = \frac{1}{2} AB$; & dans le second cas, où les rayons incidents sont parallèles, la portion $LF = DB + BF = \frac{1}{2} DB$, la ligne DB étant la moitié de BF .

Fig. 313.

462. On peut déterminer en cette manière la densité des rayons dans chaque particule d'une caustique. Soient les rayons incidents AB , $A b$ réfléchis par un petit arc Bb d'une courbe BI dont l'axe est AI , & que les rayons réfléchis touchent la caustique FfK en F & f . Du centre A & avec le demi-diamètre donné AC , décrivez un arc CpP qui coupe les rayons incidents AB , $A b$ en P & p ; la densité des rayons dans le petit arc Ff sera à la densité uniforme des mêmes rayons dans l'arc Pp , comme Pp est à Ff . Car en supposant que tous les rayons incidents sur l'arc Bb soient réfléchis régulièrement, le même nombre de rayons se trouvera dans chaque moment dans les

lignes Pp , Ff ; & par conséquent leurs densités dans ces lignes seront en raison réciproque de ces lignes. Donc si la grandeur de l'arc Pp est supposée invariable, la densité des rayons dans la particule Ff sera en raison réciproque de sa longueur.

463. Menez les lignes PQ , FG perpendiculaires à l'axe AI , & lorsque toute la figure roulera autour de cet axe, tous les rayons qui viennent de A , & qui sont réfléchis par la surface que la courbe BI décrit, toucheront la caustique superficielle décrite par le mouvement circulaire de la caustique linéaire $E F f K$; & la densité des rayons dans une partie de cette caustique décrite par un petit arc Ff sera à la densité uniforme des rayons incidents sur la surface sphérique décrite par l'arc Pp , comme le rectangle sous Pp & PQ au rectangle sous Ff & FG . Car le même nombre de rayons se trouve en chaque moment dans les anneaux décrits par le mouvement circulaire des lignes Pp , Ff ; & leurs densités étant uniformes dans chaque anneau, sont en raison réciproque des grandeurs des anneaux. Mais l'anneau décrit par Pp est égal au rectangle sous Pp & sous la circonférence décrite par le point P , & l'anneau décrit par Ff est égal au rectangle sous Ff & sous la circonférence décrite par le point F ; & comme la raison de ces circonférences est la même que celle de leurs demi-diamètres, le premier rectangle est au second comme $Pp \times PQ$ est à $Ff \times FG$.

464. Pour donner un ou deux exemples de cette dernière règle; si la surface réfléchissante ABI est sphérique, soit le foyer A dans cette surface dont le centre est C , & soit son demi-diamètre AC égal à AP . La densité des rayons dans la caustique superficielle en F , sera à la densité uniforme des rayons incidents sur la surface sphérique CP , comme le demi-diamètre AC est à $\frac{2}{3}$ de l'ordonnée FG . Car la longueur de la portion AEF de la caustique linéaire est égale à $\frac{2}{3} AB$ (art. 461), & par conséquent le plus petit incrément ou décrément de AB , c'est-à-dire, Ff est égal à $\frac{2}{3} b$. Abaissez CD perpendiculaire à AP & vous aurez $CD = PQ$ étant toutes deux sinus du même arc CP . Et parce que les triangles PpA , BbA , aussi bien que Bb & PCD sont semblables la raison de Pp à Ff étant composée de celles de Pp à Bb , de Bb à b & de b à Ff , est aussi composée de AP à AB ou $2BD$, de BD à CD & de 3 à 4 ,

ce qui donne la raison de 3 AP à 8 CD ou 8 PQ. Donc par la règle, la densité en F est à la densité en P ou C (comme $Pp \times PQ$ à $Ff \times FG$) comme 3 AP à 8 PQ ou comme AC à $\frac{8}{3} FG$.

465. Ainsi abaissant bH perpendiculaire à l'axe ACI, la densité en F dans la caustique superficielle est réciproquement comme son ordonnée FG, ou comme le rectangle sous bH & HI. Car je trouve que $FG : bH :: HI : \frac{1}{2} IC$; ce qui ne vaut pas la peine d'une démonstration. Par où l'on voit que la densité des rayons dans l'axe en K & A est infiniment plus grande que dans aucune distance finie de l'axe.

Fig. 314.

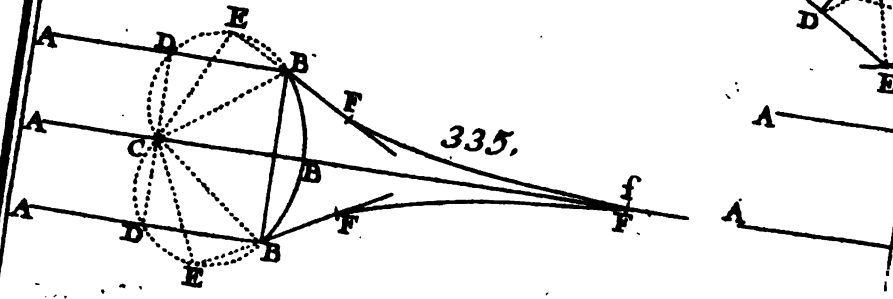
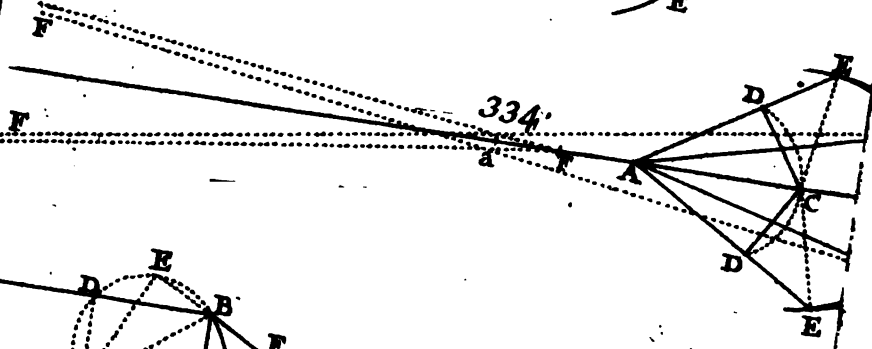
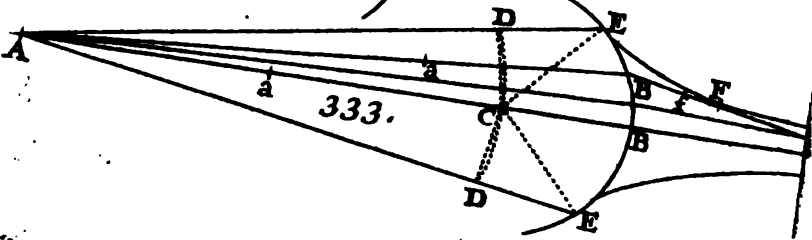
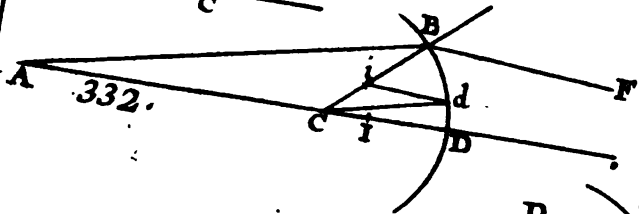
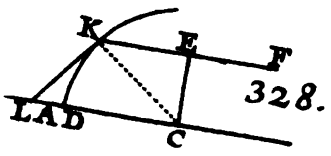
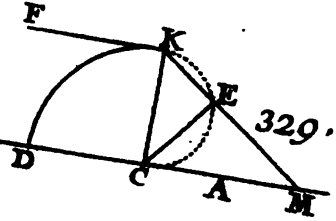
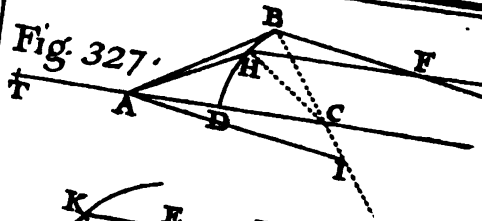
466. Lorsque le foyer A est à une distance infinie de la surface réfléchissante LBI, la densité des rayons dans un point quelconque F de la caustique superficielle décrite par la caustique linéaire LFK, autour de l'axe ACI, est à la densité uniforme des rayons incidents sur un plan perpendiculaire CDL, comme BD est à FG, c'est-à-dire, comme le cosinus de l'angle d'incidence est à l'ordonnée menée du point F. Car la portion LEF de la caustique linéaire, est égale à $\frac{1}{2} BD$ (art. 461); & par conséquent $Ff = \frac{1}{2} b s$. Mais Pp est à Ff en raison composée de Pp ou Bs à bs & de bs à Ff , c'est-à-dire, de BD à DC & de 2 à 3. Donc la densité en F est à la densité en D, comme ($Pp \times PQ$ à $Ff \times FG$, art. 463, c'est-à-dire, comme) $2 BD \times PQ$ à $3 CD \times FG$, ou comme BD à $\frac{3}{2} FG$.

467. Ainsi la densité en F est en raison directe de BD & inverse de FG; ou en raison directe de BD & inverse du cube de CD. Car je trouve que FG est à CD comme CD^2 est à CI^2 , par où l'on voit que la densité des rayons à la pointe K est infiniment plus grande que lorsque l'ordonnée FG est finie.

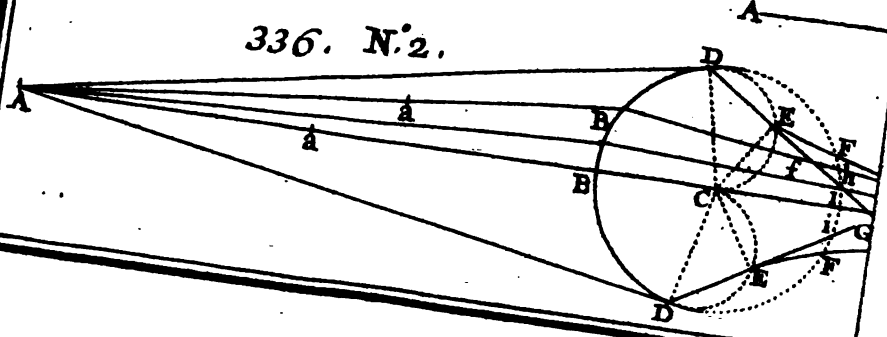
468. Par le moyen de ces règles nous avons la proportion de la chaleur ou de la force des rayons dans les diverses parties de ces caustiques, tant à l'égard les uns des autres, que par rapport aux rayons incidents sur une surface perpendiculaire, en supposant que la chaleur des rayons dans chaque surface est proportionnelle à leur densité, quelles que soient leurs inclinaisons mutuelles.

Planche 36.

Fig. 327.



336. N. 2.



LEMME IV.

29. 469. Dans l'angle d'incidence ABC ou dans son supplément à deux droits, inscrivez une ligne AI qui soit à AB comme le sinus d'incident au sinus de réfraction ; le rayon rompu BF sera parallèle à cette ligne AI . Fig. 325.

Car dans le triangle ABI , le sinus de l'angle ABI est au sinus de l'angle AIB comme AI est à AB (art. 221), c'est-à-dire, par la construction, comme le sinus d'incidence au sinus de réfraction. Mais ABI est l'angle d'incidence ou son supplément à deux droits, & par conséquent AIB ou IBF est l'angle de réfraction ou son supplément à deux droits.

On doit observer qu'un cercle dont le centre est A & le demi-diamètre AI , doit couper BC prolongée en deux points I & i , & que par conséquent on peut mener deux lignes BF , Bf du point B respectivement parallèles à AI & Ai , qui formeront des angles égaux avec CBi de chaque côté de B ; mais on distingue aisément laquelle des lignes B , Bf est décrite par le rayon rompu, en observant si la réfraction se fait vers la perpendiculaire BC ou si elle s'en éloigne. Fig. 326.

470. *Corol. 1.* Ainsi lorsque la surface du milieu plus dense est convexe, prenez dans l'axe AC , CT à TD comme le sinus d'incidence au sinus de réfraction, & si CA est plus grand que CT , tous les rayons qui tombent sur le cercle DB seront convergents vers le diamètre CD . Car alors la raison de CA à AB sera toujours plus proche de la raison d'égalité que celle de CT à TD ou de IA à AB par la construction ; & par conséquent IA & AB seront toujours de différents côtés de l'axe AC . Donc BF sera convergent vers l'axe & le coupera par un plus grand angle à mesure que DB deviendra plus grand. Fig. 327.

471. *Corol. 2.* Mais si CA est moindre que CT , que le rayon incident AH soit à AC comme le sinus de réfraction au sinus d'incidence, le rayon rompu HF sera parallèle à l'axe ; & tous les rayons dont les points d'incidence sont plus éloignés de l'axe que H , seront convergents vers l'axe & les autres qui en sont plus proches en seront divergents. Car dans le triangle

$A C H$, le sinus de l'angle $A H C$ est au sinus de l'angle $A C H$ ou de $C H F$, comme $A C$ est à $A H$ (art. 221) ou en raison de la réfraction. Donc $C H F$ est l'angle de réfraction. Mais si $A B$ est plus éloigné de l'axe que $A H$, $A I$ & $A B$ seront des deux côtés de l'axe, en même raison que $A C$ est à $A H$. Donc $B F$ étant parallèle à $A I$, sera convergente vers l'axe. Mais lorsque $A B$ vient entre $A H$ & $A C$, alors $A I$ doit en faire de même, & ainsi $B F$ s'écarte de l'axe.

Fig. 328.

472. *Corol. 3.* Lorsque les rayons incidents entrent dans la surface convexe d'un milieu plus dense, élevez $C E$ perpendiculaire à l'axe $C D$ & que $C E$ soit au demi-diamètre $C D$ ou $C K$, comme le sinus de réfraction au sinus d'incidence; menez ensuite $E K$ parallèle à l'axe, & que $K L$ touche le cercle en K & coupe l'axe en L . Si $C A$ est moindre que $C L$, tous les rayons qui viennent de A seront divergents de l'axe après la réfraction, parce que la tangente $L K$ sera rompue en $K E$. Mais lorsque les rayons vont d'un milieu plus dense dans un autre plus rare; soit $C K$ perpendiculaire à l'axe & diamètre d'un demi-cercle $C E K$, dans lequel on inscrira $C E$ qui soit à $C K$ comme le sinus d'incidence au sinus de réfraction; & menant $K E$ qui coupe l'axe en M , si $C A$ est moindre que $C M$, tous les rayons rompus seront divergents de l'axe. Car $M K$ sera rompu selon la tangente $K F$. Le reste suit du *Corol. 2.* Si dans ce dernier cas A s'avance d'abord vers le centre, & ensuite encore plus près de la surface, les rayons qui viennent du centre sortiront sans être rompus, & ensuite ils seront divergents de l'axe du côté opposé.

Fig. 329.

473. *Corol. 4.* On doit remarquer que si l'on prend $C A$, $C B$, $C G$ en proportion continue dans la raison du sinus d'incidence au sinus de réfraction, & si l'on place A & G du même côté de C dans le milieu plus dense, tous les rayons rompus seront divergents exactement par rapport au point donné G . Car les triangles $C A B$, $C B G$ sont équiangles ayant leurs côtés proportionnels autour de l'angle commun C (*Eucl. VI. 8*); & ainsi le sinus de l'angle d'incidence $C B A$ est au sinus de l'angle $C B G$ ou $C A B$, comme le côté opposé $C A$ est au côté opposé $C B$ (art. 221), c'est-à-dire, par la construction en raison des sinus qui mesurent la réfraction; & par conséquent $C B G$ est

est l'angle de réfraction & les points A & G sont invariables.

474. *Corol.* 5. Si les rayons incidents comme AB sont parallèles à CD; inscrivez dans l'angle BCD ou dans son supplément, une ligne DI qui soit à DC comme le sinus d'incidence au sinus de réfraction; & le rayon rompu BF sera parallèle à DI. Car dans le triangle DCI le sinus de l'angle DCI est au sinus de DIC comme DI est à DC (art. 221), c'est-à-dire, par la construction, comme le sinus d'incidence au sinus de réfraction. Mais DIC est égal à l'angle d'incidence ABI ou à son supplément. Donc DIC ou FBC est l'angle de réfraction ou son supplément. Fig. 331.

475. *Corol.* 6. Cela nous fournit une méthode pratique pour tirer très-promptement un nombre quelconque de rayons rompus, en décrivant un arc du centre D & avec le demi-diamètre donné DI, & menant une ligne CB qui coupe cet arc en I, joignant ensuite DI & menant BF parallèle à DI.

476. *Corol.* 7. Ainsi pendant que l'arc DB croît, la ligne CF décroît. Car les triangles CFB, CDI étant équiangles, nous avons $CF : CB :: CD : CI$. Donc CF est en raison réciproque de CI.

477. *Corol.* 8. Lorsque les rayons incidents sont divergents d'un foyer A, on peut mener aussi promptement les rayons rompus en cette manière. Prenez une ligne DI à DC comme le sinus d'incidence au sinus de réfraction; & prenez un demi-diamètre Cd parallèle au rayon incident AB; dans l'angle dCB ou dans son supplément à deux droits, inscrivez une ligne di égale à la ligne constante DI, & menez le rayon rompu parallèle à di. Car dans le triangle dCi, le sinus de l'angle dCi est au sinus de diC, comme di est à dC, comme le sinus d'incidence au sinus de réfraction, par la construction. Mais l'angle dCi est égal à l'angle d'incidence ABC ou à son supplément, donc diC ou FBC est l'angle de réfraction ou son supplément. Fig. 332.

PROPOSITION XII.

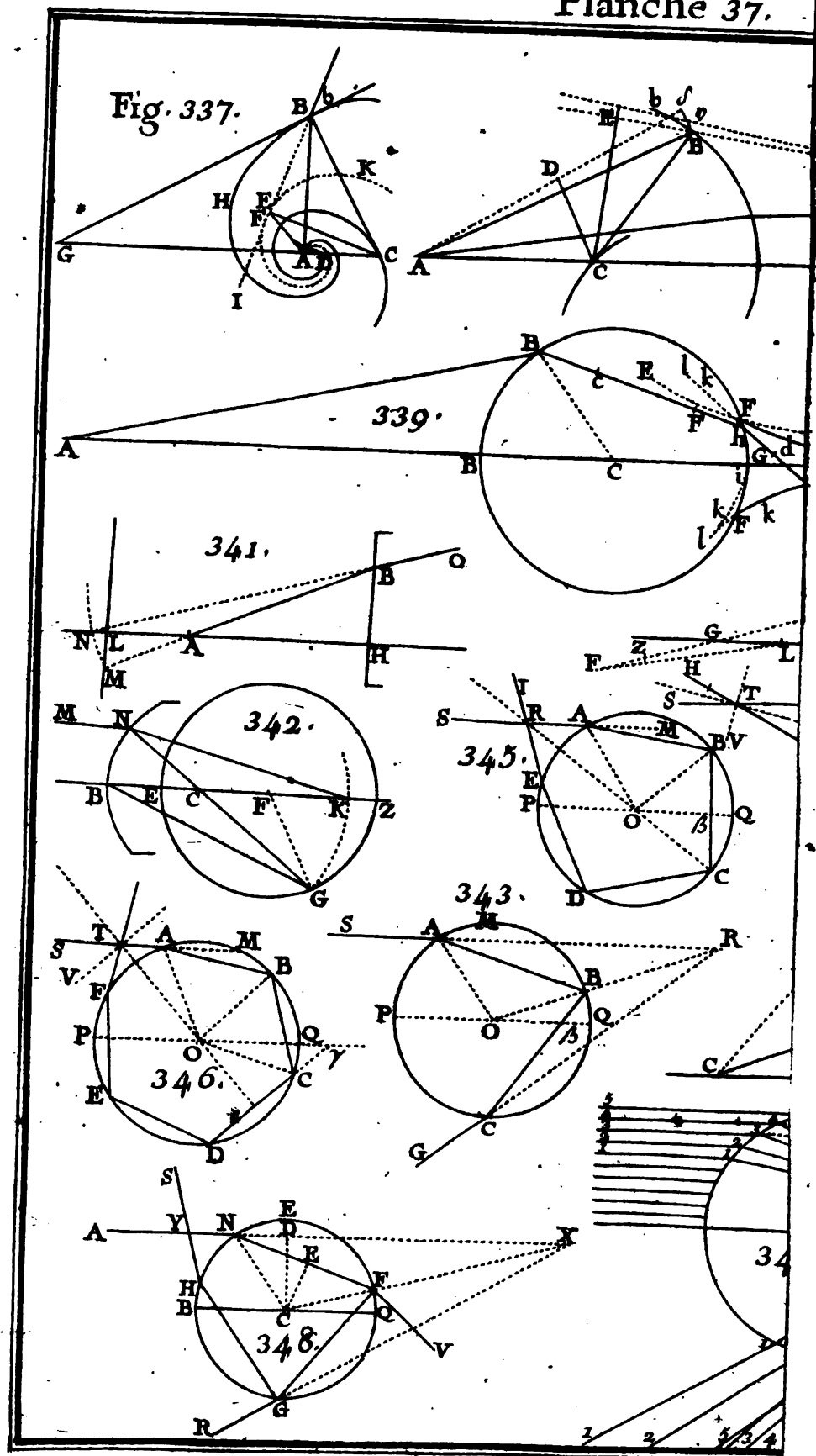
478. *Sur les figures & propriétés des caustiques par réfraction.*

Ayant déterminé la position d'un rayon rompu, par le Lemme précédent & par ses Corollaires, avec le point où ce rayon coupe le rayon le plus proche, par l'art. 423; on déterminera par là tous les points de la caustique (art. 440). Mais pour se former une idée de la figure des caustiques, il faut nécessairement en examiner plusieurs cas.

Fig. 333, 334. 479. 1^{re}. *Cas.* Soit le foyer A & le centre C d'un cercle réfringent $E B E$, tous deux dans le milieu le plus dense. Ayant décrit sur le diamètre AC un cercle $ADCD$, vous y inscrirez les cordes égales CD , CD , qui soient chacune en proportion au sinus total CB ou CD comme le sinus d'incidence au sinus de réfraction; & ayant mené les rayons incidents ADE , ADE , les branches de la caustique commenceront en E & E (art. 420, 423) où elles touchent le cercle réfringent, & elles s'approcheront de chaque côté de l'axe ACF jusqu'à ce qu'elles le rencontrent dans le foyer principal F , où elles forment une pointe ou un rebroussement; pourvu que A soit plus éloigné du centre que le foyer des rayons qui viennent du côté opposé parallèlement à CA . Mais si A s'avance vers a , la distance FF sera infinie, & ainsi l'axe ACF deviendra une asymptote aux branches de la caustique. Et si A s'avance encore plus vers a , les branches s'ouvriront & auront deux asymptotes BF , BF , auxquelles les rayons émergents de B seront parallèles. Cela doit arriver nécessairement dans une certaine position de BA , c'est-à-dire, lorsque les rayons venant du côté opposé parallèlement à FB se réunissent en A ; car la distance du foyer des rayons parallèles diminue, à mesure que le point d'incidence s'éloigne de l'axe, jusqu'à ce qu'elle soit égale à ED . (art. 420). Il y a aussi deux autres branches imaginaires qui appartiennent aux mêmes asymptotes, & s'étendent depuis le foyer F qui est maintenant situé de l'autre côté du centre.

480. 2^d. *Cas.* Lorsque CA est à CB comme le sinus d'inci-

Fig. 337.



dence au sinus de réfraction, la caustique se resserre en un point F d'où tous les rayons sont divergents par l'art. 473.

481. 3°. *Cas.* La fig. 335 représente une partie d'une caustique formée par une lentille épaisse plan-convexe BBB , lorsqu'un pinceau de rayons parallèles tombent perpendiculairement sur sa surface plane, & ne sont par conséquent rompus que par la surface sphérique; la position des rayons rompus qui tombent sur la circonférence de la lentille, se détermine comme dans le cas suivant.

Fig. 335.

482. 4°. *Cas.* Pendant que C reste dans le milieu plus dense, transportez le foyer A dans le milieu plus rare & menez les tangentes AD , AD au cercle réfringent DBD , joignez CD , CD & sur ces diamètres décrivez les demi-cercles CED , $CE D$ vers le milieu plus dense: inscrivez-y les lignes CE , CE qui soient en proportion au sinus total CD , comme le sinus de réfraction au sinus d'incidence. Les branches de la caustique commençant en E (art. 420, 423) dans la direction DE , DE s'approcheront de l'axe AC jusqu'à ce qu'elles le rencontrent dans le foyer principal F , pourvu que CA soit plus grand que Ca , ou elles auront les mêmes positions que dans le premier cas.

Fig. 336.

483. 5°. *Cas.* Le foyer A étant dans le milieu plus rare, soit le cercle DBD continué tout autour & qu'il coupe la caustique en F & F , l'axe AC en G & tout autre rayon ABF en h . Pendant que le rayon AB est porté par un mouvement angulaire autour du point A , depuis l'axe AC vers la tangente AD , l'arc Gh croît au commencement jusqu'à ce qu'il soit égal à l'arc GF ; ensuite il décroît jusqu'à ce qu'il soit égal à l'arc Gi coupé par le dernier rayon rompu DEi . Cela est évident par le mouvement du rayon rompu BhF , tant qu'il touche la convexité de la caustique en F , pourvu que le foyer A soit tellement éloigné de la surface, que le dernier rayon rompu DEi puisse être convergent vers l'axe AC .

484. On peut aussi déterminer par l'art. 423 les caustiques par réfraction sur d'autres courbes. Par exemple, la caustique imaginaire AFK formée par les réfractions sur une spirale équiangulaire AHB , est aussi une spirale équiangulaire, si leur pôle commun A est le foyer des rayons incidents. Car en

Fig. 337.

Kkk ij

supposant ce que nous avons déjà dit de cette courbe (art. 459), soient du centre C d'un cercle de même courbure que la spirale en B, les sinus d'incidence & de réfraction CD, CE sur les rayons incidents & rompus AB & BFI prolongé en arrière. Puisque D se confond avec le foyer A des rayons incidents, E se confondra aussi avec le foyer F des rayons rompus (art. 418, 423). Joignez AE ou AF, & puisque les points angulaires A & E des angles droits CAB, CEB sont dans une demi-circonférence dont le demi-diamètre est CB (Eucl. III. 35) les angles CBA, CEA qui sont sur la même corde CA seront égaux (Eucl. VI. 23), & étant retranchés des angles droits CBG, CEI, les angles restants ABG, AEI, que les lignes AB, AE ou AF forment avec les courbes, seront par-tout égaux; ce qui est la propriété de la spirale. De sorte que cette spirale caustique ne diffère de l'autre que dans la position.

Fig. 338.

485. Pour trouver la longueur d'une caustique par réfraction, imaginez que le rayon rompu BF prolongé, soit développé comme un fil de la convexité d'une caustique F*; puisque les figures $b s B$, CDEB sont semblables (par la Dem. de l'art. 421) l'incrément $b s$ du rayon incident AB, est dans tous les points au décrement b_* du fil BF*, en raison donnée du sinus CD au sinus CE (que je suppose de n à m), & par conséquent lorsque AB, BF viennent à une nouvelle position $A s$, s_* , la somme des incréments de AB, c'est-à-dire, $A s - AB$ est à la somme des décrements du fil, $BF + F_* - s_*$, comme n est à m . Donc $\frac{m}{n} \times A s - AB = BF + F_* - s_*$, ou $\frac{m}{n} \times$

$$A s - AB + s_* - BF = F_*.$$

Fig. 339.

486. Pour trouver les points d'une caustique formée par deux réfractions successives, soit le rayon BFh qui touche la caustique EFF en F (formée comme ci-devant par la première réfraction des rayons) qui rencontre une autre courbe réfringente GhF, ou la même courbe continuée; & qu'il soit rompu en h selon la ligne hd; où hd soit la distance du foyer des autres rayons qui viennent parallèles à Bh. Soit dans hB, hc la distance du foyer des autres rayons qui viennent parallèles à dh=

puisque F est le foyer des rayons incidents sur la courbe hG , dites $Fc : ch :: hd : dk$, & plaçant dk à l'ordinaire (art. 423), le point k sera le foyer d'un pinceau délié après les deux réfractions, ou un point de la seconde caustique $K F k$, dont on peut aussi trouver les points par les art. 434 & 436, sans avoir les points F de la première.

487. Par où l'on voit qu'une caustique formée par les réfractions au travers de la section circulaire d'un cylindre ou du grand cercle d'une sphère, doit avoir la figure que l'on voit ici. Chaque moitié de cette caustique de part & d'autre de l'axe ACK est composée de deux arcs $K k F l$ & $l k i$ qui sont convexes l'un vers l'autre & forment une pointe l en dedans du cercle. L'arc $K k F l$ de la 2^e. caustique coupe le cercle au même point F que la première. Car par la proportion précédente, lorsque les points F , h se confondent, ou lorsque Fc égale ch , hd & dk sont aussi égales. Voici la raison de la pointe en l : pendant que hk croît, & ensuite décroît, le point h s'approche continuellement de G (art. 483). Les arcs $K F l$ & $l k i$ sont convexes l'un vers l'autre, parce que le rayon émergent, pendant que son point d'attouchement k se meut de K en F , en l , & en i , coupe l'axe CK par des angles toujours plus grands, jusqu'à ce qu'à la fin il sort en i par une tangente au cercle & à la caustique. Lorsque le foyer des rayons incidents est plus proche de la sphère que la distance de son foyer, la seconde caustique $F K k$ a deux asymptotes comme la première & leurs figures sont très-semblables.

Fig. 339.

REMARQUES.

1. Avant la découverte de la loi des réfractions, selon la raison donnée des sinus d'incidence & de réfraction de toutes les grandeurs données, les Opticiens ne pouvoient considérer que les réfractions des rayons qui tomboient presque perpendiculairement sur les surfaces réfringentes, où les angles d'incidence & de réfraction étant fort petits, se trouverent par expérience être à fort peu près entr'eux en raison donnée, & ils trouverent que ces rayons appartenoient tous à un seul foyer à fort peu près. Mais le Dr. Barrow, voyant que diverses petites portions d'un grand pinceau de rayons, venant d'un foyer donné, étoient divergentes après la réflexion ou la réfraction par rapport à plusieurs différents foyers, selon qu'elles tomboient avec diffé-

rentes obliquités sur les diverses parties d'une surface sphérique, & étant dans l'opinion que l'œil recevant une certaine petite portion de ces rayons, devoit juger que l'objet étoit dans le lieu d'où ces rayons étoient divergents, & que par conséquent il devoit paroître en différents endroits selon que l'œil recevoit une portion différente; il prit de là occasion de déterminer ces lieux géométriquement par le moyen de la loi des réfractions qui étoit alors récemment découverte; ce qui lui fit traiter la Dioptrique & la Catoptrique avec plus d'étendue qu'aucun Écrivain ne l'avoit fait jusqu'alors. *Newton* avoit aussi parlé dans ses leçons d'Optique des rayons rompus & réfléchis obliquement, dans la vue de déterminer les diamètres & les largeurs de l'arc-en-ciel, & pour servir d'introduction à ses théorèmes admirables sur la séparation des rayons hétérogènes. Tels sont les principaux Auteurs qui ont écrit sur la matière du chapitre présent, où non-seulement j'ai renfermé leurs principales découvertes, mais je les ai encore rendues beaucoup plus générales, en faisant voir que la relation des foyers des rayons incidents & émergents aux foyers des rayons parallèles qui viennent des deux côtés opposés, est toujours la même après un nombre quelconque de réfractions ou de réflexions obliques, que lorsqu'un pinceau de rayons n'est rompu ou réfléchi qu'une fois au sommet d'une seule surface, comme on le verra plus clairement dans les propositions mêmes.

Sur l'art. 411.

Foyer d'un pinceau superficiel.

Fig. 340.

2. N'ayant encore rien dit du foyer des rayons rompus obliquement par une surface plane, je vais transcrire ici la détermination très-élégante qu'en a faite *Newton* (*Leçons d'Optiq. par. 1, §. 3, prop. 8*). Soit ABD l'un des rayons incidents qui sont divergents du foyer A ou convergents vers ce foyer; & soit AH perpendiculaire à la surface réfringente BH, qui coupe le rayon rompu EBG en G. Abaissez sur les rayons AB, BG les perpendiculaires HI, HR & sur BG prenez BF : BA :: RG : IA; F sera le foyer des rayons rompus qui sont les plus proches de EBG de part & d'autre.

3. L'Auteur n'ayant pas donné la démonstration de cette construction, je vais la tirer de la proposition contenue dans l'article présent. Soit un cercle réfringent BK, dont le centre est C & soient CD & CE les sinus d'incidence & de réfraction communs au plan & à la surface sphérique; prenant ensuite m à n pour la raison de $CD \times BE$ à $CE \times BD$, si les rayons sont rompus dans l'arc BK, nous aurons par l'art. présent BF : EF (:: m BA : n DA) :: BA : $\frac{n}{m}$ DA ou $\frac{n}{m}$ BA + $\frac{n}{m}$ BD; & en divisant, BF :

BE :: BA : $\frac{n}{m}$ BA + $\frac{n}{m}$ BD — BA, ou $\frac{n}{m}$ BD lorsque les rayons sont rompus par le plan BH. Car l'arc BK se confond avec sa tangente BH, lorsque son rayon BC devient infini, ou au moins avant qu'il devienne négatif; & alors la ligne finie $\frac{n}{m}$ BA — BA doit être rejetée de la ligne

infinie $\frac{n}{m}$ BA + $\frac{n}{m}$ BD — BA. Nous avons donc BF : BA :: m BE : n BD :: $CD \times BE^2$: $CE \times BD^2$ (en rétablissant les valeurs de m & n) :: $\frac{BE^2}{CE} : \frac{BD^2}{CD} :: \frac{HR^2}{BR} : \frac{HI^2}{BI}$ (parce que les triangles BEC & HRB, aussi bien que BDC & HIB sont semblables) :: RG : IA, parce que RB,

RH, RG, aussi bien que IB, IH, IA sont en proportion continue (*Eucl.* VI. 8. *Cor.*).

4. A cette occasion *Newton* fait la remarque suivante : F n'est le foyer que des rayons qui sont dans le plan ABH ; car aucun rayon rompu ne peut couper BF en F ou en aucun autre point , excepté ceux qui avant la réfraction sont dans une surface conique décrite par la révolution de AB autour de l'axe AH , & qui couperont tous cette ligne BF en G où l'axe AH la coupe. Donc les rayons qui sont fort proches du rayon FBE , sont divergents principalement des deux centres ou foyers F & G ; le point F étant le foyer de ceux qui sont dans le plan ABH & G de ceux qui sont dans les surfaces coniques décrites par les lignes AB , BG autour de AH. Tous les autres rayons qui sont autour de AB seront tellement rompus, qu'ils s'approcheront le plus près de BF en quelque point entre F & G. De sorte que par rapport à un œil qui a le centre de sa prunelle en quelque point O du rayon BE , le lieu de l'image du point A sera étendu dans tout l'espace FG ; ou parce que l'espace FG est l'image du seul point A , son image sensible devra plutôt être placée dans quelque point simple au milieu de cet espace , & pour ainsi dire au milieu de tous les rayons qui en sont divergents sur l'œil.

Examen du foyer d'un pin-
ceau solide de
rayons obli-
ques.

Mais une détermination exacte de ce point, eu égard à tous les rayons qui viennent de A avant leur incidence sur la prunelle, est un problème fort difficile , à moins qu'on n'établisse plutôt sa résolution sur quelque hypothèse probable que sur la rigueur géométrique de ce cas. Par exemple , puisque le nombre des rayons qui viennent de G & des points adjacents , paroît être égal au nombre de ceux qui viennent de F & des points adjacents , le lieu Z de l'image de A doit être tellement placé entre ces limites , que l'angle sous deux rayons convergents de F & G à un point donné de la prunelle , soit toujours à fort peu près divisé également par le rayon qui vient de Z au même point de la prunelle. Sur cette hypothèse , en prenant O pour le centre de la prunelle , on trouvera le point Z en disant , $OF + OG : OG :: FG : GZ$, & par conséquent en supposant trois lignes menées des points F, G & Z à quelque point de la prunelle qui soit fort proche de son centre O , l'angle sous les deux lignes extérieures sera toujours divisé également à fort peu près par la ligne intermédiaire. (*Eucl.* VI. 3.)

5. Telle est la remarque de *Newton* , qui peut s'appliquer évidemment aux rayons rompus par une surface sphérique , en prenant pour son axe une ligne menée par son centre & par le foyer des rayons incidents. En l'appliquant à l'image sensible ou au lieu apparent du point A , il suit l'opinion du Dr. *Barrow* sur laquelle on peut consulter nos remarques sur l'art. 138 & sur l'art. 614.

6. Le foyer A des rayons incidents , tels que AB , sur un plan réfringent BH étant donné , le Dr. *Barrow* nous apprend à mener fort promptement les rayons rompus comme BO. (*Leçons d'Opt. IV. sect. 1.*) Dans la ligne AH perpendiculaire à la surface réfringente , du même côté que A de cette surface , prenez HL à HA comme le sinus d'incidence au sinus de réfraction ; & menez LM parallèle à BH ; si le rayon incident AB coupe LM en M & que dans l'angle BHL , on inscrive une ligne BN égale à BM ; la ligne NBO sera le rayon rompu. Car par la construction , le sinus d'incidence est

Sur l'art. 477.
Fig. 341.

au sinus de réfraction (comme HL à HA, ou comme BM ou BN à BA, *Eucl. VI. 2*, c'est-à-dire, par l'art. 221) comme le sinus de l'angle BAH égal à l'angle d'incidence, est au sinus de l'angle BNH, qui sera par conséquent égal à l'angle de réfraction.

Fig. 342.

7. Lorsque des rayons parallèles tombent sur une surface sphérique réfringente, il nous a aussi appris à mener un nombre quelconque de rayons rompus, par la construction suivante. Soit I à R la raison de la réfraction. Menez par le centre C du cercle réfringent BCN , le demi-diamètre BC parallèle à un rayon incident MN , & prenez dans BC prolongé, BZ : $CZ :: I : R$. Divisez CZ en F , en faisant $FZ : FC :: I : R$, & du centre F avec le demi-diamètre FZ décrivez un cercle ZGE . Par les points donnés N , C menez NCG qui coupera ce cercle en G ; prenez dans l'axe CZ , $CK = CG$, NK sera le rayon rompu. Car ayant joint FG & BG , puisque $BZ : CZ :: (I : R ::) FZ : FC$, on aura par raison alterne $BZ : FZ :: CZ : FC$ & en divisant $BF : FZ :: FZ : FC$. Donc puisque les côtés des triangles BFG , GFC , qui comprennent l'angle commun GFC , sont proportionnels, ces triangles sont semblables & l'on aura $BG : GF :: GC : CF$ & par raison alterne, $BG : GC :: GF : CF$; c'est-à-dire, $BG : GC :: FZ : FC :: I : R$. Mais dans les triangles BCG , NCK , nous avons $BC = CN$ & $CG = CK$ & l'angle $BCG = NCK$. Donc $BG : GC :: NK : CK$; donc $NK : CK :: I : R$. Mais dans le triangle NCK , l'angle en C est égal à l'angle d'incidence ou à son supplément, & par conséquent CNK est l'angle de réfraction ou son supplément par l'art. 221.

8. Ainsi pendant que le point d'incidence N s'approche de B , le point K s'approche de Z , & par conséquent les rayons contigus de deux en deux se coupent mutuellement avant que de couper l'axe CZ . Car pendant que BN décroît, il est clair que CG ou CK croissent jusqu'à ce que ces lignes égalent CZ . Telle est la méthode & la démonstration du Dr. *Barrow*.

CHAPITRE X.

Sur l'Arc-en-Ciel.

PROPOSITION I.

488. **L**orsqu'un rayon de lumière est rompu dans un cercle & réfléchi successivement en dedans un nombre donné de fois avant que de sortir du cercle par une seconde réfraction ; si l'on multiplie l'angle de réfraction par le nombre des réflexions successives augmenté de l'unité, l'excès de l'angle qui en résultera par dessus l'angle d'incidence , sera égal à la moitié de l'angle compris sous le rayon incident & émergent , tous deux prolongés jusqu'à leur rencontre : c'est-à-dire , que cet excès sera égal à la moitié de l'angle sous le rayon incident & émergent où se trouve le cercle réfringent , lorsque le nombre des réflexions est impair , & il sera égal à la moitié de l'autre angle sous les mêmes rayons , lequel est supplément du premier , lorsque le nombre des réflexions est pair.

Car soit A B C D E un grand cercle d'une sphère dont le centre est O ; & qu'un rayon incident S A soit rompu de A en B & réfléchi de B en C , & qu'en C il sorte par la réfraction en G , ou qu'il soit réfléchi en D (art. 183 &c.) ; qu'en D il sorte par la réfraction en H , ou qu'il soit réfléchi en E & ainsi de suite. Lorsque le nombre des réflexions est impair , la ligne O R menée par le centre O , & par le point moyen de réflexion , divisera également l'angle en R sous le rayon incident & émergent prolongés : parce que les réflexions & les réfractions de chaque côté de la ligne O R sont égales en nombre & en grandeur ; les cordes A B , B C , C D , D E décrites par les rayons réfléchis étant égales entr'elles. Et par la même raison , lorsque le nombre des réflexions est pair , la ligne O T menée par le centre O perpendiculairement à la corde qui joint les deux points moyens de réflexion , divisera également l'un des angles

Fig. 343, 344,
345, 346.

en T sous le rayon incident & émergent prolongés ; & la ligne TV perpendiculaire à TO, divisera également le supplément de cet angle. Ainsi la ligne TV est parallèle à la corde du milieu, puisque TO est perpendiculaire à toutes les deux. Menez le diamètre POQ parallèle au rayon incident SAM, & qu'il coupe les rayons réfléchis BC, CD, DE prolongés, en β , γ , δ respectivement. Joignez OA, OB & dans la fig. 343 les sommes des trois angles dans chaque triangle OAB, OAR sont égales entr'elles ; otez l'angle commun AOB, & la somme des angles égaux OAB, OBA du premier triangle, sera égale à la somme des angles OAR, ORA du second. Et retranchant l'angle d'incidence OAR ou OAM des deux sommes, nous aurons $2 \text{ OAB} - \text{OAM} = \text{ORA} = \text{BOQ}$. Ainsi dans la fig. 344, l'angle STV ou $P^\beta C$ étant extérieur au triangle OBP, est égal à $\text{OBC} + \text{BOQ} = \text{OAB} + 2 \text{ OAB} - \text{OAM} = 3 \text{ OAB} - \text{OAM}$. De même encore dans la fig. 345, l'angle SRO ou $P^\gamma C$ étant extérieur au triangle OCP est $= \text{OCB} + P^\beta C = \text{OAB} + 3 \text{ OAB} - \text{OAM} = 4 \text{ OAB} - \text{OAM}$ & encore dans la fig. 346, l'angle STV ou $P^\delta D$ étant intérieur du triangle CO γ , est égal à $\text{OCD} - \text{CO}\gamma = 5 \text{ OAB} - \text{OAM}$, en retranchant deux angles droits. Car $\text{CO}\gamma = \text{deux angles droits} - \text{POC} = 2 \text{ angles droits} - 4 \text{ OAB} + \text{OAM}$, & ainsi de suite. Donc si le nombre des réflexions successives augmenté de l'unité est nommé m , on verra que $m \text{ OAB} - \text{OAM}$ égale la moitié de l'angle sous les rayons incident & émergent C. Q. F. D.

PROPOSITION II.

489. Les mêmes choses étant supposées, si l'angle d'incidence croît depuis zéro jusques à devenir un angle droit, & que l'angle sous le rayon incident & émergent après un nombre donné de réflexions soit nommé n , pendant que le premier croît & ensuite décroît ; le plus grand de tous sera celui où la tangente de l'angle d'incidence est à celle de l'angle de réfraction comme $n + 1$ est à 1.

Car faisant $m = n + 1$, nous avons la moitié de l'angle

Sous le rayon incident & émergent égal à l'excès de $m \text{ OAB}$ par-dessus OAM (art. 448) ; lequel excès, lorsque les angles OAB , OAM sont fort petits, est aussi fort petit ; & il augmente tant que les incréments successifs de $m \text{ OAB}$ surpasseront les incréments contemporains de OAM , & ensuite il diminue lorsque les incréments successifs de $m \text{ OAB}$ sont surpassés par les incréments de OAM ; & par conséquent il sera le plus grand de tous lorsque m fois le moindre incrément de OAB sera égal à une fois l'incrément contemporain de OAM , c'est-à-dire, lorsque le moindre incrément de l'angle d'incidence OAM est à l'incrément contemporain de l'angle de réfraction OAB , & par conséquent la tangente d'incidence à la tangente de réfraction (art. 421) comme m est à 1. C. Q. F. D.

PROPOSITION III.

490. Trouver deux angles, dont les sinus soient en raison donnée de 1 à R , & dont les tangentes soient dans une autre raison donnée de m à 1 ?

Dans une ligne donnée CEDA , soit CA à CD comme 1 à R & CA à CE comme m à 1. Du centre C avec le diamètre CD décrivez un arc DB , qui coupe le cercle ABE dont le diamètre est AE , en B . Menez ABF , & joignant BC , le sinus de l'angle CBF sera au sinus de CAF comme 1 est à R , & la tangente de CBF sera à celle de CAF comme m est à 1 ; & par conséquent CBF , CAF seront les angles requis. Car dans le triangle CAB , le sinus de l'angle CBA ou CBF , est au sinus de CAF , comme CA est à CB (art. 221) ou CD , comme 1 est à R par la construction. Joignez BE & achevez le parallélogramme CEBG ; CG prolongée coupera ABF à angles droits en F , parce que ABE est un angle droit dans le demi-cercle ABE . Donc les lignes FC , FG seront tangentes des angles CBF , GBF ou CAF sous le rayon BF ; & la tangente FC sera à la tangente FG comme FA est à FB (*Eucl. VI. 2*) ou comme CA est à CE (*ibid.*) ou comme m est à 1 par la construction. C. Q. F. D.

Fig. 347.

491. *Corol. 1.* Lorsque les rayons parallèles du Soleil tombent sur une goutte de pluie sphérique, soit la raison donnée de I à R, la même que celle du sinus d'incidence au sinus de réfraction & soit n un nombre donné quelconque de réflexions successives faites par chaque rayon avant qu'il sorte de la goutte. Soit encore $m = n + 1$. On voit par ces propositions, que la moitié du plus grand angle que chacun des rayons émergents peut faire avec les rayons incidents, est égal à $m \times \text{ang. CBF} - \text{CAF}$. Car CBF & CAF ou GBF sont les angles dont les sinus sont comme I est à R & les tang. comme m à 1, & sont par conséquent les angles d'incidence & de réfraction du rayon dont les parties incidentes & émergentes prolongées contiennent le plus grand angle.

492. *Corol. 2.* La construction précédente pour déterminer l'angle CBF est du Dr. *Halley* (Trans. phil. n°. 297), & *Newton* a donné la règle suivante pour le calculer. Comme $\sqrt{\frac{II}{mm-1} \times RR}$ est à $\sqrt{II-RR}$, ainsi le rayon des tables est au cosinus de l'angle d'incidence CBF. Et ainsi cet angle & son sinus sont donnés par les tables, & par là avec la raison de I à R, on a aussi le sinus de l'angle de réfraction & l'angle même. On peut démontrer ainsi cette règle. Nous avons CA : CB :: I : R & FA : FB :: m : 1. Donc $CA^2 = \frac{II}{RR} CB^2$, & $AF^2 = mm BF^2$.

Donc $\frac{II}{RR} CB^2 - mm BF^2 = (CA^2 - AF^2 = FC^2$ (Eucl.

I. 47) $=) CB^2 - BF^2$. Donc $\frac{II}{RR} CB^2 - CB^2 = mm BF^2$

$- BF^2$ & $II - RR$. $CB^2 = \frac{mm}{mm-1} \cdot RR \cdot BF^2$; & en réduisant en proportion cette égalité, en extrayant les racines, nous aurons $\sqrt{\frac{II}{mm-1} \cdot RR} : \sqrt{II-RR} :: CB : BF ::$ le rayon : au cos. de CBF.

PROPOSITION IV.

Expliquer les phénomènes de l'Arc-en-Ciel ?

493. Après avoir donné les principes mathématiques qui sont nécessaires pour calculer exactement les diamètres apparents & les largeurs de l'Arc-en-Ciel, je vais joindre ici l'explication entière que *Newton* a donnée des couleurs de cet arc, & de la manière dont elles s'y forment ; en prenant la liberté d'y faire quelques additions, en faveur des Lecteurs qui ne sont pas aussi avancés que ceux pour qui *Newton* a écrit.

494. Cet arc ne paroît jamais que lorsqu'il pleut dans le tems que le Soleil brille, & on peut le produire artificiellement en jettant de l'eau en l'air pour la faire tomber en petites gouttes comme la pluie. Car le Soleil éclairant ces gouttes, fait toujours paroître cet arc à un spectateur qui est dans une position convenable par rapport à la pluie & au Soleil. Aussi tout le monde convient à présent que cet arc est produit par la réfraction de la lumière du Soleil dans les gouttes de la pluie qui tombe. *Newton. Opt.*
P. 147.

Quelques anciens ont eu cette idée & elle a été parfaitement développée & découverte dans ces derniers tems par le fameux *Antoine de Dominis*, Archevêque de *Spalatro* dans son livre de *radiis visis & lucis*, imprimé par son ami *Bartole* à *Venise* en 1611, & écrit plus de 20 ans auparavant. Car il fait voir comment l'arc intérieur se forme dans les gouttes rondes de la pluie par deux réfractions de la lumière du Soleil, & par une réflexion intermédiaire ; & l'arc extérieur par deux réfractions & deux espèces de réflexions intermédiaires dans chaque goutte d'eau ; & il prouve ses explications par des expériences faites avec une bouteille pleine d'eau & avec des globes de verre pleins d'eau, & placés au Soleil pour y faire paroître les couleurs des deux arcs. *Descartes* a suivi la même explication dans ses *météores*, & a corrigé celle de l'arc extérieur. Mais comme l'un & l'autre ne connoissoient pas la vraie origine des couleurs, il est à propos de pousser plus loin cette matière.

495. Pour comprendre donc comment se forme cet arc, soit une goutte de pluie ou quelque autre corps sphérique transparent représenté par la sphère B N F G décrite du centre C & avec le demi-diamètre C N. Soit A N l'un des rayons du Soleil incidents sur cette sphère en N, & qu'il soit rompu vers F d'où il sort de la sphère par la réfraction vers V, ou bien il y est réfléchi vers G; qu'il sorte en G par la réfraction vers R, ou qu'il y soit réfléchi vers H, & qu'en H il sorte par la réfraction vers S, en coupant le rayon incident en Y. Prolongez A N & R G jusqu'à leur rencontre en X, & sur A X & N F abaissez les perpendiculaires C D & C E, & prolongez C D jusqu'à la circonférence en L. Menez le diamètre B Q, parallèle au rayon incident A N, & que le sinus d'incidence de l'air dans l'eau soit au sinus de réfraction comme I à R. Si l'on suppose maintenant que le point d'incidence N se meuve continuellement du point B en L, l'arc Q F croîtra au commencement, & ensuite diminuera, & il en sera de même de l'angle A X R compris par les rayons A N & G R; & l'arc Q F ou l'angle A X R sera le plus grand, lorsque N D sera à N C comme $\sqrt{11-RR}$ est à $\sqrt{3RR}$; auquel cas N E sera à N D comme 2 R est à I. De même l'angle A Y S compris par les rayons A N & H S croîtra au commencement, & ensuite diminuera, & il deviendra le plus petit lorsque N D sera à N C comme $\sqrt{11-RR}$ est à $\sqrt{8RR}$, auquel cas N E sera à N D comme 3 R est à I; & ainsi l'angle que le rayon émergent le plus proche (c'est-à-dire celui qui est émergent après trois réflexions) comprend avec le rayon incident A N, arrivera à sa limite, lorsque N D est à N C comme $\sqrt{11-RR}$ est à $\sqrt{15RR}$; auquel cas N E sera à N D comme 4 R est à I; & l'angle que le rayon qui suit ce rayon émergent (c'est-à-dire après quatre réflexions) comprend avec l'incident, arrivera à sa limite, lorsque N D est à N C comme $\sqrt{11-RR}$ est à $\sqrt{24RR}$, auquel cas N E sera à N D comme 5 R est à I; & ainsi à l'infini. Les nombres 3, 8, 15, 24, &c. proviennent de l'addition continue des termes en progression arithmétique 3, 5, 7, 9, &c. La vérité de tout cela est évidente, tant par l'art. 492, que par les art. 429, 430.

Fig. 348.

496. On doit observer que comme dans le tems où le Soleil

vient à ses tropiques, les jours ne croissent & ne décroissent que très-peu pendant long-tems; ainsi par l'accroissement de la distance CD , ces angles venant à leurs limites, ne varient que très-peu pendant quelque-tems, & par conséquent il sortira dans les limites de ces angles un nombre beaucoup plus grand de ces rayons qui tombent sur tous les points N dans le quart de cercle BL , que dans toutes les autres inclinaisons. Ajoutez à cela que de tous les rayons qui tombent sur le quart de cercle BL , il ne sortira de parallèles entr'eux, parmi ceux qui sont contigus, que ceux qui sont émergents dans les limites de ces angles; & que tous les autres rayons contigus sortiront divergents des points ou par derrière ou par devant la goutte; & qu'ainsi ils tomberont beaucoup moins denses sur l'œil, à une grande distance de la goutte, que les rayons parallèles. Car les rayons qui sont convergents à des points derrière un œil placé à une grande distance d'une petite goutte, ne diffèrent pas sensiblement des rayons parallèles. Cela paroît, en observant que tandis que l'arc BN croît continuellement depuis zero, & que l'angle AXR , par exemple, croît aussi; les rayons qui sont émergents successivement, étant toujours moins inclinés aux rayons incidents ou à la ligne fixe BQ , sont aussi inclinés successivement les uns aux autres par de petits angles; & la même chose est évidente pendant que l'angle AXR décroît, les rayons successifs étant de plus en plus inclinés à PQ , & ainsi dans la limite entre l'augmentation & la diminution de cet angle, les rayons incidents doivent sortir parallèles entr'eux.

Fig. 349.

497. On doit encore observer que les rayons qui diffèrent en réfrangibilité, ont des limites différentes pour leurs angles d'émergence, & que par conséquent, selon leurs différents degrés de réfrangibilité, ils sortent plus abondamment sous différents angles; & étant séparés les uns des autres, ils paroissent chacun dans leurs propres couleurs. Ajoutez à cela que quoique les rayons hétérogènes d'un pinceau délié quelconque, comme AN , soient séparés en rayons $NFGK$ d'une couleur, & $Nfgr$ d'une autre, comme par les réfractions au travers d'un prisme; cependant ces rayons émergents GR , gr n'affectent pas l'œil

Fig. 350.

de leurs couleurs différentes, à moins qu'ils ne soient dans les limites des angles AXR , Axr , parce que de toutes parts en dedans de ces plus grands angles, un nombre infini de ces pinceaux colorés étant diversement inclinés les uns aux autres, se mêlent ensemble, & par conséquent paroissent blancs ou sans aucune couleur distincte. On doit dire la même chose des rayons émergents en quelqu'endroit que ce soit, en dedans du plus grand angle NYS .

Fig. 348.

498. Maintenant on peut connoître ces angles, premièrement en calculant les angles d'incidence & de réfraction par les art. 492 ou 429 & 430, & ensuite les angles mêmes AXG , AYS par l'art. 488. Car dans les rayons les moins réfrangibles, les sinus I & R sont 108 & 81 (*Newt. Opt. p. 114*) & par le calcul, on trouvera que le plus grand angle AXR est $42^{\circ}. 2'$ & le moindre angle AYS , $50^{\circ}. 57'$. Dans les rayons les plus réfrangibles les sinus I & R sont 109 & 81, & par le calcul, le plus grand angle AXR se trouvera $40^{\circ}. 17'$ & le moindre angle AYS , $54^{\circ}. 7'$.

Fig. 351.

499. Supposons maintenant que O soit l'œil du spectateur, & OP une ligne parallèle aux rayons du Soleil. Soient POE , POF , POG , POH les angles de $40^{\circ}. 17'$, $42^{\circ}. 2'$, $50^{\circ}. 57'$, $54^{\circ}. 7'$, respectivement. Ces angles tournant autour de leur côté commun OP , décriront avec leurs autres côtés OE , OF , & OG , OH , les deux arcs-en-ciel $AFBE$ & $CHDG$. Car si E , F , G , H sont des gouttes placées en quelqu'endroit que ce soit des surfaces coniques décrites par OE , OF , OG , OH , & qu'elles soient éclairées par les rayons du Soleil SE , SF , SG , SH ; l'angle SEO étant égal à PEO ou à $40^{\circ}. 17'$, sera le plus grand angle où les rayons les plus réfrangibles peuvent se rompre vers l'œil, après une réflexion; & par conséquent toutes les gouttes qui sont dans la ligne OE enverront plus copieusement à l'œil les rayons les plus réfrangibles; & par conséquent les sens seront frappés de la couleur violette la plus foncée dans cette région. De même l'angle SFO étant égal à l'angle POF ou $42^{\circ}. 2'$, sera le plus grand où les rayons les moins réfrangibles peuvent se rompre après une réflexion, en sortant des gouttes d'eau; & par conséquent ces rayons viendront

Aront en plus grande abondance à l'œil par les gouttes de la ligne OF, & frapperont les sens de la couleur rouge la plus foncée dans cette région. Par le même raisonnement, les rayons qui ont des degrés intermédiaires de réfrangibilité, viendront plus abondamment par les gouttes qui sont entre E & F frapper les sens des couleurs intermédiaires dans l'ordre qu'exigent leurs degrés de réfrangibilité ; c'est-à-dire, qu'en allant de E à F, ou de l'intérieur à l'extérieur de l'arc, elles suivront cet ordre, le violet, l'indigo, le bleu, le verd, le jaune, l'orangé, le rouge. Mais le violet, par le mélange de la lumière blanche des nuées, paroîtra languissant & tournera vers le pourpre. On peut encore observer que tous les rayons, excepté le violet, dans la ligne SE sortiront de E par un plus grand angle que n'est l'angle SEO formé par le violet, & par conséquent passeront au-dessous de l'œil, & que tous les rayons, excepté le rouge dans la ligne SF, sortiront de F par un angle moindre que n'est l'angle SFO formé par le rouge, & passeront par conséquent au-dessus de l'œil. Par ce moyen on ne verra que le rouge dans la ligne SF, & le violet dans la ligne SE.

500. De plus l'angle SGO étant égal à l'angle POG ou $50^{\circ} 57'$, sera le moindre angle où les rayons les moins réfrangibles pourront, après deux réflexions, sortir des gouttes ; & par conséquent les rayons les moins réfrangibles viendront plus abondamment à l'œil par les gouttes qui sont dans la ligne OG, & frapperont les sens par le rouge le plus foncé dans cette région. Et l'angle SHO étant égal à l'angle POH ou $54^{\circ} 7'$, sera le moindre angle où les rayons les plus réfrangibles, après deux réflexions, pourront sortir des gouttes ; & par conséquent ces rayons viendront plus copieusement à l'œil par les gouttes qui sont dans la ligne OH, & frapperont les sens avec le violet le plus foncé dans cette région. Et par le même raisonnement, les gouttes qui sont dans les régions entre G & H frapperont les sens des couleurs intermédiaires dans l'ordre qu'exigent leurs degrés de réfrangibilité ; c'est-à-dire, qu'en allant de G à H ou de l'intérieur de l'arc à l'extérieur, elles suivront cet ordre ; le rouge, l'orangé, le jaune, le verd, le bleu, l'indigo, le violet. Et puisque ces quatre lignes OE, OF, OG, OH, peuvent être placées par tout dans les surfaces coniques dont

on a parlé ; ce qu'on a dit des gouttes & des couleurs dans ces lignes , doit s'entendre des gouttes & des couleurs dans toutes les parties de ces surfaces.

501. Il se formera donc ainsi deux arcs de couleurs , l'un intérieur & plus fort par une réflexion dans les gouttes , l'autre extérieur & plus foible par deux réflexions ; car la lumière s'affoiblit dans chaque réflexion. Les couleurs seront dans un ordre contraire dans les deux arcs. Le rouge terminera l'espace GF qui est entre les deux arcs. La largeur apparente de l'arc intérieur , EOF , mesurée à travers les couleurs , sera $1^{\circ} 45'$ & la largeur de l'arc extérieur , GOH , sera $3^{\circ} 10'$, & la distance apparente entre les deux , GOF , sera $8^{\circ} 55'$. Le plus grand demi-diamètre de l'arc intérieur , c'est-à-dire , l'angle POE fera $42^{\circ} 2'$, & le moindre demi-diamètre de l'extérieur , POG , sera $50^{\circ} 57'$.

Fig. 352.

502. Telles seroient les mesures des arcs, si le Soleil n'étoit qu'un point ; car la largeur de son corps augmente la largeur des arcs , & diminue leur distance d'un demi-degré. Et ainsi la largeur de l'arc-en-ciel intérieur est de $2^{\circ} 15'$; celle de l'extérieur $3^{\circ} 40'$, leur distance $8^{\circ} 25'$, le plus grand demi-diamètre de l'arc intérieur $42^{\circ} 17'$, & le moindre de l'arc extérieur $50^{\circ} 40'$. Car soit SEO la limite de tous les angles sous les rayons de chaque couleur , qui venant du centre du Soleil sont réfléchis de la goutte en E à l'œil en O. Prenez dans le rayon SE un point S à volonté , & que les angles ESM , ESN & EOM , EON soient égaux chacun au quart d'un degré , c'est-à-dire , à la moitié de la largeur apparente du Soleil. Joignez OS & puisque les sommes des angles à la base OS des divers triangles OSM , OSE , OSN , sont égales entr'elles , leurs angles au sommet M , E , N seront aussi égaux entr'eux. Donc l'angle SMO sera la limite de tous les angles compris sous les rayons incidents & émergents de la même couleur , qui viennent du point *m* le plus élevé du Soleil , & SNO sera la limite de tous les angles compris sous les rayons incidents & émergents de la même couleur , qui viennent du point *n* le plus bas du Soleil. Donc si tous les rayons du Soleil étoient de la même couleur , ou également réfrangibles ; la largeur apparente de l'arc mesurée par l'angle MON ne seroit que d'un demi-degré , ou égale à la largeur apparente du Soleil mesurée par

l'angle M S N ou *m S n*. Mais puisque les rayons sont différemment réfrangibles, imaginons que la goutte E est placée en quelque endroit des parties intérieures ou extérieures des arcs, décrites ci-devant dans la supposition que le Soleil n'étoit qu'un point. Or il est évident que l'angle E O M doit être ajouté à l'intérieur & E O N à l'extérieur des angles que les largeurs de ces arcs comprennent en O, pour avoir leurs largeurs apparentes. L'arc-en-ciel est donc l'image circulaire du Soleil réfléchi à l'œil par les surfaces opposées d'une infinité de gouttes de pluie qui tombe des nues, & dilatée dans sa largeur par la réfrangibilité inégale des rayons de différentes couleurs.

503. Et telles sont aussi les dimensions de l'arc-en-ciel, que l'on trouve à fort peu près dans le ciel, lorsque les couleurs paroissent fortes & parfaites. Car j'ai une fois mesuré avec les instrumens que j'avois, le plus grand demi-diamètre de l'arc-en-ciel intérieur, aussi exactement qu'il m'a été possible, & je l'ai trouvé d'environ 42 degrés; la largeur du rouge, du jaune, du verd dans cet iris, étoit de 63 ou 64 minutes, outre le rouge pâle extérieur qui étoit obscurci par la clarté des nues, & pour lequel on peut ajouter 3 ou 4 minutes de plus. La largeur du bleu étoit d'environ 40 minutes plus que le violet, qui étoit tellement obscurci par la clarté des nuages que je ne pus pas mesurer sa largeur. Mais en supposant que la largeur du bleu & du violet pris ensemble étoit égale à celle du rouge, du jaune & du verd pris ensemble, toute la largeur de cet iris devoit être d'environ $2\frac{1}{4}$ degrés, comme on l'a trouvé ci-devant. La moindre distance entre cet iris & l'iris extérieur étoit d'environ $8^{\circ} 30'$. L'iris extérieur étoit plus large que l'intérieur; mais il étoit si foible, sur-tout du côté du bleu, qu'il ne me fut pas possible de mesurer distinctement sa largeur. Dans un autre tems, lorsque les deux arcs parurent plus distincts, je mesurai la largeur de l'iris intérieur $2^{\circ} 10'$; & la largeur du jaune & du verd dans l'iris extérieur, étoit à celle des mêmes couleurs dans l'intérieur, comme 3 à 2.

504. Si l'on veut répéter ces observations après *Newton*, on doit observer que le demi-diamètre apparent de l'arc-en-ciel (ou d'un anneau de couleurs dans l'un des deux arcs) est égal à la hauteur apparente de son point le plus élevé

M m m ij

Fig. 353.

ajoutée à la hauteur du Soleil, & que par conséquent on peut le mesurer avec un quart de cercle ordinaire. Car soit SOP l'axe de ces arcs, qui passe par le Soleil en S & par l'œil en O; GOH une ligne horizontale, E le point le plus haut d'un anneau de deux arcs dont on demande le demi-diamètre EOP; il est évident que l'angle $EOP = EOH + HOP = EOH + SOG$.

Fig. 354.

505. Cette explication de l'arc-en-ciel est encore confirmée par l'expérience commune (qui a été faite par *Antoine de Dominis* & par *Descartes*) de la suspension d'un globe de verre plein d'eau dans quelque endroit éclairé par le Soleil, en le regardant dans une telle situation que les rayons qui viennent du globe à l'œil forment avec les rayons du Soleil un angle de 42 ou de 50 degrés. Car si l'angle est d'environ 42 ou 43 degrés, le spectateur placé en O, verra une couleur rouge parfaite dans la partie du globe qui est opposée au Soleil, comme elle est représentée en F; & si l'on rend cet angle plus petit, par exemple, en abaissant le globe en E, on verra d'autres couleurs, le jaune, le verd & le bleu successivement dans la même partie du globe. Mais si l'on fait l'angle d'environ 50 degrés, par exemple, en élevant le globe en G, on verra une couleur rouge dans la partie du globe opposée au soleil, & si l'on rend l'angle plus grand, par exemple, en élevant le globe en H, au rouge succéderont les autres couleurs, le jaune, le verd & le bleu. J'ai éprouvé la même chose en laissant le globe immobile, & en élevant ou abaissant l'œil, ou en le mouvant d'une autre manière pour donner à l'angle sa juste grandeur. Telles sont les observations faites par *Newton*.

506. Il ne reste maintenant qu'à expliquer différents anneaux déliés de couleurs contigus à l'intérieur du premier arc-en-ciel. Ils ont été observés & décrits en particulier par le Dr. *Langvoith* dans les *Transactions Philosophiques* n°. 375. Voici la meilleure de ses observations. Les couleurs du principal arc-en-ciel étoient comme à l'ordinaire; seulement le pourpre tournoit beaucoup sur le rouge & étoit bien terminé. Sous cette couleur étoit un arc de couleur verte dont la partie supérieure tournoit vers un jaune brillant, & la partie inférieure vers un verd plus obscur: sous celui-ci on voyoit alternativement deux arcs de pourpre:

rongeâtre & deux arcs de verd : sous tous ces arcs on avoit une apparence foible d'un autre arc de pourpre, qui disparoiffoit & revenoit plusieurs fois fi promptement , que nous ne pumes pas y fixer nos yeux. Ainfi l'ordre de ces couleurs étoit celui - ci.

I. Rouge , orangé , jaune , verd , bleu léger , bleu foncé , pourpre.

II. Verd léger , verd obscur , pourpre.

III. Verd , pourpre.

IV. Verd , pourpre languissant & disparoissant.

Nous eumes donc ainfi quatre ordres de couleurs & peut-être le commencement d'un cinquième ; car je ne doute nullement que ce que j'appelle pourpre , (lorsqu'il est fort rouge) ne soit un mélange de pourpre de la partie supérieure avec le rouge qui le suivoit immédiatement au-dessous ; & que le verd ne soit un mélange des couleurs intermédiaires. Il y a ici deux choses qui méritent notre attention , & qui pourront peut-être nous conduire à la solution de ce phénomène curieux. C'est que 1°. la largeur de la première suite surpassoit tellement celle de toutes les autres , qu'autant que je pus en juger , elle les égaloit toutes prises ensemble. 2°. Je n'avois jamais observé ces ordres intérieurs des couleurs dans les parties inférieures de l'arc-en-ciel , quoiqu'elles aient été incomparablement plus vives que les parties supérieures sous lesquelles ces couleurs ont paru. J'ai observé cela si souvent que je ne puis pas le regarder comme un effet du hazard , & si on le trouve toujours vrai en général , il ne faudra pas chercher bien loin la cause de ce phénomène. Car il s'ensuivra que cet effet dépend de quelque propriété , que les gouttes retiennent tant qu'elles sont dans la partie supérieure de l'air , & qu'elles perdent en descendant & en se mêlant les unes avec les autres. Je suis persuadé que l'arc-en-ciel paroît rarement fort vif sans quelqu'un de ces ordres de couleurs , & que l'accord que l'on suppose exact ; entre les couleurs de l'arc-en-ciel & celles du prisme ; est la raison pour laquelle on a si peu observé ce phénomène. Telles sont les remarques du Dr. *Langvoith* ; à quoi le Dr. *Pemberton* joint la théorie suivante imprimée dans les Transactions n°. 375 , & dans son livre sur la Philosophie de *Newton* p. 401.

507. *Newton* a observé que dans un verre poli & étamé, il

Opt., liv. II,
part. 4, au
commence-
ment.

Fig. 354.

se fait une réflexion irrégulière, qui disperse une petite quantité de la lumière du principal rayon réfléchi. Si nous supposons que la même chose arrive dans la réflexion qui produit l'arc en-ciel, il n'en faut pas d'avantage pour produire l'apparence dont on a parlé. Soit AB un globule d'eau, B le point d'où les rayons d'une espèce déterminée, étant réfléchis en C , & ensuite sortant par la ligne CD , viennent à l'œil, & produisent l'apparence de la couleur dans l'arc-en-ciel, laquelle appartient à cette espèce. Supposons ici qu'outre la lumière qui est réfléchie régulièrement, une petite partie de cette lumière est dispersée irrégulièrement de tous les côtés, de manière que du point B outre les rayons qui sont réfléchis régulièrement de B en C , quelques rayons écartés reviennent par d'autres lignes comme par BE , BF , BG , BH de part & d'autre de la ligne BC . De plus, *Newton* a observé (*Opt. Liv. II. part. 3. prop. 12*) que les rayons de lumière en passant d'une surface à l'autre d'un corps réfringent, souffrent des accès alternatifs de transmission & de réflexion aisée qui se succèdent les uns aux autres dans des intervalles égaux, de manière que s'ils arrivent à la surface la plus avancée dans l'un de ces accès, ils seront transmis, & dans l'autre ils seront réfléchis. Ainsi les rayons qui viennent de B en C & qui sortent par la ligne CD , étant dans un accès de transmission aisée, les rayons écartés, qui tombent à une petite distance en dehors de ceux-là de part & d'autre (par exemple, ceux qui passent le long des lignes BE , BG) tomberont sur cette surface dans un accès de réflexion aisée, & n'en sortiront pas; tandis que ceux qui passent à quelque distance en dehors de ces derniers, arriveront à la surface du globule dans un accès de transmission aisée, & pénétreront cette surface. Supposons que ces rayons suivent les lignes BF , BH ; ceux par BF auront un accès de plus de transmission aisée, & ceux par BH , un accès de moins que ceux qui passent par B en C . Ces deux rayons en sortant du globule, suivront par la réfraction de l'eau, les lignes FI , HK , qui seront presque inclinées également aux rayons incidents sur le globule, qui viennent du Soleil: mais les angles de leur inclinaison seront moindres que l'angle où les rayons émergents par la ligne CD , sont inclinés à ces rayons incidents. De même les rayons dispersés du point B à une certaine distance en dehors de ceux-ci,

seront émergents du globule , pendant que les rayons intermédiaires seront interceptés ; & ces rayons émergents seront inclinés aux rayons incidents sur ce globule par des angles encore plus petits que ceux avec lesquels les rayons F I & H K leur sont inclinés ; & en dehors de ces rayons , il en sortira d'autres qui seront inclinés aux rayons incidents par des angles encore plus petits. Or par ce moyen , il peut se former de chaque espèce de rayons , outre l'arc principal qui forme l'arc-en-ciel , d'autres arcs en dedans de chacun des principaux de la même couleur , quoique beaucoup plus foibles ; & cela par différentes successions , aussi long-tems que ces lumières foibles , qui dans chaque arc deviennent de plus en plus obscures , continueront d'être visibles. Et comme les arcs produits par chaque couleur se mêlent diversement entr'eux , la diversité des couleurs observée dans ces arcs secondaires , peut fort bien venir de là. Dans les couleurs plus obscures , ces arcs peuvent s'étendre au-dessous de l'arc & se voir plus distinctement ; dans les couleurs plus brillantes , ces arcs se perdent dans la partie inférieure de la lumière principale de l'arc-en-ciel ; mais il est très-probable qu'elles contribuent à la teinture rouge que le pourpre de l'arc-en-ciel a ordinairement , & qui est plus remarquable , lorsque ces couleurs secondaires paroissent les plus fortes. Néanmoins ces arcs secondaires dans les couleurs les plus brillantes , peuvent s'étendre avec une lumière fort foible en dessous de l'arc , & teindre le pourpre des arcs secondaires d'une couleur rougeatre. Les distances précises entre l'arc principal & ces arcs plus languissants dépendent de la grandeur des gouttes où ils se forment. Pour leur donner quelque degré de séparation , il est nécessaire que les gouttes soient extrêmement petites. Il est très-vraisemblable que ces arcs se forment dans la vapeur de la nue , qui est entraînée par l'air , avec les plus grandes gouttes , lorsqu'il est mis en mouvement par la chute de la pluie ; & c'est peut-être pour cela que ces couleurs ne paroissent que sous la partie supérieure de l'arc , cette vapeur ne descendant pas plus bas. Ce qui confirme encore plus ceci , c'est que ces couleurs paroissent plus fortes , lorsque la pluie tombe de quelque nuage fort noir , qui produit les pluies les plus abondantes , & qui agitent par conséquent l'air avec plus de force. Telles sont les remarques du Dr. *Pemberton*.

Newton attribue à de pareils accès alternatifs de transmission & de réflexion aisée dans le passage de la lumière au travers des plus petits globules d'eau, ces petits anneaux colorés qui paroissent de tems en tems autour du Soleil & de la Lune. *Op. p. 288. obs. 13.*

L E M M E.

508. La tangente de la somme de deux angles, est à la somme de leurs tangentes, comme le quarré du rayon est au même quarré diminué du rectangle sous les tangentes; & la tangente de la différence de deux angles, est à la différence de leurs tangentes, comme le quarré du rayon est au même quarré augmenté du rectangle sous les tangentes.

Fig. 355, 356.

Soient RA, RB les tangentes des deux angles ROA, ROB . Faites : comme AB somme ou différence des deux tangentes est à AO sécante de l'un des angles, ainsi AO est à AC qu'il faut placer de A vers B . Dites encore, comme RC est à RO , ainsi RO est à RD ; & RD sera la tangente de la somme ou de la différence des deux angles ROA, ROB . Car joignant CO , par la première de ces trois proportions, les triangles AOB, ACO sont équiangles (*Eucl. VI. 6*), & ainsi l'angle AOB est égal à l'angle ACO ou à ROD par la seconde proportion (*Eucl.*

VI. 8). Donc dans la fig. 355, puisque $AC = \frac{AO^2}{AB} = \frac{RA^2 + RO^2}{RB + RA}$, nous aurons $RC = (AC - AR) = \frac{RA^2 + RO^2}{RB + RA} - RA = \frac{RO^2 - RB \times RA}{RB + RA}$. Donc $RD = \frac{RB + RA}{RO^2 - RB \times RA} \times RO^2$.

Par un semblable raisonnement, fig. 356, nous avons $AC = \frac{RA^2 + RO^2}{RB - RA}$ & $RD = \frac{RB - RA}{RO^2 + RB \times RA} \times RO^2$. C. Q. F. D.

509. *Corol. 1.* Donc la tangente de la somme d'un nombre quelconque d'angles donnés, ou la tangente d'un multiple quelconque d'un angle donné, peut se calculer aisément. Soit $RO = r$, $RA = a$, $RB = b$, la tangente de la somme des angles dont les tangentes sont a & b , c'est-à-dire $RD = \frac{b+a}{rr-ab} rr$. Nommons x cette tangente, par la même raison celle

celle de la somme de ce dernier angle & d'un troisieme angle , dont la tangente est c , sera $\frac{x+c}{rr-xc}rr$, ou en substituant la valeur

de x , $\frac{rr.a+b+c-abc}{rr-ab-ac-bc}$, tangente de la somme de trois angles, dont les tangentes sont a , b , c , & ainsi de suite.

510. *Corol. 2.* Faites maintenant $a=b=c$, & pour la tangente d'un angle double, nous aurons $\frac{2arr}{rr-aa}$, & pour celle d'un angle triple $\frac{3arr-a^3}{rr-3aa}$, & ainsi de suite.

P R O P O S I T I O N V.

511. *Le demi-diamètre apparent d'un arc-en-ciel, ou le plus grand angle sous le rayon incident & émergent après un nombre donné de réflexions successives, étant donné, trouver la raison de la réfraction ?*

Soit m le nombre donné des réflexions successives augmenté Fig. 357 de l'unité ; & en supposant que les angles $A B C$, $A B D$ soient les angles d'incidence & de réfraction requis, soit l'angle $A B E = m \times A B D$ & l'angle $C B E$ ou $m \times A B D - A B C$ fera la moitié de l'angle donné sous les rayons incidents & émergents après $m - 1$ réflexions (art. 488). Soit le rayon commun $A B = r$, la tangente inconnue de réfraction $A D = a$, & la tangente d'incidence $A C = m a$ (art. 491). Soit aussi $A E = x$, & t la tangente de l'angle donné $C B E$ sous le rayon r . Par le Lemme, on aura $t : x - m a :: r r : r r + x m a$, Donc $t = \frac{x - m a}{r r + x m a} r r$.

1^{er}. *Cas.* Dans le premier arc-en-ciel $m = 2$. Donc $t = \frac{x - 2a}{r r + 2x a} r r$, & par l'art. 510, $x = \frac{2a}{r r - a a} r r$, tangente de $2 A B D$. Substituez cette valeur à la place de x dans la premiere équation, & par réduction elle deviendra $a^3 - \frac{1}{2} t a a - \frac{1}{2} t r r = 0$, la résolution de cette équation donnera la tangente a de l'angle de réfraction ; & la tangente $A C$ de l'angle d'inci-

dence $= 2a$, par l'art. 491, & par les tables, on aura la raison de leurs sinus.

2d. *Cas.* Dans le second arc-en-ciel, $m = 3$, dont $t = \frac{x-3a}{rr+3xa} rr$, & par l'art. 510, $x = \frac{3arr-a^2}{rr-3aa}$, tangente de $3 ABD$. Substituez cette valeur à la place de x , & vous aurez $a^4 + \frac{8}{3} \frac{rr}{t} a^3 - 2rraa - \frac{1}{3} r^4 = 0$, ou faisant $T = \frac{rr}{t}$, tangente de la moitié de l'angle de cet arc (art. 488) $a^4 + \frac{8}{3} T a^3 - 2rraa - \frac{1}{3} r^4 = 0$. La même méthode s'applique aux autres arcs à l'infini.

512. *Corol.* Dans le premier cas si l'on prend T pour $2a$ ou AC tangente de l'angle d'incidence, & si l'on substitue $\frac{1}{2} T$ pour a dans la première équation, $a^3 - \frac{2}{3} taa - \frac{1}{3} trr = 0$, elle se change en celle-ci $T^3 - 3tT - 4rrt = 0$, la même que celle du Dr. *Hadley*, qui proposa ce problème comme une méthode expéditive pour trouver la raison de la réfraction dans un fluide quelconque, en observant (lorsque le Soleil est bas, & que sa lumière est vive) l'angle sous un rayon incident & émergent d'une goutte d'un fluide suspendue à l'extrémité d'un tuyau capillaire. Voyez les exemples qu'il en donne, *Transf. phil.* n°. 267, & la dissertation du Dr. *Morgan* sur l'arc-en-ciel, parmi les notes sur la Physique de *Rohault* p. 3. ch. 17.

Ayant achevé ce qui regarde l'arc-en-ciel, je vais examiner les rayons qui sortent d'une goutte après deux réfractions sans aucune réflexion, pour pouvoir rendre compte des halos.

PROPOSITION VI.

Fig. 358, n. 1. 513. *Lorsqu'un rayon de lumière SABL est rompu dans une sphère en A & B sans aucune réflexion intermédiaire, l'angle LMN sous le rayon incident SAMN & sous le rayon émergent prolongé LBM, est égal à deux fois l'excès de l'angle d'incidence OAM par-dessus l'angle de réfraction OAB: & par conséquent il croît continuellement pendant que l'angle d'incidence croît.*

Car l'angle extérieur LMN est égal à la somme des deux intérieurs MAB , MBA , qui sont égaux entre eux à cause des

réfractions égales en A & B ; comme on le voit en imaginant qu'un rayon va des deux côtés le long de la corde A B. Et l'un de ces angles égale l'excès de O A M sur O A B : & puisque les incréments de O A M sont toujours plus grands que ceux de O A B (art. 421) les excès des plus grands incréments par-dessus les moindres, augmenteront continuellement l'angle B A M , & par conséquent l'angle total L M N. C. Q. F. D.

514. *Corol. 1.* Menez un diamètre P O Q E parallèle au rayon incident S A M ; & qu'il coupe le rayon émergent B L en E ; pendant que l'angle L M N croît depuis zero , la ligne M E décroît continuellement. Car soit achevé le parallélograme E M A H , & que A B & P Q soient prolongées jusqu'à leur rencontre en T ; les triangles équilatéraux A M B , B E T seront isosceles. Or si M E ou A H est supposée croître, ou seulement se soutenir pendant que l'angle opposé A O H décroît ; le côté contigu H O croîtra , & par conséquent la somme de A H & H O ou de H T & H O , c'est-à-dire O T , doit aussi croître. Mais par l'art. 476 la ligne O T décroît continuellement ; donc la supposition que nous avons faite que A H ou M E croissent ou se soutiennent est fautive ; & par conséquent cette ligne décroît continuellement pendant que l'angle d'incidence ou que l'angle L M N croît.

515. *Corol. 2.* Donc pendant que l'angle L M N croît , la ligne O E décroît continuellement. Car il est aisé de faire voir que M E & O E sont égales.

PROPOSITION VII.

516. *Lorsque des rayons parallèles tombent sur la surface d'une sphère & qu'ils en sortent après deux réfractions sans aucune réflexion intermédiaire , leur densité à l'œil d'un spectateur placé à une grande distance de la sphère , diminuera continuellement , pendant que les angles sous les rayons incidents & émergents croissent.*

Car en supposant les mêmes lignes que ci-devant , soit s a b F le rayon le plus proche de S A B F L , & qu'ils se coupent mutuellement en F. Que la perpendiculaire L a soit supposée le diamètre de la prunelle de l'œil. Du centre O abaissez

N n n ij

OHh perpendiculaire aux rayons incidents prolongés ; OIi perpendiculaire aux rayons rompus AB , ab ; & OKk perpendiculaire aux rayons émergents. Soient aussi LR , MS , AT perpendiculaire au diamètre PQ , lequel est parallèle aux rayons incidents, & que TA prolongée coupe sa en a . Puisque OI est à OH & à OK comme le moindre des sinus d'incidence & de réfraction est au plus grand, & que de même Oi est à Oh & à Ok en même raison, nous aurons en divisant Ii est à Hh & à Kk dans la même raison donnée, & par conséquent $Hh = Kk$. Mais les triangles Kfk ; Lfa sont équiangles, aussi bien que MES & LER . Donc Aa ou Hh ou Kk : $L\lambda$:: FK : FL & AT ou MS : LR :: EM : EL . Donc $Aa \times AT$: $L\lambda \times LR$:: $FK \times EM$: $FL \times EL$. Or en supposant que toute la figure tourne autour de l'axe PQ ; puisque les mêmes rayons qui passent par l'anneau que Aa décrit, passeront aussi par l'anneau que $L\lambda$ décrit ; en supposant qu'aucun d'eux ne soit arrêté dans la sphère, il s'ensuit que leur densité en L est à leur densité en A , en raison réciproque des anneaux, c'est-à-dire, en raison directe de $Aa \times AT$ à $L\lambda \times LR$ ou de $FK \times EM$ à $FL \times EL$ (parce que les circonférences décrites par A & L sont comme leurs demi-diamètres AT , LR). Et la densité des rayons incidents étant par-tout la même, celle des rayons émergents en L sera en raison directe de $FK \times EM$ & en raison inverse de $FL \times EL$, & par conséquent en raison directe de $FK \times EM$ lorsque l'œil en L est fort éloigné ; parce que les points E , F ne s'écartent jamais beaucoup de la sphère (art. 432, 515). Or pendant que l'angle LMN croît, la ligne FK décroît continuellement (art. 420, 432) aussi bien que la ligne EM (art. 514). Donc la densité des rayons qui tombent sur un œil éloigné en L , décroît continuellement. C. Q. F. D.

On peut aussi démontrer cette proposition par parties en cette manière.

517. 1°. La densité des rayons qui tombent perpendiculairement sur la ligne $L\lambda$ dans un plan d'émergence, est en raison directe de FK & inverse de FL , & lorsque L est éloigné, elle est en raison directe de FK . Car en supposant que tous les rayons incidents soient transmis de Aa en $L\lambda$, leur densité

en L^{λ} sera à leur densité en Aa , comme (Aa ou Hh ou Kk à L^{λ} , ou comme) FK à FL ; & la ligne FL sera invariable lorsque L est éloigné, parce que le foyer F ne s'écarte jamais beaucoup de la sphère. (art. 432).

518. 2°. La densité des rayons qui tombent sur la circonférence décrite par le point L autour de l'axe PQ est en raison directe de EM , & inverse de EL : & lorsque L est éloigné, en raison directe de EM . Car en supposant que tous les rayons incidents sont transmis, leur densité dans la circonférence décrite par le point L sera à leur densité dans la circonférence décrite par le point A , en raison réciproque de ces circonférences, c'est-à-dire, en raison directe du demi-diamètre AT ou MS au demi-diamètre LR , c'est-à-dire, comme EM à EL : & la ligne EL sera invariable, lorsque L est éloigné, parce que le point E ne s'écarte jamais beaucoup de la sphère. (art. 515).

519. 3°. Il est à remarquer que comme F est le foyer des rayons qui sont émergents de la sphère dans chaque plan d'incidence & d'émergence; ainsi E est le foyer de ceux qui sont émergents dans une surface conique décrite par la révolution de EL autour de l'axe OE , à laquelle surface tous les plans d'émergence sont perpendiculaires.

520. 4°. Lorsqu'un pinceau solide de rayons tombe sur une surface plane, & qu'ils sont uniformément denses dans chaque partie de cette surface; on peut regarder les rayons incidents comme composés d'une infinité de plans physiques de rayons, qui tombent sur la surface par autant de lignes physiques, parallèles entr'elles. Et alors si leur densité est donnée dans chacune de ces lignes, leur densité sur la surface sera comme la densité des lignes; & si la densité des rayons est donnée, la densité des rayons sur la surface sera comme leur densité dans chacune de ces lignes. Donc si aucune des deux n'est donnée, la densité des rayons sur la surface sera en raison composée de leur densité dans chaque ligne & de la densité des lignes.

521. 5°. Pour appliquer cette règle à la densité des rayons sur l'anneau circulaire décrit par la révolution de L^{λ} ; puisque la largeur L^{λ} est supposée fort petite en comparaison de son

diamètre; les plans d'émergence en diviseront chaque petite partie en lignes, comme L^{\wedge} , à fort peu près parallèles entr'elles. Et par conséquent la densité des rayons dans cette petite partie, sera comme leur densité dans chaque ligne L^{\wedge} , & comme la densité des lignes L^{\wedge} ; c'est-à-dire, comme $\frac{F K}{F L} \times \frac{E M}{E L}$, par la première & seconde règles; & lorsque L est éloigné, comme le rectangle $F K \times E M$, comme ci-devant.

522. 6°. Soient maintenant les rayons hétérogènes rompus par la sphère; puisque toute la quantité de la réfraction croît par degrés à mesure que les rayons s'écartent de plus en plus de son centre (art. 513); ces rayons hétérogènes seront par conséquent de plus en plus séparés par degrés les uns des autres (art. 171), & par cette raison, ils tomberont moins denses sur l'œil en L^{\wedge} que s'ils étoient tous homogènes.

523. 7°. Nous avons toujours supposé ici que tous les rayons incidents sont transmis au travers de la sphère. Mais il est certain que quelques-uns d'eux sont réfléchis, tant à la première qu'à la seconde surface, comme dans le cas de l'arc-en-ciel. Et l'on observe communément, qu'à mesure que les rayons tombent plus obliquement sur une surface, il s'en réfléchit un plus grand nombre; & ainsi les rayons qui s'éloignent de plus en plus du centre de la goutte, & qui par conséquent tombent toujours plus obliquement sur les surfaces, sont toujours plus diminués par les réflexions; & ainsi la lumière émergente décroîtra toujours plus vite ou en plus grande proportion que le décroissement du rectangle $F K \times E M$.

524. 8°. Si l'on voit le Soleil au travers d'une sphère si grande, qu'elle comprenne dans l'œil un angle aussi grand ou plus grand que ne feroit le Soleil même à l'œil nud; son corps paroîtra plus grand au travers de la sphère, lorsqu'on la tiendra dans une ligne menée directement de l'œil au Soleil; & il paroîtra diminuer par degrés pendant que la sphère se meut à côté de cette ligne. On démontrera cela dans un autre endroit, & l'on peut aisément l'éprouver en regardant une chandelle allumée ou tout autre objet brillant au travers d'un verre plein d'eau. Dans ce cas, la clarté apparente du Soleil, ou la clarté réelle de sa peinture sur la rétine, varie en raison directe de la

densité des rayons dans chaque pinceau lorsqu'ils tombent sur l'œil, & en raison inverse de la grandeur de la peinture : parce que si la grandeur de la peinture étoit invariable, sa clarté seroit comme la densité des rayons dans chaque pinceau ; & si la densité étoit invariable, sa clarté seroit en raison inverse de sa grandeur. Mais puisque l'angle compris dans l'œil par un globule dans une nuë n'a point de grandeur sensible, la peinture du Soleil sur la rétine, formée par les rayons qui traversent ce globule, ne peut pas varier de grandeur, n'étant jamais qu'un point qui affecte les sens, non par sa grandeur, mais uniquement par son éclat. Ainsi lorsque ce globule se meut de côté, la clarté du Soleil, vu au travers, varie en raison directe de la densité des rayons qui viennent d'un seul point du Soleil à l'œil ; parce que la densité des rayons qui viennent tout à la fois de tous les points du Soleil, varie en même raison que leur densité dans chaque pinceau.

525. 9°. Lorsque donc le Soleil brille sur un grand amas de ces globules, sa lumière doit paroître plus forte dans les globules qui sont directement entre l'œil & le Soleil, & elle doit s'affoiblir toujours plus dans les globules qui sont éloignés de plus en plus de cette ligne ou du lieu apparent du Soleil.

526. Comme ce n'est gueres mieux qu'un degré d'incertitude d'avoir un sentiment différent de celui de ce grand maître le Chevalier *Newton*, ou que c'est au moins une sorte de peine dont l'esprit voudroit fort être débarrassé ; je suis entré dans un très-grand détail pour démontrer cette proposition, parce que je ne sçauois la concilier avec une autre de *Newton* (*Opt. p. 155*), où il dit, que la lumière qui traverse les gouttes de pluie par deux réfractions sans aucune réflexion, doit paroître plus forte à la distance d'environ 26 degrés du Soleil, (c'est-à-dire, lorsque l'angle LMN est d'environ 26°), & qu'elle doit diminuer par degrés de part & d'autre, à mesure que cette distance du Soleil croît & décroît. Et que la même chose doit s'entendre de la lumière transmise au travers des grains sphériques de grêle. Et si la grêle est un peu aplatie, comme elle l'est souvent, la lumière transmise pourra devenir si forte à une moindre distance que celle de 26° . qu'elle formera un halo autour du Soleil ou de la Lune. Voici comme il s'exprime,

